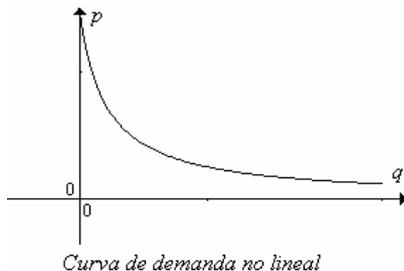
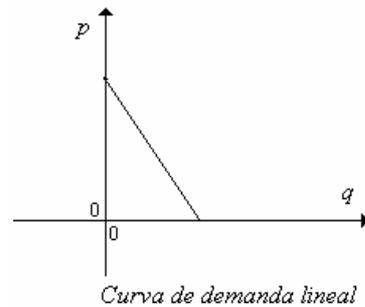


ECUACION DE DEMANDA

La ecuación de demanda es una ecuación que expresa la relación que existe entre q y p , donde q es la cantidad de artículos que los consumidores están dispuestos a comprar a un precio p . Es normal que si los precios bajan los consumidores estarán dispuestos a comprar más artículos, así la gráfica de la ecuación suele ser decreciente de izquierda a derecha. Esta gráfica también es conocida como curva de demanda. Ella se dibuja sólo para valores de p y q positivos. Los economistas suelen representar p en el eje de las y y q en el eje de las x .

Las ecuaciones lineales suelen ser un modelo muy frecuente para representar ecuaciones de demanda. Recordemos que la gráfica es una línea recta, como se muestra en la figura.



Pueden existir otros tipos de curvas de demandas distintas a rectas. Normalmente son decrecientes de izquierda a derecha debido a que en general el mercado sigue la pauta de a menor precio mayor demanda.

El siguiente ejemplo ilustra como se puede estimar la ecuación de demanda cuando se supone que es lineal.

Ejemplo 1.- Una tienda de video vende 20 DVD a un precio de 25UM, pero si fija un precio de 30UM se venderán 15 DVD. Determine la ecuación de demanda suponiendo que existe una relación lineal entre q y p .

Solución: Cuando se especifica que la ecuación de demanda es lineal se tiene que esta ecuación es la de una recta. Consideraremos la cantidad q como la abscisa y la cantidad p como la ordenada. En el problema se tienen dos puntos que satisfacen la ecuación buscada $(q_1, p_1) = (20, 25)$ y $(q_2, p_2) = (15, 30)$. Para conseguir la recta que pasa por estos puntos primero calculamos la pendiente.

$$m = \frac{p_2 - p_1}{q_2 - q_1} = \frac{30 - 25}{15 - 20} = -1$$

Ahora se usará la ecuación punto pendiente, recordando que $p=y$ y $q=x$.

$$p - p_1 = m(q - q_1)$$

$$p - 25 = -1(q - 20)$$

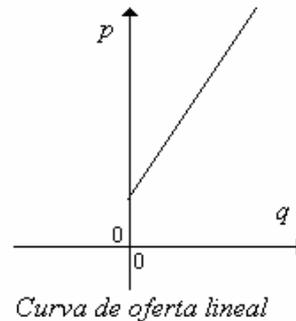
Reordenando obtenemos la ecuación de demanda:

$$p = -q + 45$$

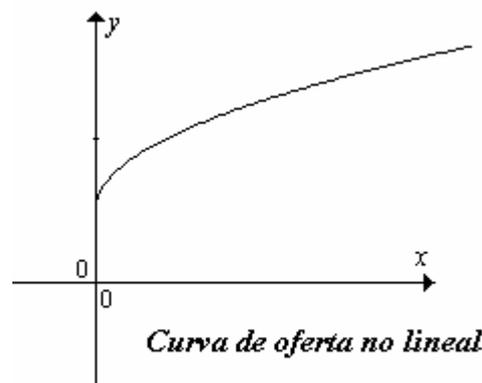
ECUACION DE OFERTA

La ecuación de oferta da la relación entre el precio que pueda tener un artículo y la cantidad de artículos que los proveedores o fabricantes estén dispuestos a colocar en el mercado a ese precio.

Normalmente si el precio es alto los proveedores colocarán muchos artículos en el mercado, sin embargo si el precio es bajo disminuirá los artículos ofrecidos por los proveedores. Así la curva de oferta suele ser creciente de izquierda a derecha



Hay muchos productos que siguen una relación lineal en la oferta, su curva de oferta es una recta, normalmente de pendiente positiva. Sin embargo existen otros productos con una ecuación de oferta no lineal como se muestra en la figura de al lado. Pero en general la curva de oferta es creciente, pues a mayores precios los fabricantes son capaces de ofrecer más artículos.



EJERCICIOS

1) Suponga que un fabricante de bicicleta colocará en el mercado 500 bicicletas si el precio es de 350UM y 350 bicicletas cuando el precio es de 300UM. Determinar la ecuación de oferta, suponiendo que el precio p y la cantidad q están relacionadas linealmente.

(Resp. $3p = q + 500$)

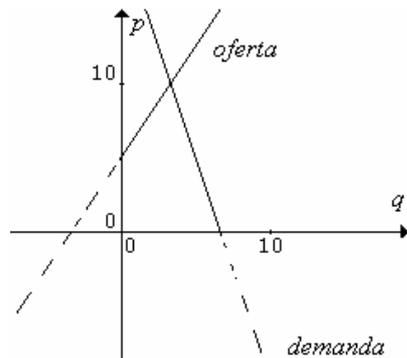
2) Suponga que los clientes demandarán 40 unidades de un producto cuando el precio es de 12 UM y 25 unidades cuando el precio es de 18UM. a) Encontrar la ecuación de demanda, suponiendo que es lineal. b) Calcular el precio cuando 30 unidades son demandadas. (Resp. a) $p = -\frac{2}{5}q + 28$; b) 16)

3) Suponga que un fabricante de zapatos colocará en el mercado 50(miles de pares) cuando el precio en el mercado es de 35UM y 35 (miles de pares zapatos) cuando cuesta 30UM. Determine la ecuación de oferta, suponiendo que el precio p y la cantidad q están relacionados linealmente. (Resp. $q = 3p - 55$)

4) Suponga que un fabricante puede colocar en el mercado 400 unidades de un producto cuando el precio es de 150 UM y 250 unidades cuando el precio es de 200UM. a) Encontrar la ecuación de demanda, suponiendo que es lineal. (Resp: $q = 850 - 3p$)

PUNTO DE EQUILIBRIO.

Si el precio de un artículo está demasiado alto habrá pocos consumidores dispuestos a comprarlo, por otro lado si el precio es demasiado bajo los fabricantes no estarán dispuestos a ofrecerlo. En el mercado existe la tendencia de ajustarse los precios. *El punto de equilibrio (q, p) del mercado es conocido como el precio p en que la cantidad demandada q es igual a la cantidad ofrecida por los productores.* Es decir, este es un punto que satisface la ecuación de demanda y oferta a la vez. Para conseguirlo tenemos que resolver el sistema de las ecuaciones de oferta y de demanda.



Ejemplo 1.- La ecuación de oferta de un determinado bien está dado por $2p - 3q = 10$ y la de demanda por $3q + p = 20$. Determinar el punto de equilibrio del mercado de este bien:
a) analíticamente, b) geoméricamente

Solución: Tenemos que resolver el sistema de ecuaciones de oferta y demanda:

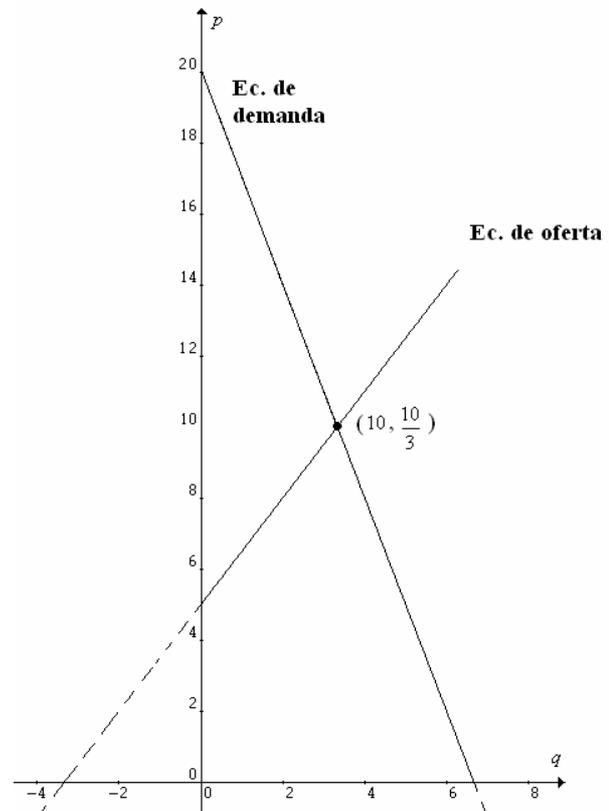
$$\begin{cases} -3q + 2p = 10 \\ 3q + p = 20 \end{cases}$$

Para ello usamos el método de reducción. Sumamos ambas ecuaciones, obteniendo $3p = 30$.

De aquí $p = 10$. Sustituyendo en cualquiera de las dos ecuaciones, por ejemplo en la segunda este valor de p , nos da: $3q + 10 = 20$. De donde

$$q = \frac{10}{3} \approx 3,33.$$

En la figura de al lado se han dibujado las ecuaciones de oferta y demanda. El punto de intersección entre las dos rectas es el punto de equilibrio, efectivamente las coordenadas de este punto coincide con la solución analítica encontrada.



PUNTO DE EQUILIBRIO CON IMPUESTO O CON SUBSIDIO

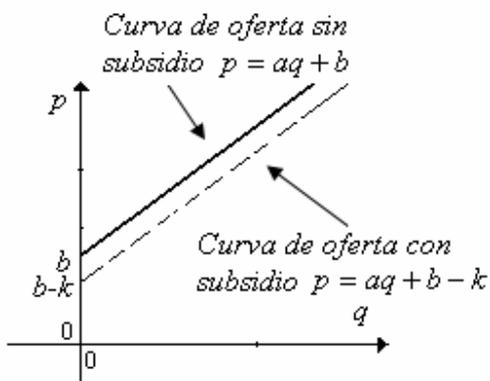
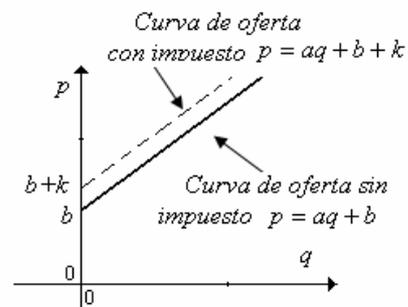
En ocasiones el gobierno, como ente regulador de la economía, decide o bien colocar un impuesto o un subsidio fijo k por artículo al fabricante o proveedor. El efecto de esta medida la sufrirá la ecuación de oferta, pues el fabricante o proveedor tendrá las mismas aspiraciones de ganancias de antes y él tendrá para ello que contemplar el nuevo impuesto o subsidio en su análisis de costo.

Si la ecuación de oferta antes de la medida era $p = aq + b$. Entonces con un impuesto de k UM por artículo la nueva ecuación de oferta será de $p = aq + b + k$, pues para recibir los mismos $aq + b$ de sus aspiraciones él deberá tomar en cuenta el nuevo impuesto.

Si por otro lado se coloca un subsidio de k , la ecuación de oferta será de $p = aq + b - k$, pues el gobierno le dará k unidades al proveedor o fabricante para cubrir con sus aspiraciones.

La ecuación de demanda no le suele ocurrir cambios antes medidas de impuesto o subsidio. El consumidor no percibe el efecto pues él no pagará directamente este impuesto y mantiene las mismas disposiciones para comprar el bien.

Comentario.- Si se coloca un impuesto de k a cada bien, la gráfica de la nueva ecuación de oferta tendrá la misma pendiente, pero estará desplazada k unidades arriba de la original.



Si por el contrario hay un subsidio entonces la nueva curva de oferta estará desplazada k unidades debajo de la original

Ejemplo 1.- La ecuación de oferta de un determinado artículo está dado por $5p - 2q = 30$

y la de demanda por $q + 10p = 120$.

a) Determinar el punto de equilibrio del mercado de este artículo

b) Si se coloca un impuesto de 1UM por unidad al productor. Calcule el nuevo punto de equilibrio. Grafique.

Solución:

a) Tenemos que resolver el sistema $\begin{cases} 5p - 2q = 30 \\ 10p + q = 120 \end{cases}$, despejamos p en la primera ecuación

$p = 6 + \frac{2}{5}q$ y la sustituimos en la segunda ecuación.

$$q + 10\left(6 + \frac{2}{5}q\right) = 120$$

$$5q = 60$$

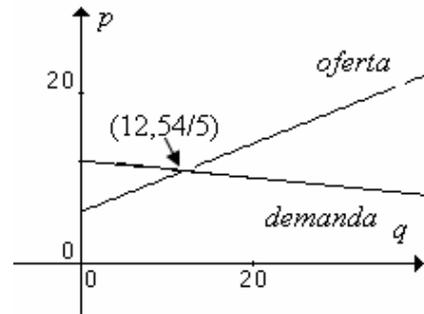
$$q = 12$$

Al sustituir este valor en la ecuación de oferta tenemos:

$$p = 6 + \frac{2}{5}12$$

$$p = \frac{54}{5}$$

Así que $p = \frac{54}{5} = 10,8$ es el precio de equilibrio y la cantidad de equilibrio es 12 antes del impuesto.



b) Al cargar un impuesto de 1UM la ecuación de oferta queda como $p = 7 + \frac{2}{5}q$ y la ecuación de demanda permanece igual.

Para hallar el nuevo punto de equilibrio resolvemos el sistema

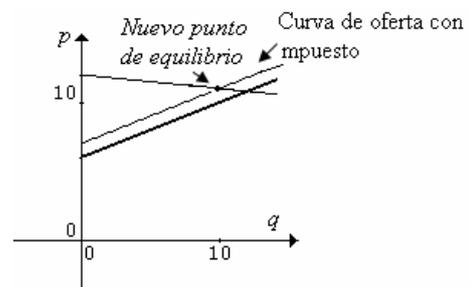
$$q + 10p = 120$$

$$p = 7 + \frac{2}{5}q$$

Sustituimos p en la primera ecuación, obteniendo

$$q + 10\left(7 + \frac{2}{5}q\right) = 120.$$

De aquí $q + 4q = 50$. Así que la nueva cantidad de equilibrio es $q = 10$, sustituyendo este valor en la ecuación de oferta, vemos rápidamente que el nuevo precio de equilibrio es $p = 11$. Así que con un impuesto de 1UM el nuevo precio de equilibrio subió 0,2UM.



Ejemplo 2.- La ecuación de oferta de un determinado artículo está dado por $p = 150 + \frac{1}{2}q$

y la de demanda por $p = 200 - \frac{1}{3}q$.

- a) Verificar que la cantidad de equilibrio de este artículo es 60 unidades.
 b) ¿Qué subsidio deberá colocar el gobierno al productor a fin que el consumo aumente en un 10%?

Solución:

- a) Igualamos la ecuación de oferta y demanda a fin de obtener la cantidad de equilibrio

$$200 - \frac{1}{3}q = 150 + \frac{1}{2}q$$

$$50 = \frac{5}{6}q$$

$$q = 60$$

- b) En este caso la incógnita es k la cantidad de subsidio y la ecuación de oferta queda

$$p = 150 + \frac{1}{2}q - k.$$

La ecuación de demanda queda igual: $p = 200 - \frac{1}{3}q$

Como se quiere que la cantidad de equilibrio sea 66 (¿por qué?), tenemos entonces que conseguir k que satisfaga conjuntamente con p el siguiente sistema

$$p = 150 + \frac{1}{2}66 - k$$

$$p = 200 - \frac{1}{3}66$$

Igualando estas dos ecuaciones obtenemos

$$150 + 33 - k = 200 - 22$$

cuya solución es $k=5$. Así el gobierno debe dar un subsidio de 5UM por artículo a fin de incrementar el consumo en 10%.

Ejemplo 3.- La ecuación de oferta de un determinado artículo está dado por $p = \sqrt{q+12} + 2$ y la de demanda por $p + q = 20$. a) Encontrar el punto de equilibrio de este artículo, resolviendo el sistema de ecuaciones. b) Encontrar la solución gráfica.

Solución: Debemos resolver el siguiente sistema no lineal:

$$\begin{cases} p = \sqrt{q+12} + 2 \\ p + q = 20 \end{cases}$$

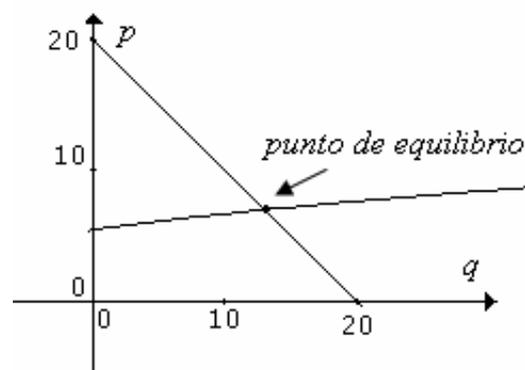
Este es un sistema no lineal con la característica que una de las ecuaciones es lineal. Para resolver este sistema se sigue la recomendación: despejar en la ecuación lineal una de las variables y sustituirla en la ecuación no lineal. Así despejamos p en la segunda ecuación: $p = 20 - q$ y la sustituimos en la primera

$$20 - q = \sqrt{q+12} + 2$$

Quedo una ecuación con radicales. Para este tipo de ecuación se recomienda dejar solo el radical en cualquier lado de la ecuación y elevar al cuadrado ambos lados, tomando en previsión que al elevar al cuadrado podemos estar agregando solución

$$18 - q = \sqrt{q+12}$$

$$(18 - q)^2 = (\sqrt{q+12})^2$$



$$18^2 - 36q + q^2 = q + 12$$

$$q^2 - 37q + 312 = 0$$

$$q = \frac{37 \pm \sqrt{121}}{2}$$

$$q = 24 \text{ y } q = 13$$

Para la primera q tenemos un precio de $p = 20 - 24 = -4$. Esta solución se elimina.

Para $q=13$, obtenemos un precio de $p = 20 - 13 = 7$. Así que el punto de equilibrio está dado por (13,7).

EJERCICIOS

1) Encuentre el punto de equilibrio para las siguientes:

$$1.1) \begin{cases} D: 2p + q = 50 \\ O: 3p - 5q = 10 \end{cases}$$

$$1.2) \begin{cases} D: p + q = 30 \\ O: p - q - 2 = 0 \end{cases}$$

$$1.3) \begin{cases} D: p = 17 + \frac{q}{2} \\ O: p = 44 - 4q \end{cases}$$

$$1.4) \begin{cases} D: p + \frac{q}{100} = 3 \\ O: 50p = 250 - q \end{cases}$$

(Resp. **1.1**) (10,20); **1.2**) (14,16); **1.3**)(6,20) **1.4**) (200,1)

2) Las ecuaciones de oferta y demanda de un determinado bien son $p = \frac{q}{100} + 2$ y

$$p = -\frac{5q}{100} + 14 \text{ respectivamente.}$$

a) Encuentre el punto de equilibrio

b) Si el gobierno impone al fabricante un impuesto de 2UM a cada bien, ¿Cuál es el nuevo punto de equilibrio? Consiga ambas respuestas geométricamente y algebraicamente.

3) Si a un determinado artículo se le fija un precio de 60 UM la oferta será de 20 unidades y la demanda de 25. Si se fija un precio de 100 UM, entonces la oferta será de 40 unidades y la demanda de 5 artículos. a) Encuentre las ecuaciones de oferta y demanda, suponiendo que ambas son lineales.

b) Encuentre el punto de equilibrio. c) ¿Qué subsidio deberá fijar el gobierno con la finalidad que el precio de equilibrio este en 60UM?

4) Se sabe que el punto de equilibrio del mercado ocurre cuando el precio es 15UM y la demanda de 60 unidades. Se sabe que a un precio de 30UM ya no habrá ventas y a un precio de 10UM los productores ya no ofrecerán su mercancía. a) Encuentre las ecuaciones de oferta y demanda sabiendo que ambas son lineales. b) Si el gobierno impone un impuesto al fabricante de 2UM por cada artículo ¿Cuál será el nuevo precio de equilibrio?

Respuestas: 2a) (200,6); b) (500/3,17/3) 3a) $p = 2q + 20$; d) $p = -2q + 110$; b) (32.5,45) c) $k=10$;

4) $p = -\frac{1}{4}q + 30$; $p = \frac{1}{6}q + 10$; b) 96/5