

Universidad de Los Andes
Centro de Física Fundamental
Área de Caos y Sistemas Complejos.

Comprendiendo la formación de
comunidades.

Br. Eyisto Aguilar.
Tutor: Kay Tucci.

Planteando el problema.

- **El problema:**

Modelo de formación de comunidades.



Dinámica. \longrightarrow ¿Formación de comunidades?.

Herramientas para la detección de las comunidades.



- ¿Por que estudiar comunidades?

Importancia.

Política.

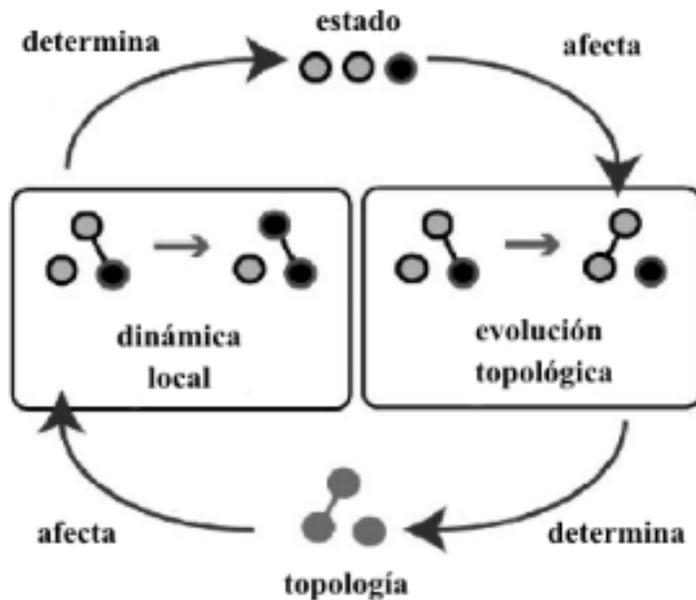
Económica.

Social.



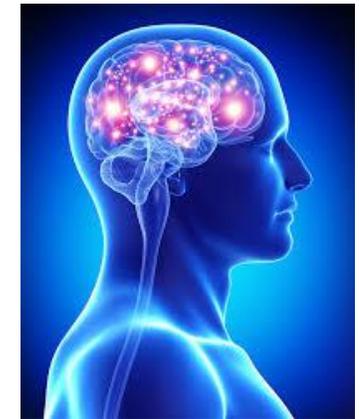
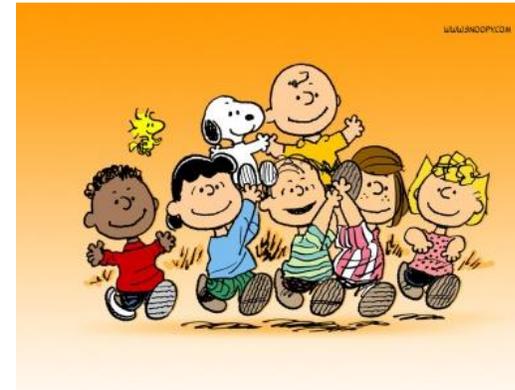
Sistemas Dinámicos Coevolutivos.

- La topología del sistema complejo tiene dinámica.
- El estado de un agente cambia por influencia de su entorno
- El entorno de un agente cambia como consecuencia de su estado



Ejemplos:

- Relaciones de negocios.
- Sistemas biológicos.
- Propagación de enfermedades.
- Grupos de amigos.
- Redes de comunicación.

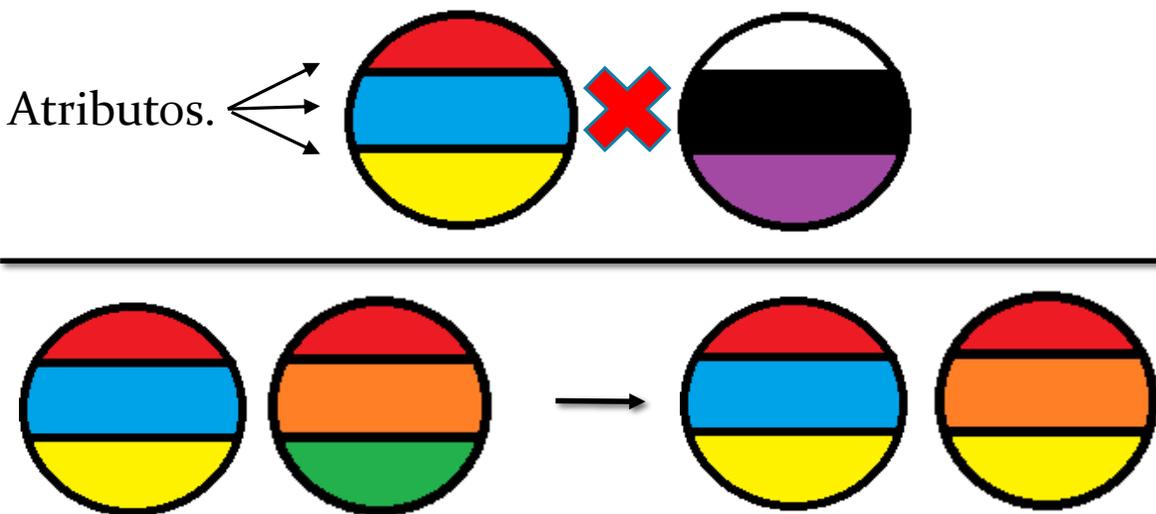


Modelos de dinámica social.



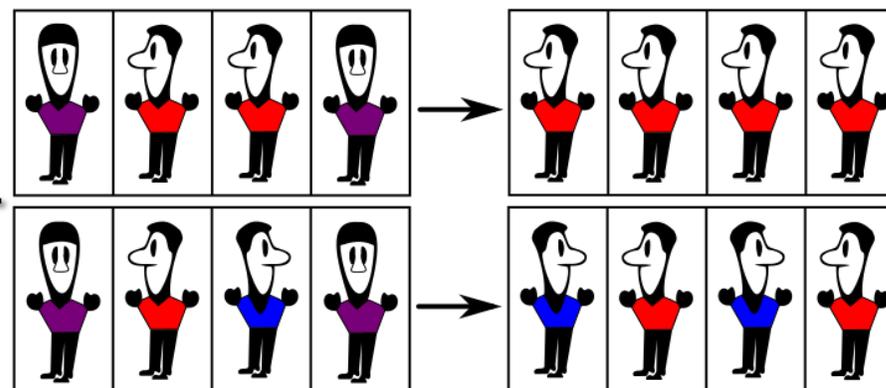
Modelo de Axelrod¹. Diseminación cultural.

- 1) La probabilidad de interacción entre individuos es proporcional al número de atributos culturales que comparten.
- 2) La interacción aumenta la similitud cultural entre individuos.



Modelo de Sznajd²

- 1) Si dos personas comparten la misma opinión, sus vecinos empezarán a estar de acuerdo con ellos.
- 2) Si un bloque de personas adyacentes no están de acuerdo, sus vecinos empezaran a discutir con ellos.



Otros modelos: Glauber, Balance social, juego de las minorías, modelo del votante.

1.- Axelrod, R. (1997). The dissemination of culture a model with local convergence and global polarization. *Journal of conflict resolution*, 41(2), 203-226.

2.- Sznajd-Weron, K., & Sznajd, J. (2000). Opinion evolution in closed community. *International Journal of Modern Physics C*, 11(06), 1157-1165.

Modelo de Deffuant.

Deffuant G. Neau D. Amblard F. & Weisbuch G. (2000). Mixing beliefs among interacting agents.
Advances in Complex Systems, 3(87-98).



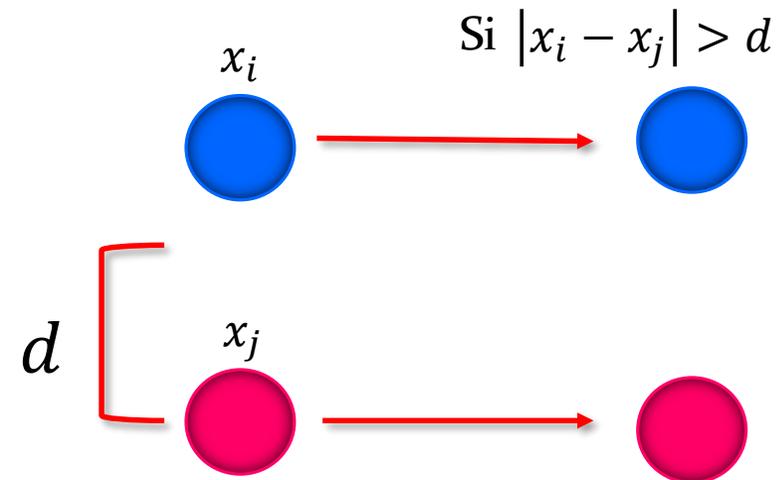
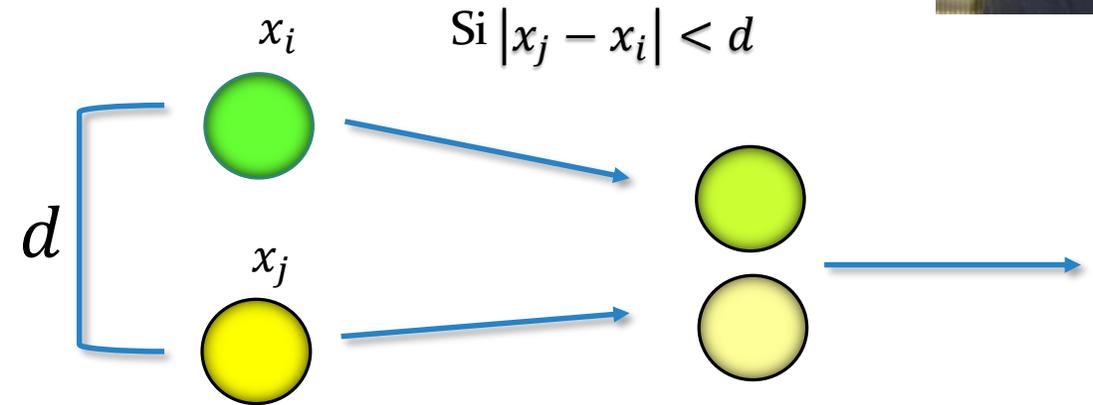
Es un modelo de dinámica social en donde agentes constantemente ajustan sus opiniones sobre algún tema específico.

Características.

- Los agentes poseen un opinión inicial aleatoria entre $[0,1]$.
- La interacción de los elementos del sistema dependerá del umbral d (Tolerancia).
- A cada paso de tiempo se elijen dos agentes al azar, si la diferencia entre las opiniones de los agentes es menor que la del umbral d entonces los agentes reajustan sus opiniones, de acuerdo a:

$$x_i = x_i + \mu * (x_j - x_i)$$

$$x_j = x_j + \mu * (x_i - x_j)$$



Modelo de Deffuant.

Deffuant G. Neau D. Amblard F. & Weisbuch G. (2000). Mixing beliefs among interacting agents. *Advances in Complex Systems*, 3(87-98).

$N=1000$; $d = 0,5$; $\mu = 0,5$.

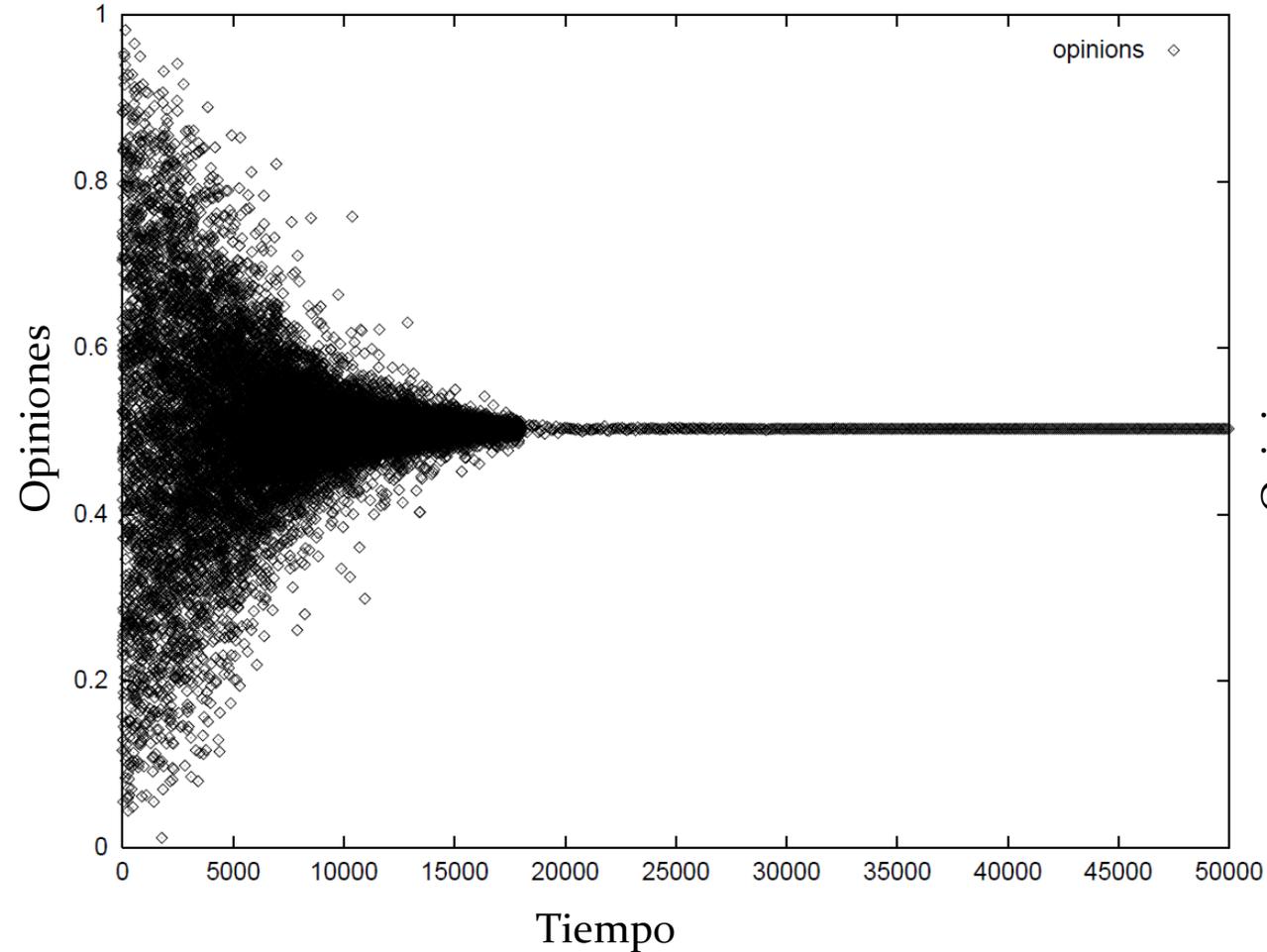


Gráfico 1. Opiniones VS Tiempo.

$N=1000$; $d = 0,2$; $\mu = 0,5$.

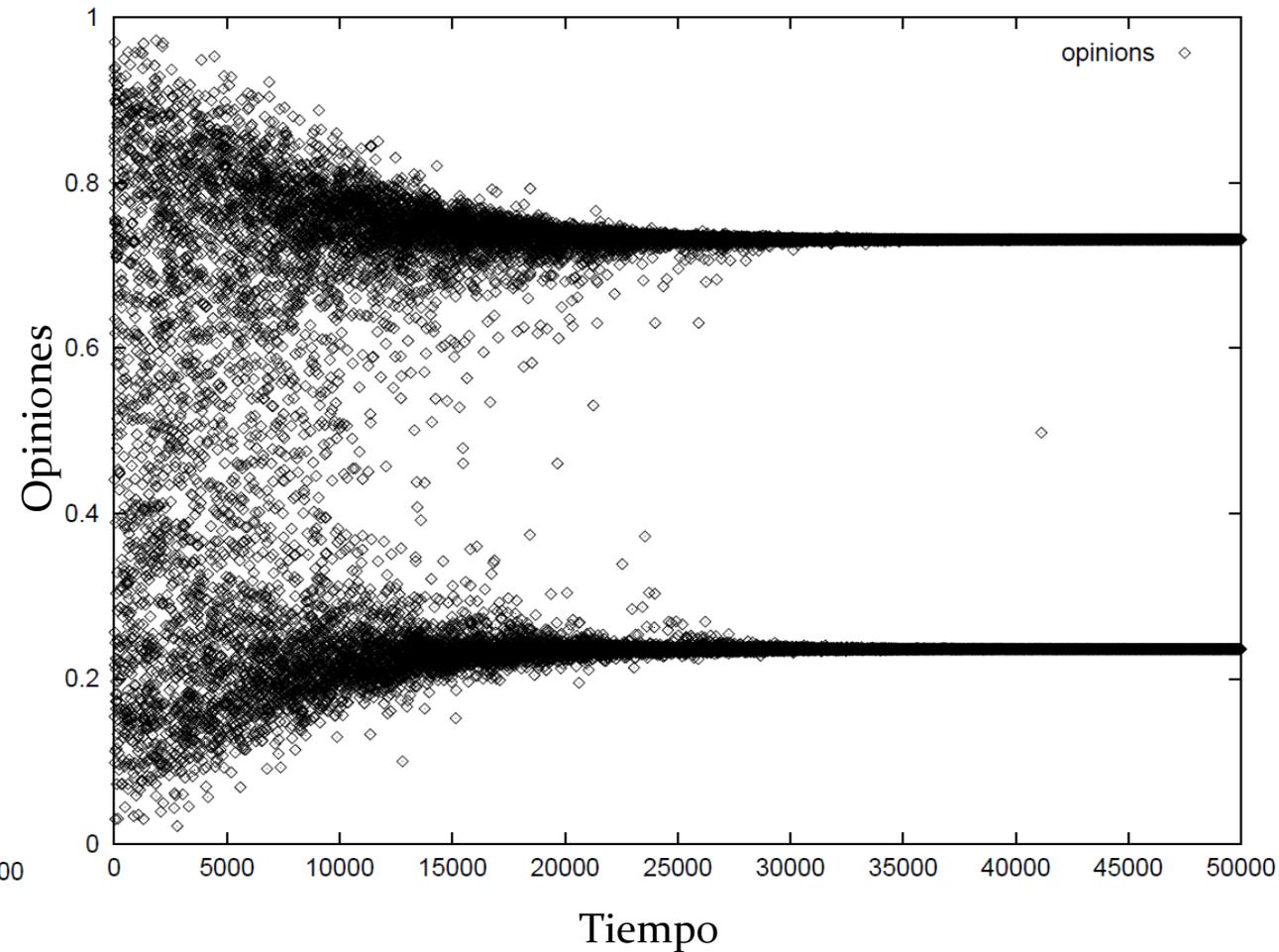
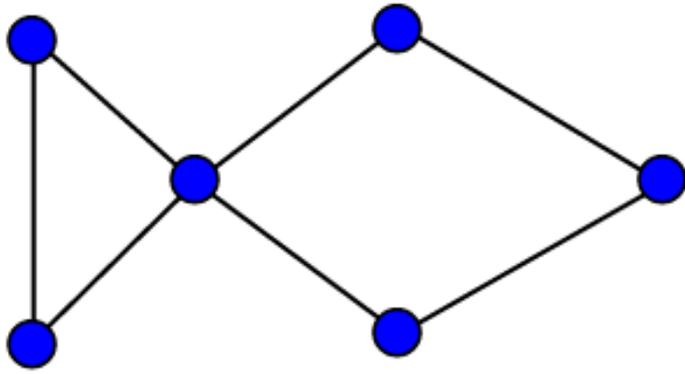


Gráfico 2. Opiniones VS Tiempo .

Redes.

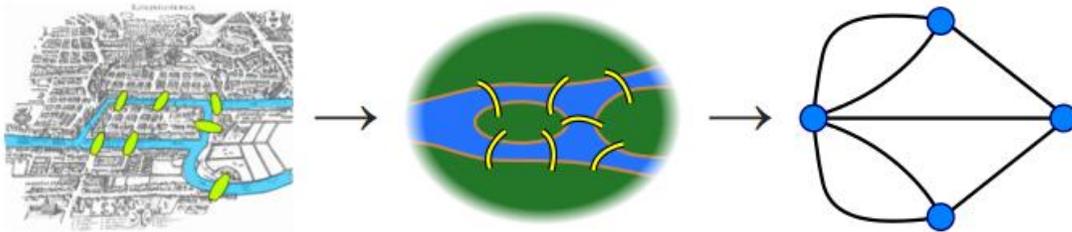
Nodo i



Nodo j

Teoría de grafos.

Problema de los puentes de Königsberg.
Leonhard Euler (1736)

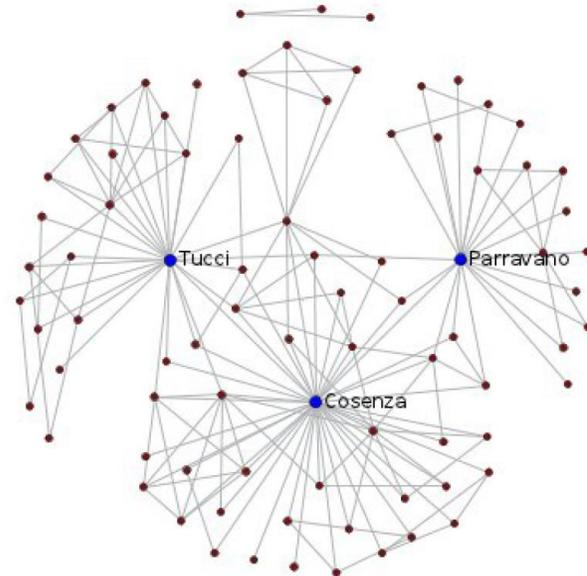
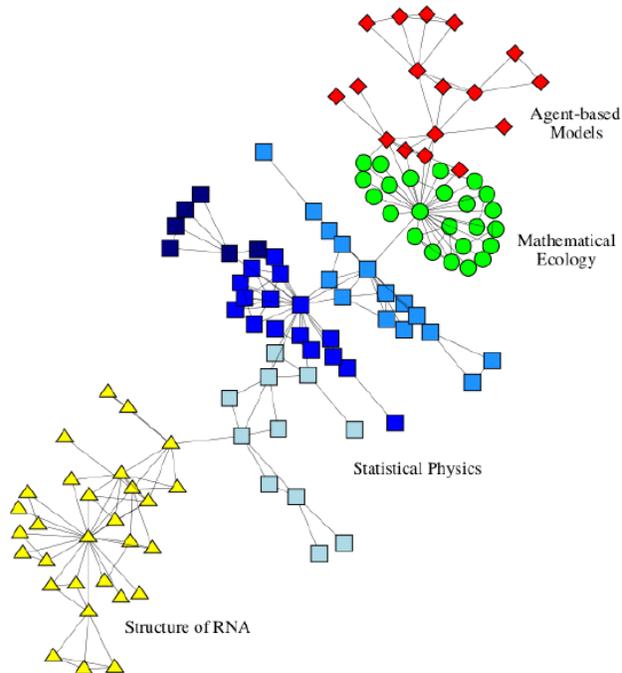


Un grafo G consiste en un par de conjuntos $G = \{P, E\}$, en donde P es un conjunto de N nodos y E es el conjunto de los enlaces que los conectan.



Estructura de comunidades.

En una red se dice que hay estructura de comunidades cuando existen grupos de nodos mucho mas conectados entre si que con el resto de los nodos.



¿De que forman se detectan las comunidades?

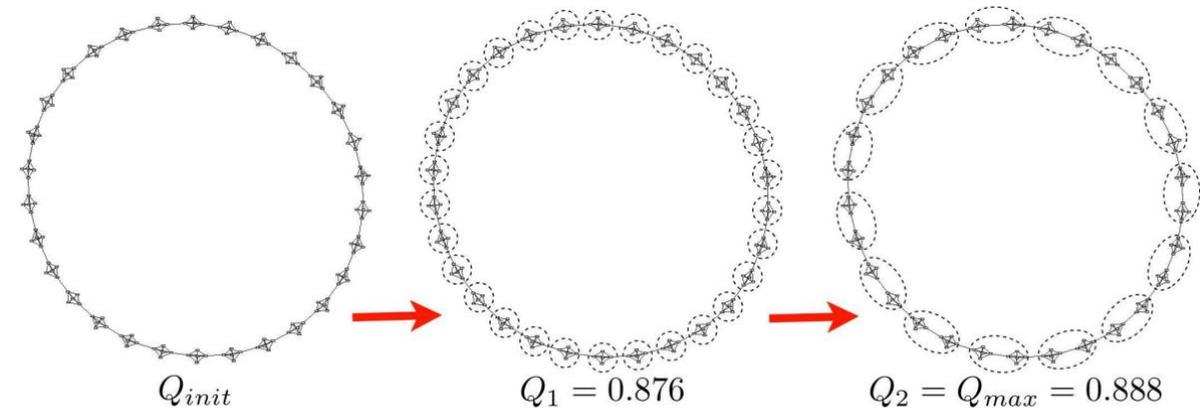
- **Algoritmo de Louvain.**

Blondel, V. D., Guillaume, J. L., Lambiotte, R., & Lefebvre, E. (2008). Fast unfolding of communities in large networks. *Journal of statistical mechanics: theory and experiment*, 2008(10), P10008.

Modularidad.

Densidad de enlaces dentro de las comunidades.

Toma valores entre $[-1,1]$.



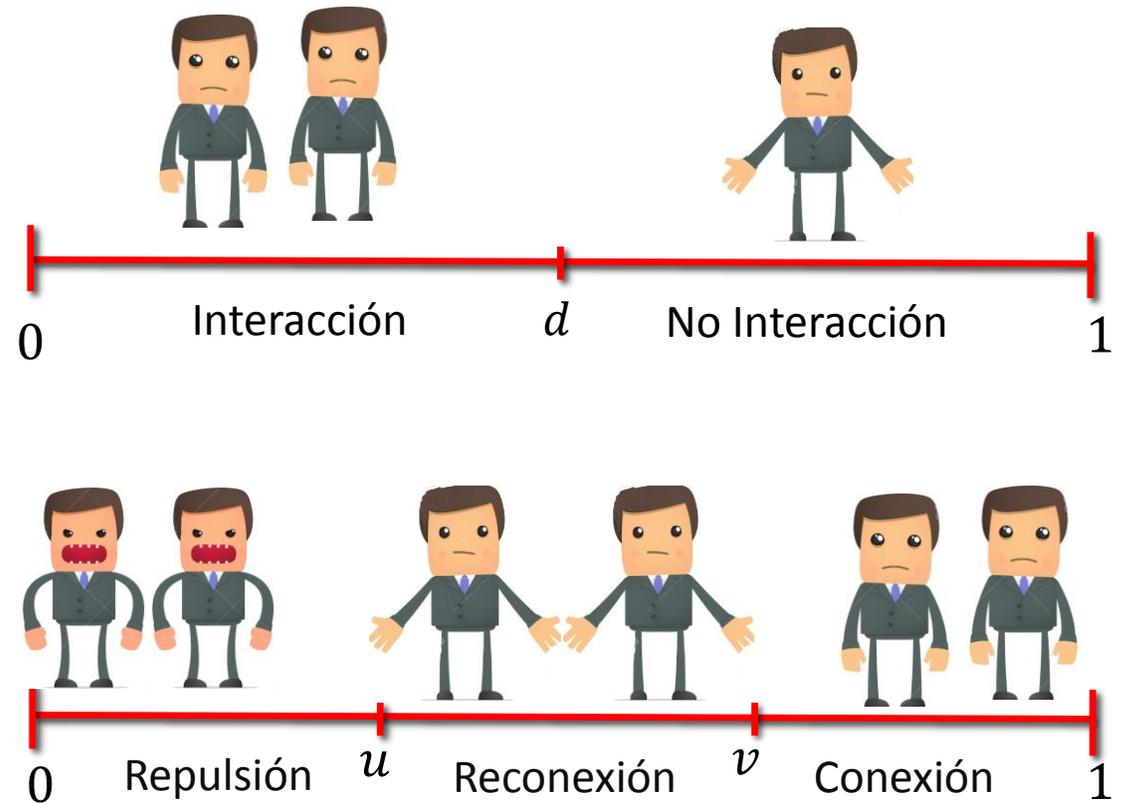
Estructura modular inducida por exclusión.

Sirius Fuenmayor C. Kay Tucci. (2014). Estructura modular inducida por exclusión en un modelo de formación de opinión sobre redes coevolutivas. Tesis de licenciatura. Universidad de Los Andes. Mérida-Venezuela.

- El sistema está compuesto de N individuos que interactúan sobre una red, el individuo i está conectado con los elementos del conjunto de vecinos de i .
- A cada paso de tiempo se seleccionan al azar dos individuos $i \in 1,2,\dots, N$ y $j \in$ conjunto de vecinos.
- Se calculan las nuevas creencias de i y j de acuerdo a:

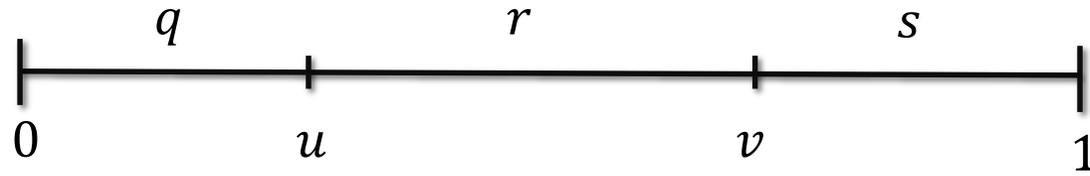
$$X_i(t + 1) = X_i + \mu * p(d_{ij}) * (X_j(t) - X_i(t))$$

$$X_j(t + 1) = X_j + \mu * p(d_{ij}) * (X_i(t) - X_j(t))$$

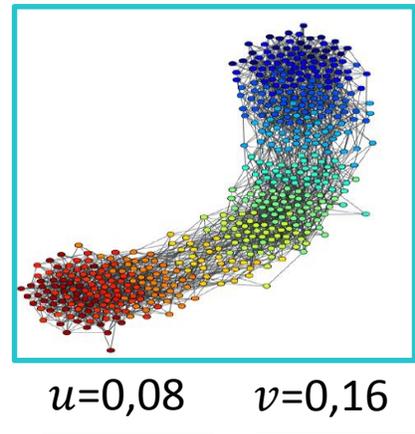


$$p(d_{ij}) = \begin{cases} q & \text{si } d_{ij} \in [0, u) \\ r & \text{si } d_{ij} \in [u, v) \\ s & \text{si } d_{ij} \in [v, 1] \end{cases}$$

$q, r, s \in \{-1, 0, 1\}$ con $q \neq r \neq s$

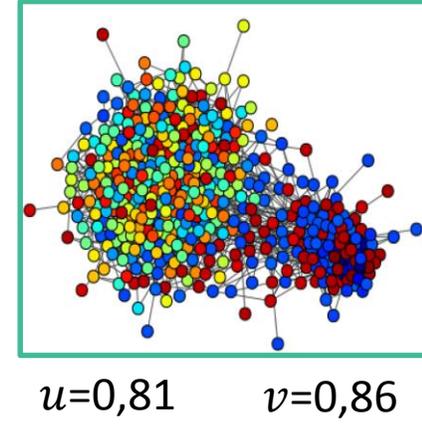


De acuerdo a los intervalos $[0, u)$, $[u, v)$, $[v, 1]$ se pueden presentar diferentes casos:

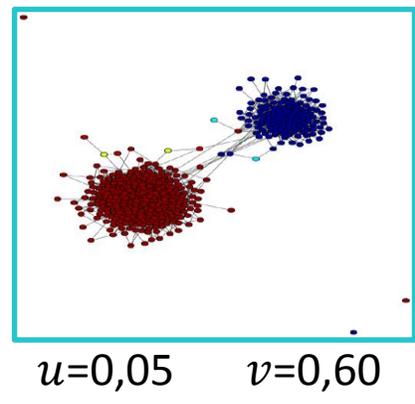


1

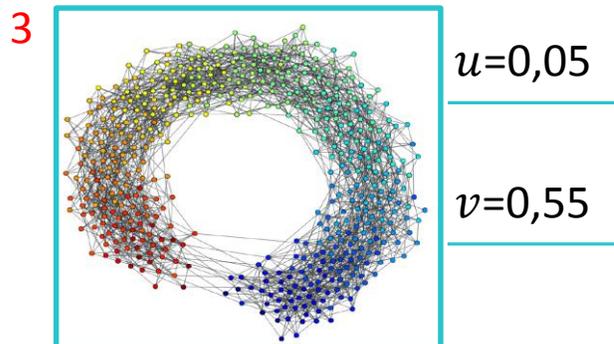
Caso	$[0, u)$	$[u, v)$	$[v, 1]$
1	$(q = -1)$	$(r = 1)$	$(s = 0)$
2	$(q = 1)$	$(r = -1)$	$(s = 0)$
3	$(q = -1)$	$(r = 0)$	$(s = 1)$
4	$(q = 1)$	$(r = 0)$	$(s = -1)$
5	$(q = 0)$	$(r = -1)$	$(s = 1)$
6	$(q = 0)$	$(r = 1)$	$(s = -1)$



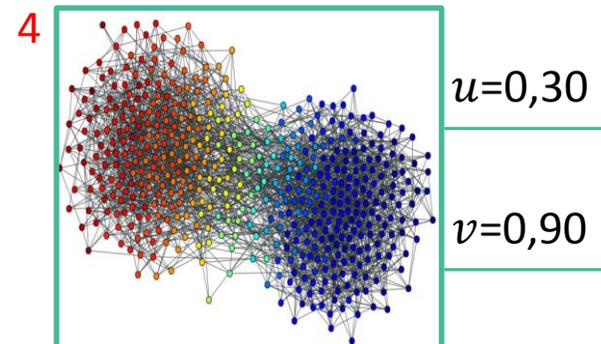
5



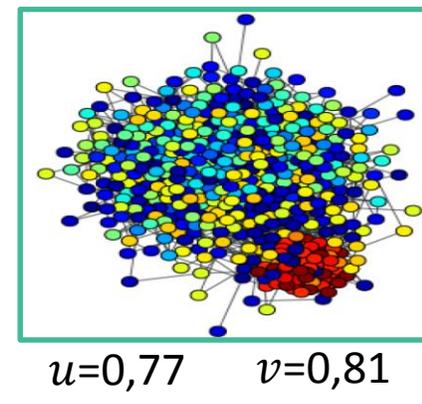
2



3



4



6

Nuestra propuesta:
Surgimiento de comunidades en un modelo de
formación de opinión multidimensional.

Nuestro modelo.

- X_i^f : Opiniones de los agentes (entre 0 y 1).
 i : Identificación de agente.
 f : Componente.
 F : Dimensión.

- A cada paso de tiempo se elijen dos agentes al azar y se mide la diferencia entre las opiniones d_{ij} .

$$d_{ij} = \sum_{f=0}^1 \sqrt{(X_i^f - X_j^f)^2}$$

- Los agentes modificaran su opinión de acuerdo a:

$$X_i^f(t+1) = X_i^f(t) + \mu * p^f(d_{ij}) * (X_j^f(t) - X_i^f(t))$$

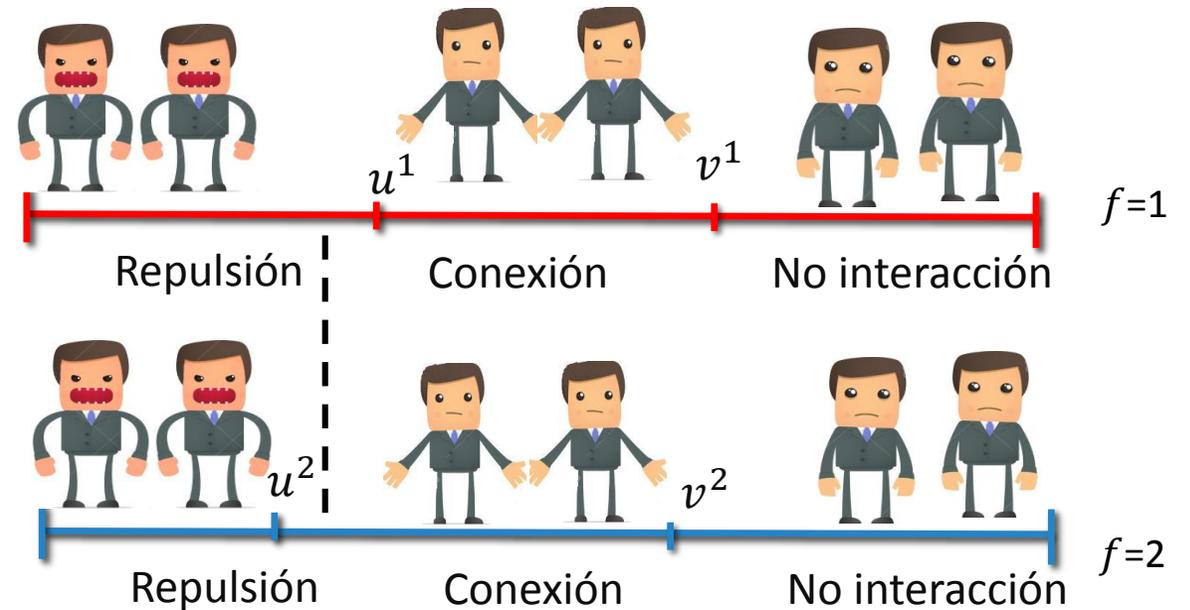
$$X_j^f(t+1) = X_j^f(t) + \mu * p^f(d_{ij}) * (X_i^f(t) - X_j^f(t))$$

$$p^f(d_{ij}) = \begin{cases} q^f & \text{si } d_{ij} \in [0, u^f) \\ r^f & \text{si } d_{ij} \in [u^f, v^f) \\ s^f & \text{si } d_{ij} \in [v^f, 1] \end{cases}$$

$q^f, r^f, s^f \in \{-1, 0, 1\}$ con $q^f \neq r^f \neq s^f$

Ejemplo: Para $F = 2$

Para $f = 1$ → $u^1; v^1$
 Para $f = 2$ → $u^2; v^2$
 Se tendrán dos reglas.
 Para $f = 1$ → (q^1, r^1, s^1)
 Para $f = 2$ → (q^2, r^2, s^2)



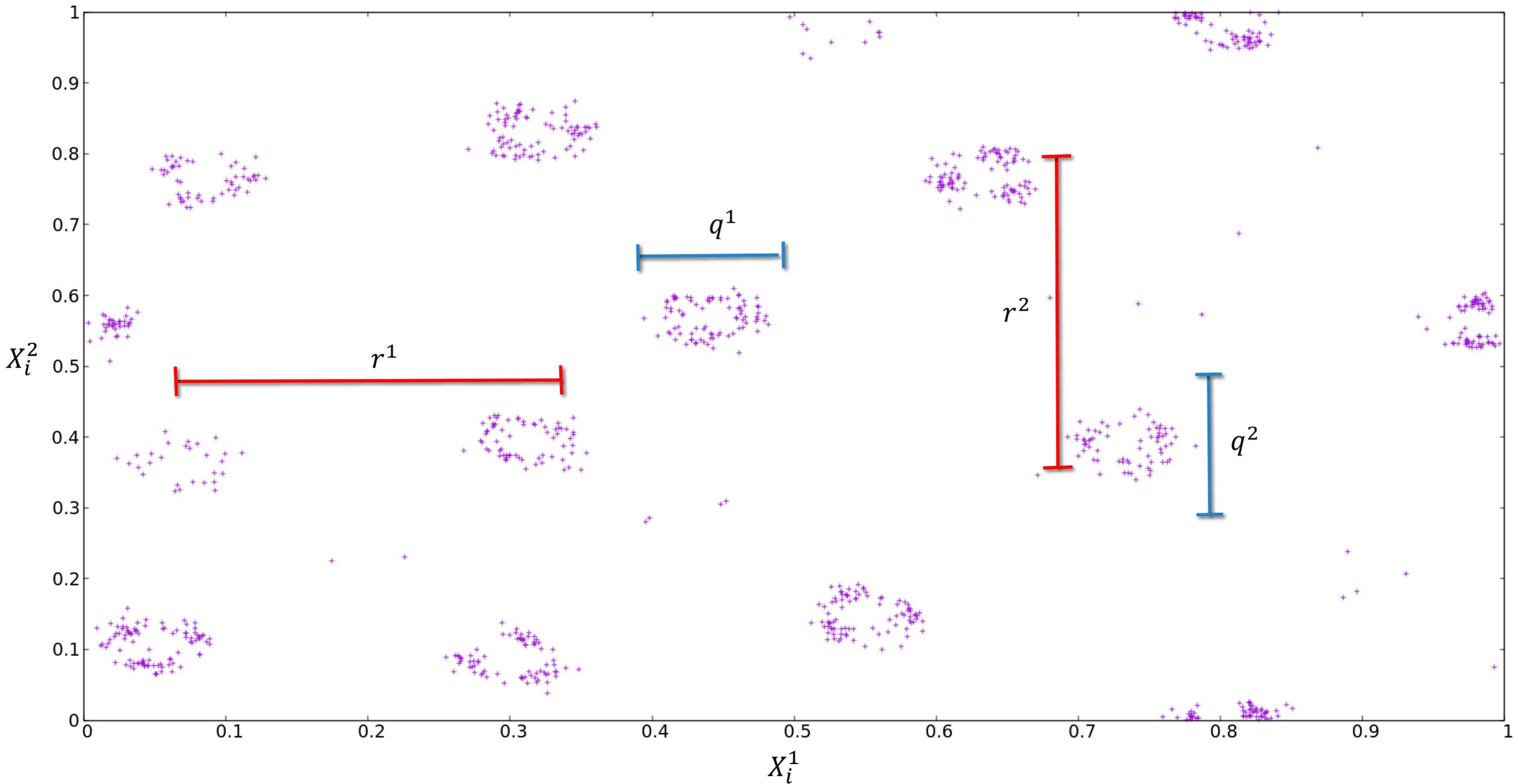


Gráfico 3. X_i^2 vs X_i^1 para el caso $(-1,1,0)$; $(u^1 = 0.08, v^1 = 0.16)$; $(u^2 = 0.08, v^2 = 0.16)$

Posibilidades de interacción en $f=1$

Caso	$[0, u^1)$	$[u^1, v^1)$	$[v^1, 1]$
-1,1,0	$q^1 = -1$	$r^1 = 1$	$s^1 = 0$
1,-1,0	$q^1 = 1$	$r^1 = -1$	$s^1 = 0$
-1,0,1	$q^1 = -1$	$r^1 = 0$	$s^1 = 1$
1,0,-1	$q^1 = 1$	$r^1 = 0$	$s^1 = -1$
0,-1,1	$q^1 = 0$	$r^1 = -1$	$s^1 = 1$
0,1,-1	$q^1 = 0$	$r^1 = 1$	$s^1 = -1$

Posibilidades de interacción en $f=2$

Caso	$[0, u^2)$	$[u^2, v^2)$	$[v^2, 1]$
-1,1,0	$q^2 = -1$	$r^2 = 1$	$s^2 = 0$
1,-1,0	$q^2 = 1$	$r^2 = -1$	$s^2 = 0$
-1,0,1	$q^2 = -1$	$r^2 = 0$	$s^2 = 1$
1,0,-1	$q^2 = 1$	$r^2 = 0$	$s^2 = -1$
0,-1,1	$q^2 = 0$	$r^2 = -1$	$s^2 = 1$
0,1,-1	$q^2 = 0$	$r^2 = 1$	$s^2 = -1$

Interacciones posibles en x, y para cada caso.

$f=1$	$f=2$
1	1
1	0
1	-1
-1	1
-1	0
-1	-1
0	1
0	-1