Universidad de Los Andes
Facultad de Ciencias
Centro de Física Fundamental

Comportamiento Colectivo inducido por diversidad en redes dinámicas

Andrea Valdéz

Tutor: Dr. Mario Cosenza

Dinámica local de la red
CAOS ROBUSTO

Caos Robusto

- Métodos para generarlo:

- Mapas uniformes a trozos en 1-D.

A. Potapov and M. K. Ali, Phy. Lett. A, 2000, 277(6): 310

$$x_{k+1} = \left|\tanh s(x_k - c)\right|$$

- Mapas unimodales uniformes en 1-D.

M. Andrecut and M. K. Ali, Inter. J. Mod. Phys. B, 2001, 15(2): 177

M. Andrecut and M. K. Ali, Mod. Phys. Lett. B, 2001, 15(12-13): 391

$$f(x,\alpha) = \frac{1 - x^{\alpha} - (1-x)^{\alpha}}{1 - 2^{1-\alpha}}$$

$$f(\phi(x),\nu) = \frac{1 - \nu^{\pm\phi(x)}}{1 - \nu^{\pm\phi(c)}}$$

Escenarios de Caos Robusto

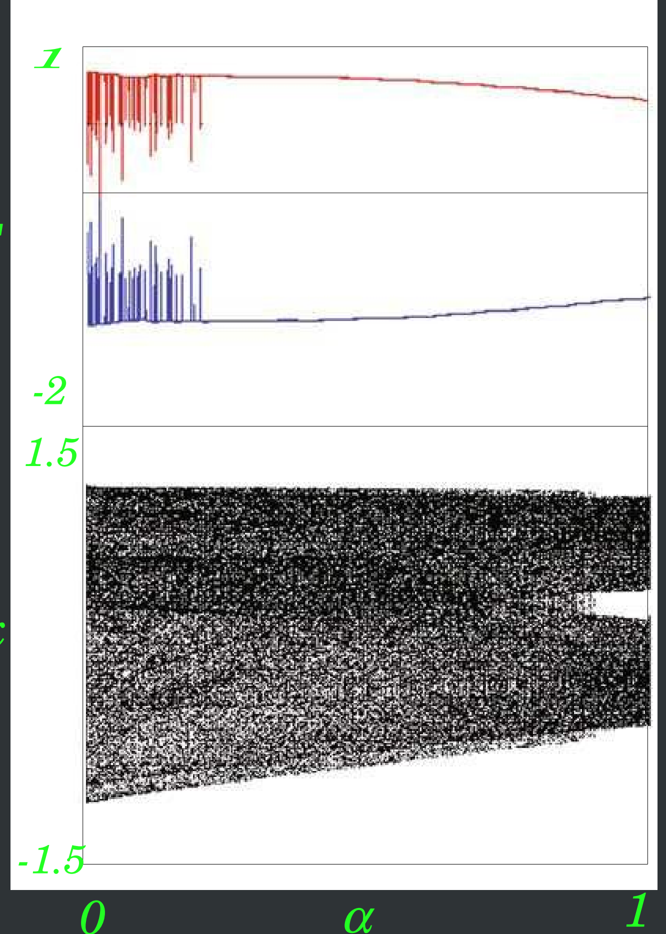
- Mapas uniformes a trozos en 2-D.

Z. Elhadj and J. C. Sprott., *A Unified Piecewise Smooth Chaotic Mapping that conteins the Hénon and the Lozi Systems, submitted*

$$U(x,y)=\begin{pmatrix}1-1.4 f_{\alpha}(x)+y\\ 0.3x\end{pmatrix}$$

$$f_{\alpha}(x)=\alpha|x|+(1-\alpha)x^2$$

$$0\leqslant\alpha\leqslant 1$$



Escenarios de Caos Robusto

- Mapas no-uniformes.

  A. Priel and I. Kanter, Europhys. Lett., 2000, 51(2): 230

$$f(x)=\begin{cases} 1, & if\ w.x+b>0 \\ 0, & else \end{cases}$$

- Sistemas de tiempo-contínuo:
  - Sistemas hiperbólicos.

    S. Kuznetsov and E. Seleznev, Journal of Experimental and Theoretical Physics, 2006, 102(2): 355

$$\left|\begin{array}{c} \dot{x}=-2\pi u+(h_1+A_1\cos(2\pi\tau)/N)x-\frac{1}{3}x^3 \\ \dot{u}=2\pi(x+\epsilon_2 ycos(2\pi\tau)) \\ \dot{y}=-4\pi v+(h_2-A_2\cos(2\pi\tau)/N)y-\frac{1}{3}y^3 \\ \dot{v}=4\pi(y+\epsilon_1 x^2) \end{array}\right|$$

Escenarios de Caos Robusto

- Sistemas tipo-Lorenz.

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha(y - h(x)) \\ \dot{y} = x - y + z \\ \dot{z} = -\beta y \end{cases}$$

Mapas Singulares

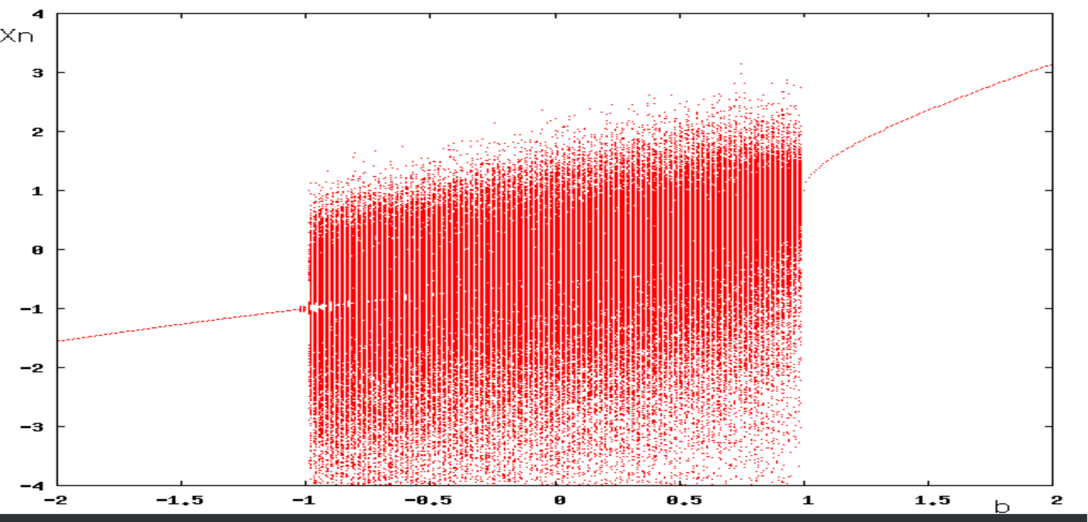
O. Alvarez-Llamoza, M. G. Cosenza and G. A. Ponce. *Caos, Solitons & Fractals, 2008, 36(1): 150*

O. Alvarez-Llamoza and M. G. Cosenza. CIENCIA 15(4), 438 - 443, 2007

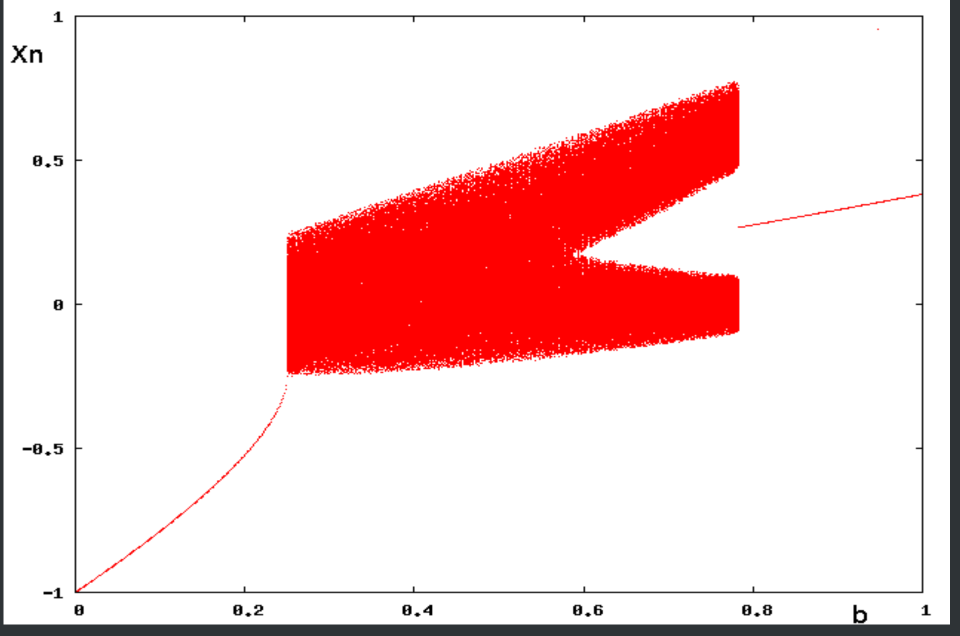
$$f(x_t) = b - |x_t|^z \qquad |z| < 1$$

Dinámica local de la red
MAPAS SINGULARES

$$Sf \equiv \frac{f''}{f'} - \frac{3}{2}\left(\frac{f''}{f'}\right)^2 = \frac{1-z^2}{2x^2} > 0$$



$z = -0.5$

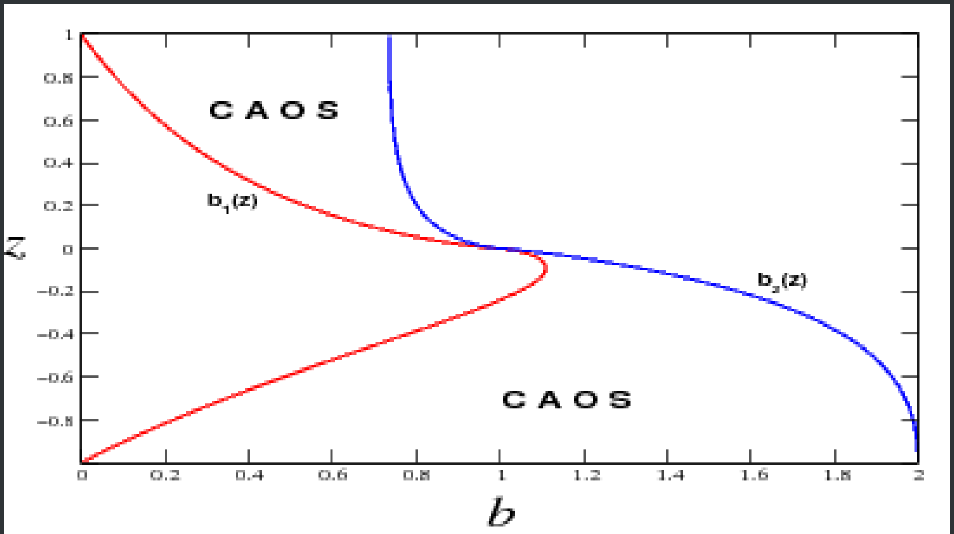


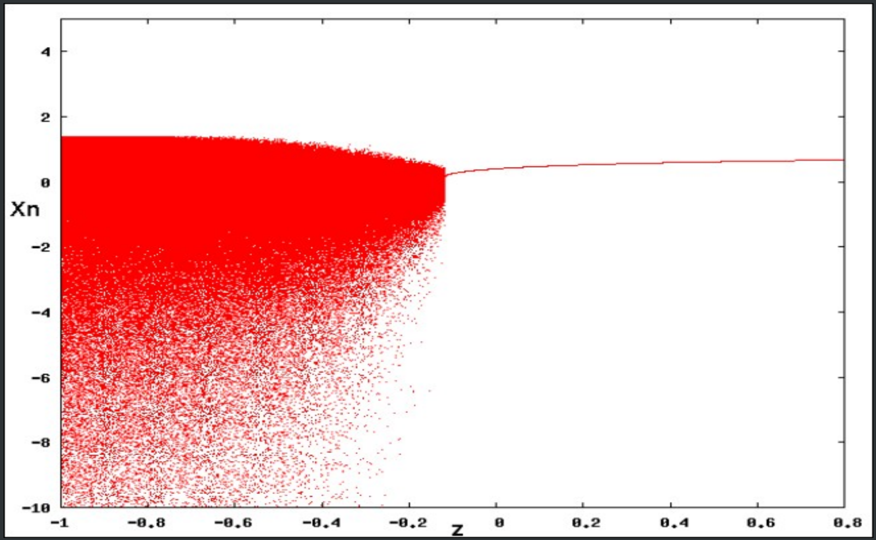
$$b_-(z) = |z|^{\frac{z}{1-z}} - |z|^{\frac{1}{1-z}}$$

$$b_+(z) = |z|^{\frac{z}{1-z}} + |z|^{\frac{1}{1-z}}$$

$z = 0.5$

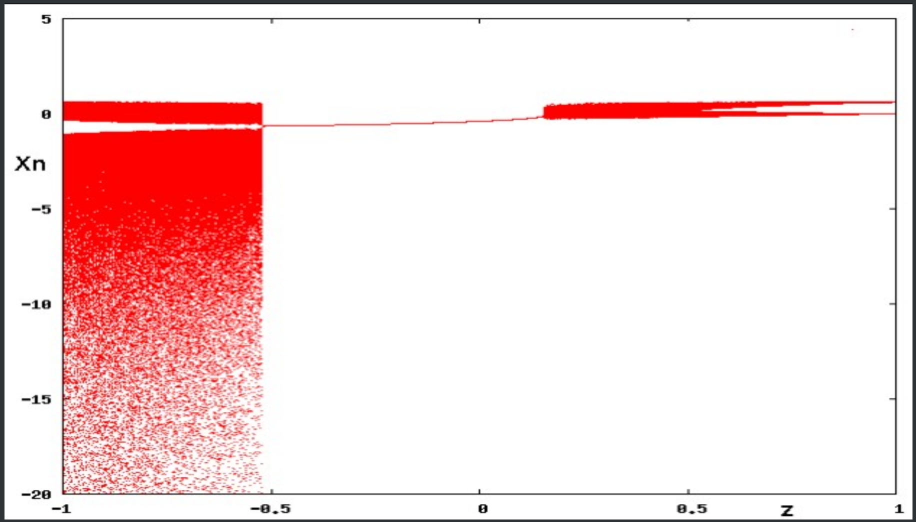
Dinámica local de la red
MAPAS SINGULARES





$b = 1.4$

- *Regiones caóticas en el espacio del parámetro b y del exponente z, de los mapas singulares*



$b = 0.6$

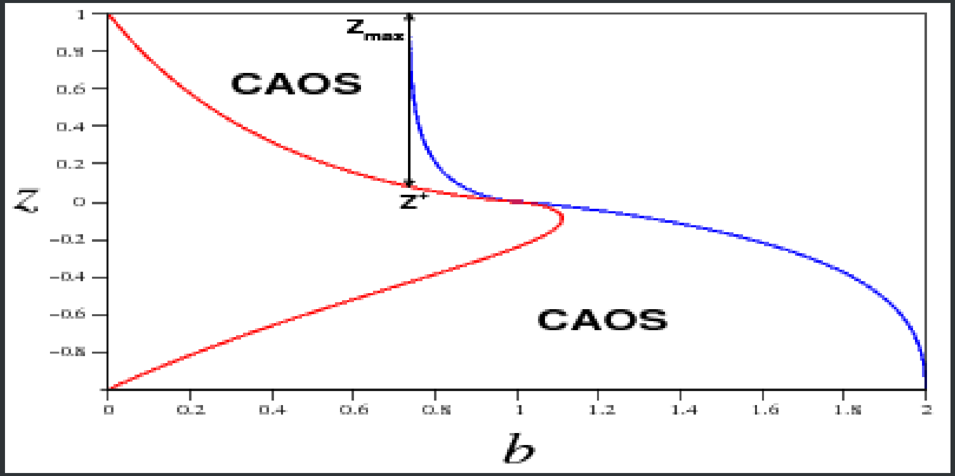
Dinámica global de la red
Sistemas heterogéneos de elementos caóticos globalmente acoplados

- $$x_{t+1}(i)=(1-\epsilon)f_i(x_t(i))+\frac{\epsilon}{N}\sum_{j=1}^{N}f_j(x_t(j))$$
- $$h_t=\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}f_j(x_t(j))$$
- $$f(x_t)=b-|x_t|^z$$

Heterogeneidad

J. González. 2001. *Inducción de orden colectivo por heterogeneidad en sistemas de elementos caóticos acoplados.*

- Distribución de los *z(i)* > 0. $f(x_t)=b-|x_t|^{z(i)}$

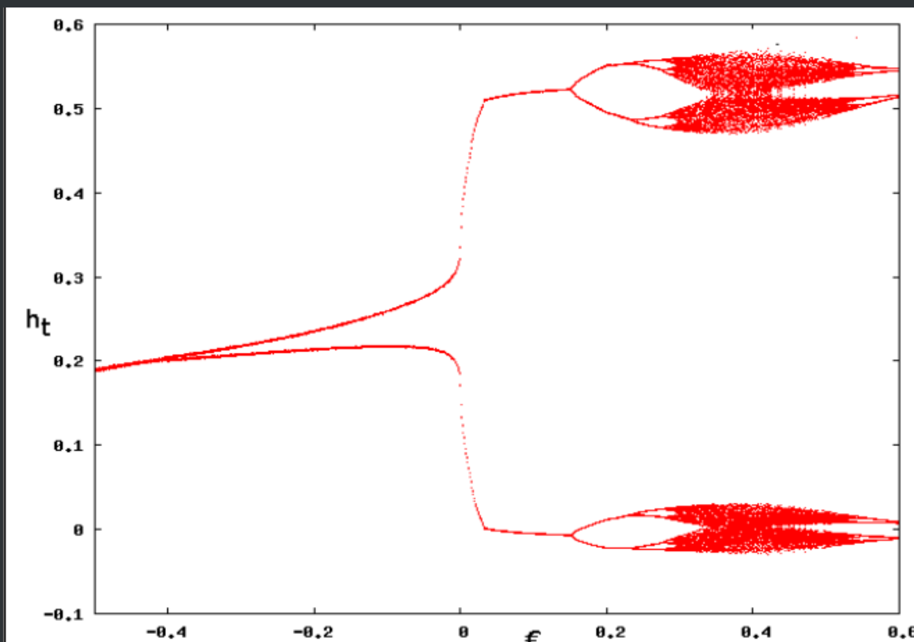


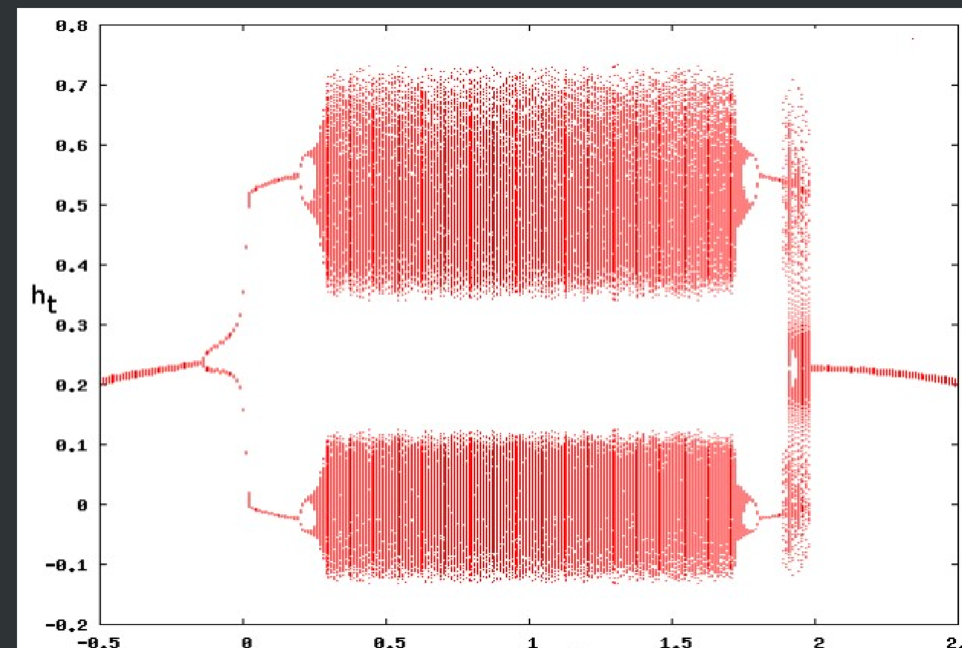
$z(i)>0$

$z=[0.085,\ 1]$

$b=0.735$

Dinámica global de la red
Heterogeneidad en el exponente z

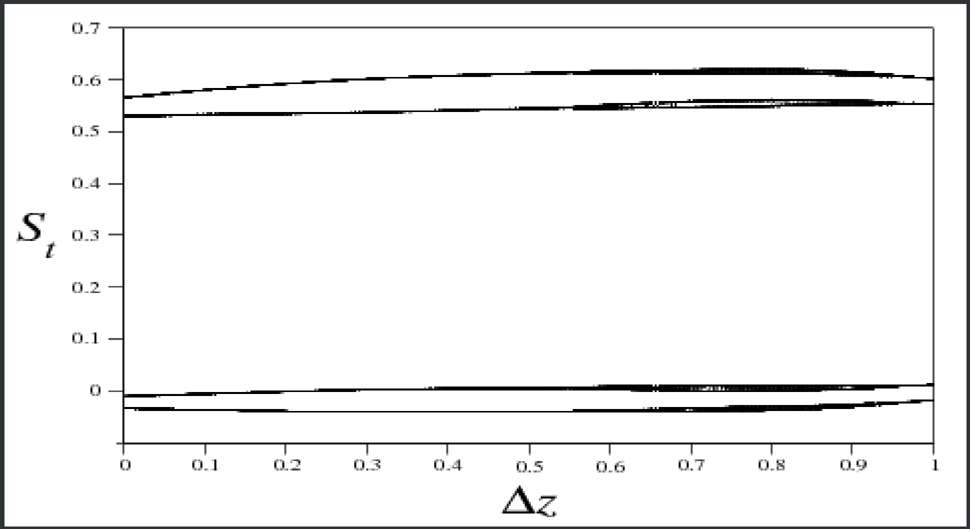




- *Diagrama de bifurcación del campo medio en función del parámetro de acoplamiento, para una distribución aleatoria de los valores del exponente z(i) > 0, con b = 0.735.*

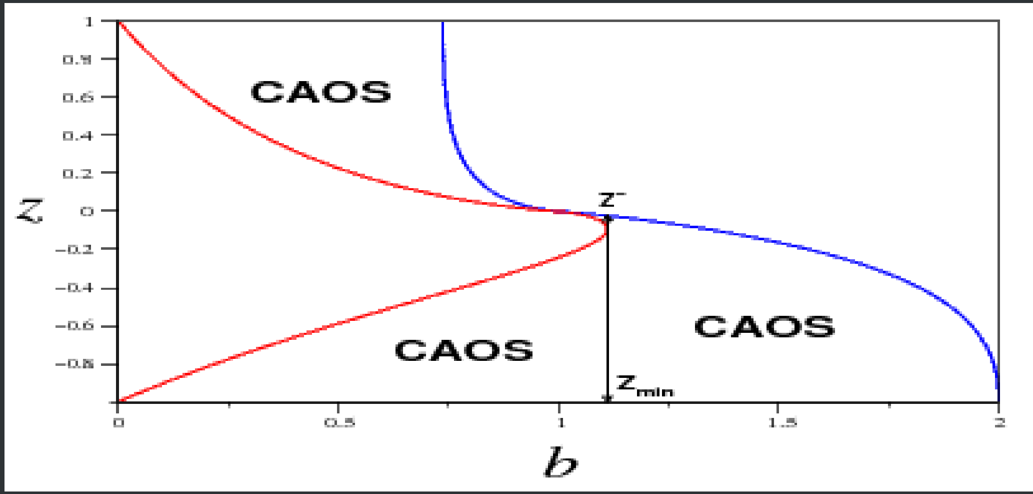
- *Diagrama de bifurcación del campo medio en función del parámetro de acoplamiento en el caso homogéneo. z = 0.4575 y b = 0.735*

Dinámica global de la red
Heterogeneidad en el exponente z



- *Campo medio S_t en función del intervalo Δz, alrededor de z_o = 0.4575, con parámetro de acoplamiento ϵ = 0.2 y parámetro local b = 0.735.*

- Distribución de los *z(i)* < 0.

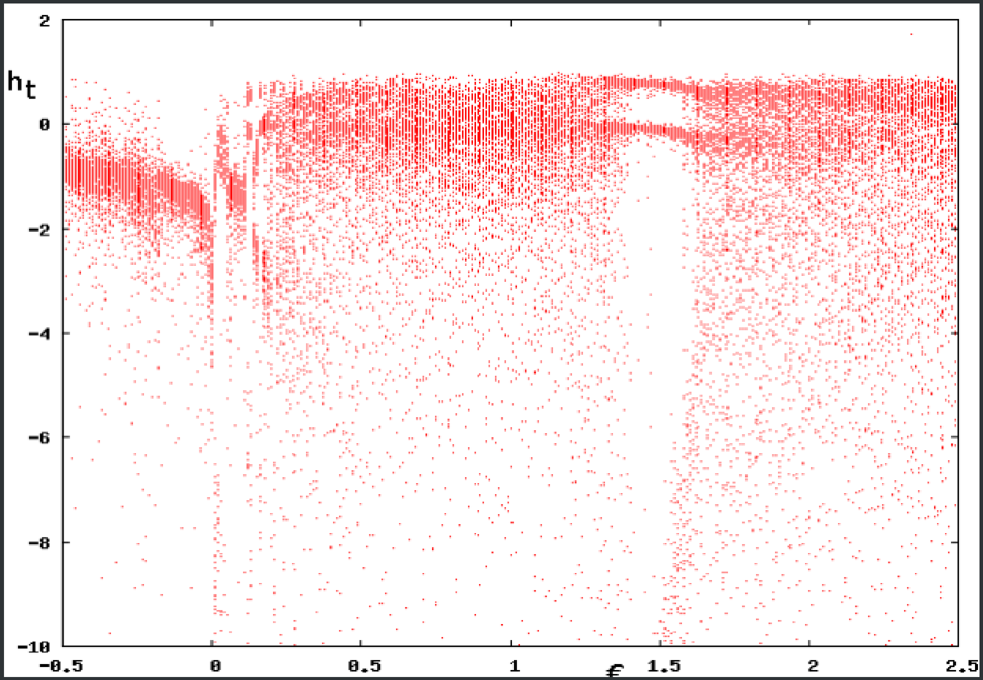


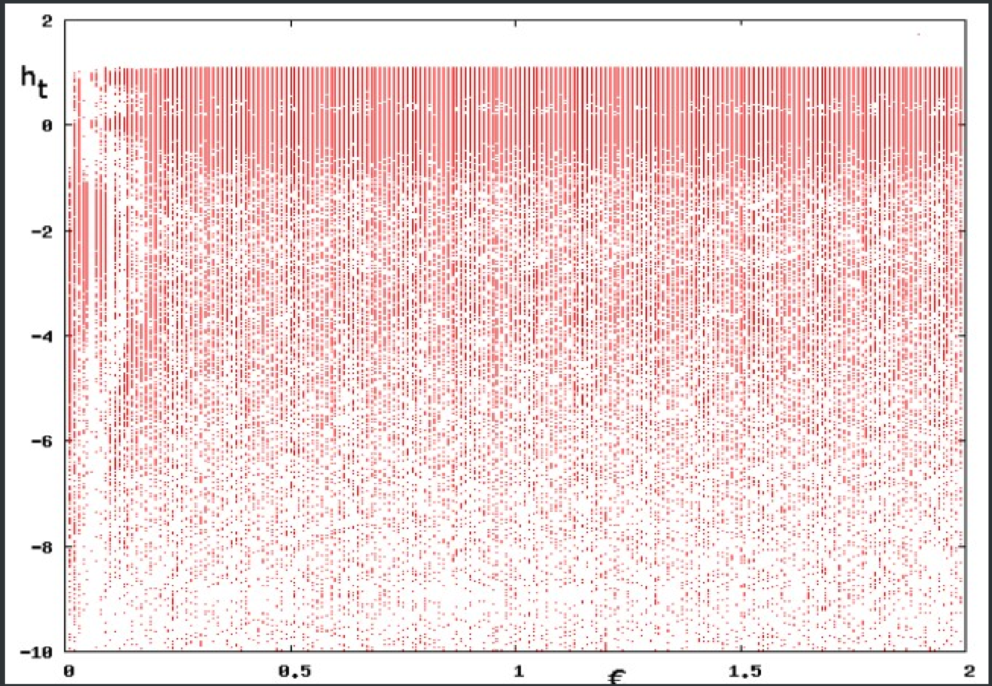
$$z(i) < 0$$

$$z = [-1, -0.023]$$

$$b = 1.11$$

Dinámica global de la red
Heterogeneidad en el exponente z



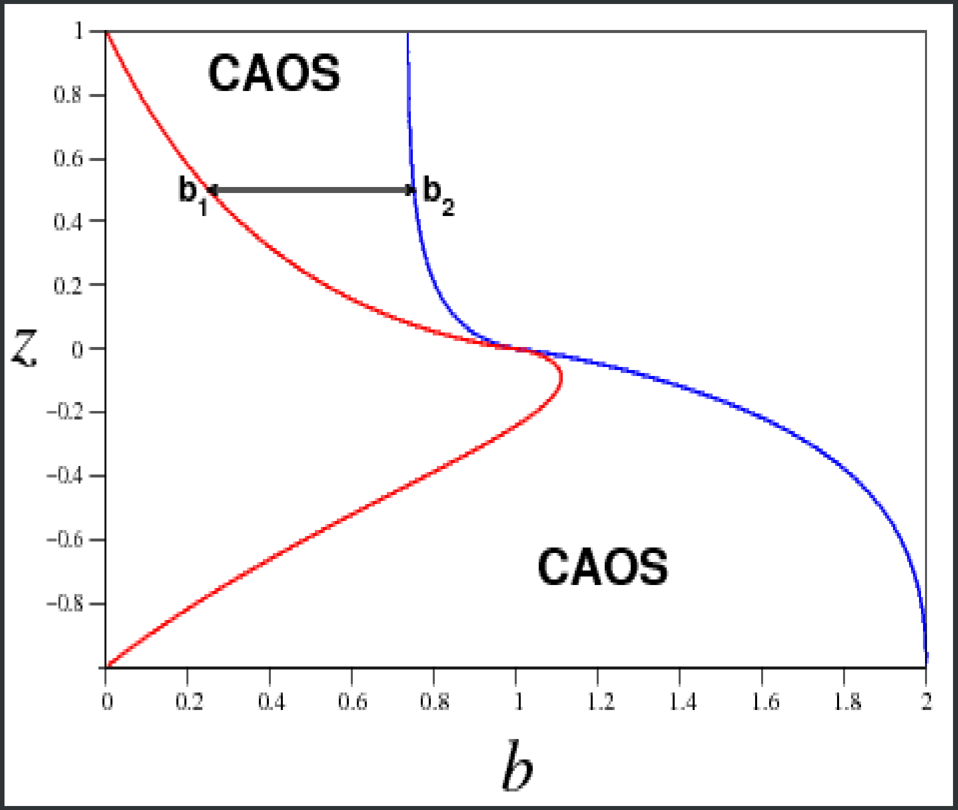


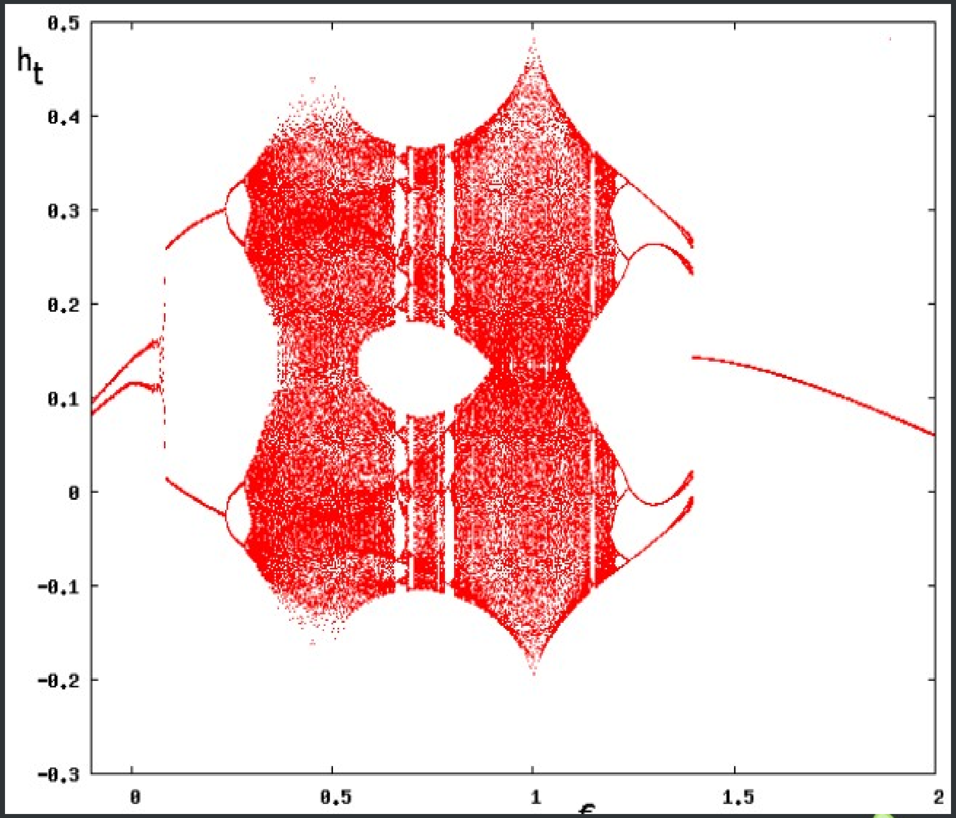
- *Diagrama de bifurcación del campo medio en función del parámetro de acoplamiento, para una distribución aleatoria de los valores del exponente z(i) < 0, con b = 1.11.*
- *Diagrama de bifurcación del campo medio en función del parámetro de acoplamiento en el caso homogéneo. z = -0.6 y b = 0.735*

Dinámica global de la red
Heterogeneidad en el parámetro b

- Distribución de los *b(i)*.

$$f(x_t) = b(i) - |x_t|^z$$



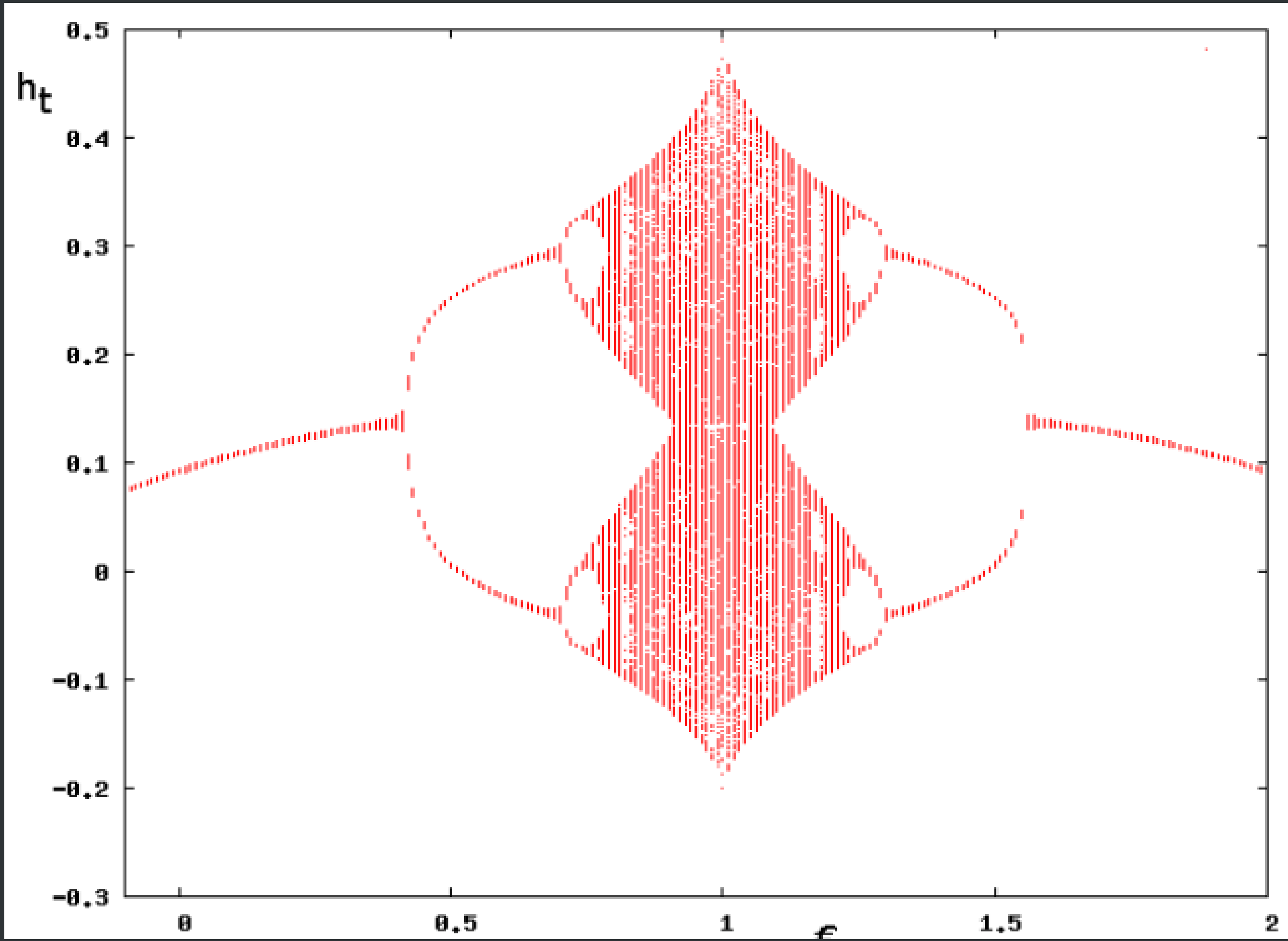


$$b(i) = [0.25,\ 0.75]$$

$$z = 0.5$$

Dinámica global de la red
Heterogeneidad en el parámetro b

- Efecto de agregar ruido a la red



Comportamiento colectivo inducido por diversidad en redes dinámicas

Propuesta

Estudiar el comportamiento colectivo de la red en función del parámetro local b y del exponente z:

- *Obtener el diagrama de bifurcación del campo medio en función del parámetro b (y de z), al distribuirle heterogeneidad en el z (en el b) y al hacer heterogénea la red (heterogeneidad en el ϵ).*
- *Estudiar la sincronización del sistema en cada caso.*
- *Análisis del campo medio en función del ancho de la distribución de los valores con los que se agrega la heterogeneidad (Δz, Δb y $\Delta \epsilon$). Específicamente, estudiar la sincronización de este sistema.*


¡Gracias!