DINÁMICA SIMBÓLICA

Luz Marina Reyes

Universidad de Los Andes
Grupo de Caos y Sistemas Complejos

Febrero 2007

INTRODUCCIÓN

En experimentos con medidas dinámicas, el principal interés es hacer deducciones a cerca de los patrones temporles en los datos de series de tiempo:

- La transformada de Fourier es la herramienta analítica tradicional para caracterizar patrones en dinámicas como periodicidad sinusoidal.
- Para dinámicas como bifurcaciones y oscilaciones caóticas, el método de análisis de datos debe seleccionarse de forma más cuidadosa. Una de las técnicas más usadas en los últimos tiempos es la dinámica simbólica

Dinámica simbólica

Consiste en discretizar una serie temporal en su correspondiente secuencia de símbolos. Esta transformación retiene información importante de la serie original.

Ventajas

✑ Robustez ante el ruido.

✑ Velocidad.

✑ Costos.

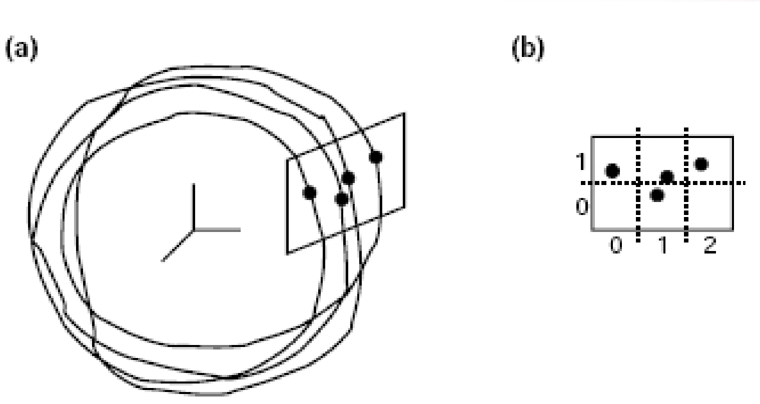
METODOLOGÍA

1. Discretización

Conversión de una serie de datos continua a serie de datos discreta:

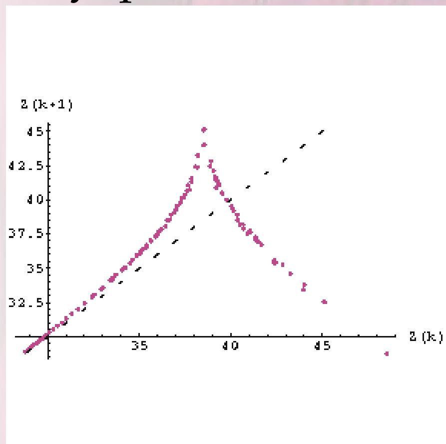
Secciones de Poincaré:

Plano imaginario (no complejo) que corta transversalmente el espacio de fase.



Mapa de Retorno:

Gráfica de una serie de tiempo como función de los valores actuales y previos $x_{t+1} = f(x_t)$.

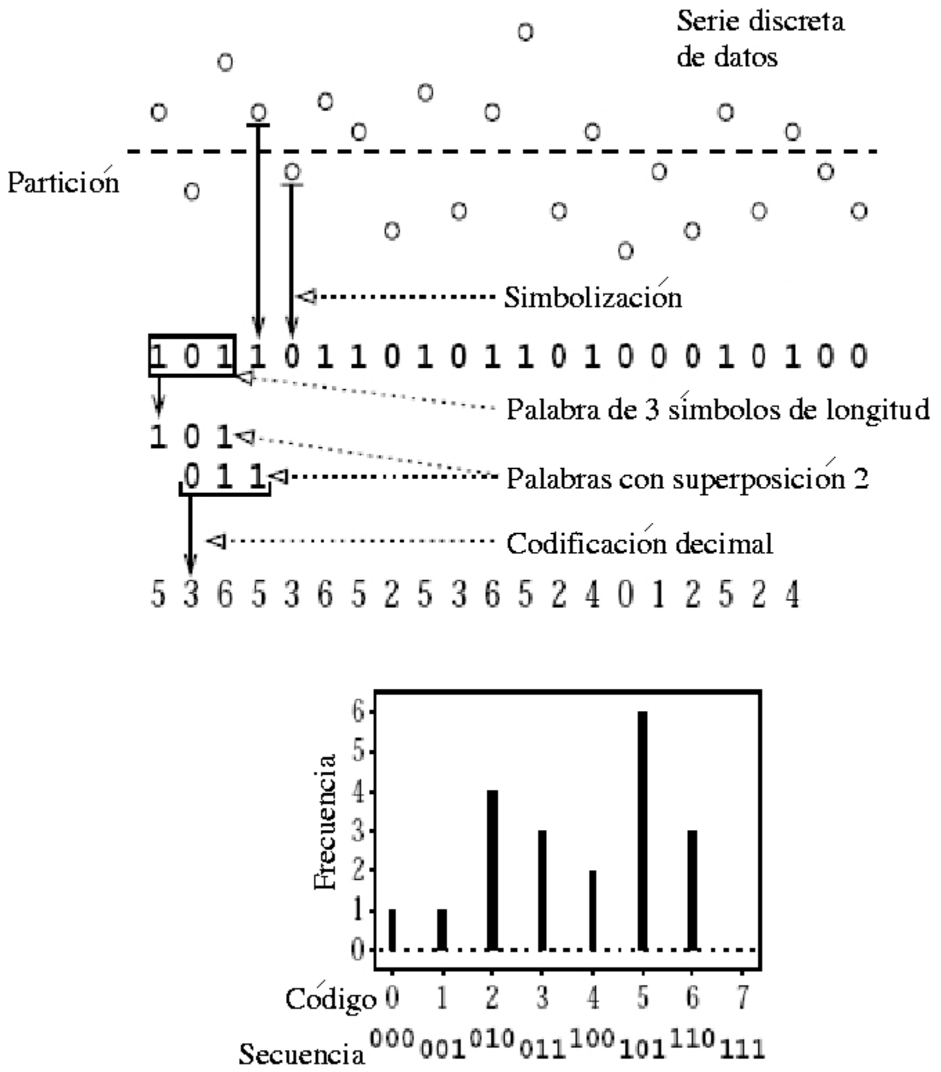


2. Definir alfabeto

- Partición de la observación original (tamaño del alfabeto).
- Cada región de la partición se asocia a un símbolo n.
- Opciones para realizar particiones:
  - Media de los datos.
  - Punto medio o mediana
  - Regiones equiprobables, etc
  - Cualidades físicas de la data.
- La sensibilidad de los resultados a la opción de la partición deben evaluarse cuidadosamente, debido a que la información relevante se puede perder al escoger una mala partición.
- Se ha intentado sistematizar la selección de la partición, iterando un conjunto inicial de particiones con una función objeto que refleja el contenido de información de la serie simbólica resultante combinado con una valoración repetida de la entropía de Shannon. [1]

[1] M. Lehrman, A. B. Rechester, and R. B. White, Phys. Rev. Lett. **78**, 54 (1997)

3. Longitud de la secuencia de símbolos



- L Longitud finita de símbolos
- n^L Número de palabras de longitud L, con n valores del alfabeto.
- Superposición de palabras
- Frecuencia de cada palabra
- Palabras prohibidas: Secuencias de símbolos no probables para el sistema.

ESTADÍSTICAS DE LA SECUENCIA DE SÍMBOLOS

Evalúa la relativa complejidad de la secuencia de símbolos:

- ✑ Entropía alta ➥ Poco grado de estructura determinística
- ✑ Entropía baja ➥ Alto grado de estructura determinística

Entropía de Shannon

$$H = -\sum_i p_i \log_2 p_i$$

Entropía de Rényi de orden q

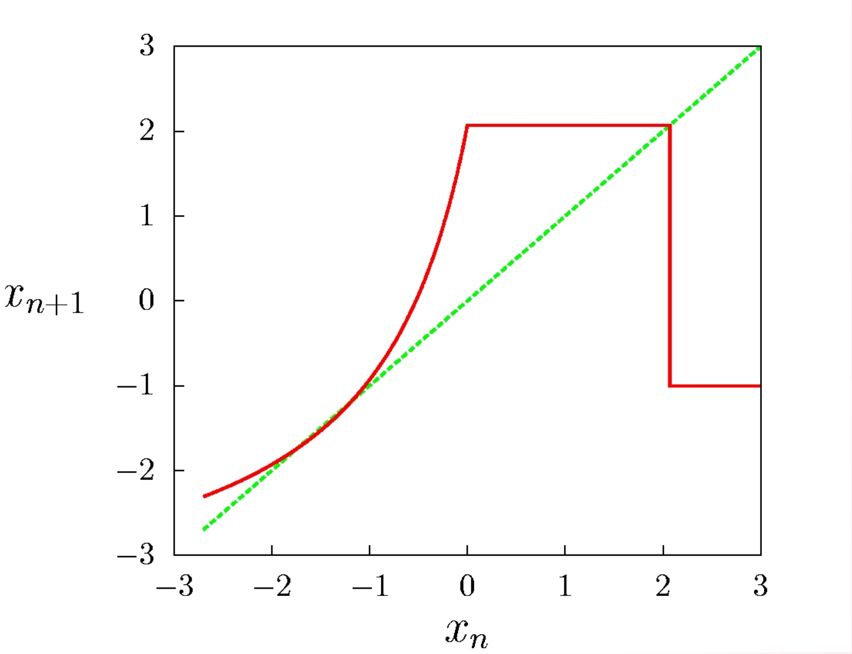
$$H^q = \frac{1}{1-q} \log_2 p_i \sum_i p_i^q$$

p Probabilidad de ocurrencia de cada una de las palabras

APLICACION

Mapa Rulkov[2]

Describe varios tipos de actividades neuronales



Variable dinámica rápida

$$x_{n+1} = \begin{cases} \dfrac{\alpha}{1-x_n} + y_n, & x_n \leqslant 0 \\ \alpha + y_n, & 0 < x_n < \alpha + y_n \\ -1, & x \geqslant \alpha + y_n \end{cases}$$

Variable dinámica lenta

$$y_{n+1} = y_n - \mu(x_n + 1) + \mu\sigma$$

σ $\Rightarrow$ Influencia externa aplicada al mapa (parámetro de control de selección del regimen).

μ $\Rightarrow$ Parámetro que produce evolución temporal lenta de y_n

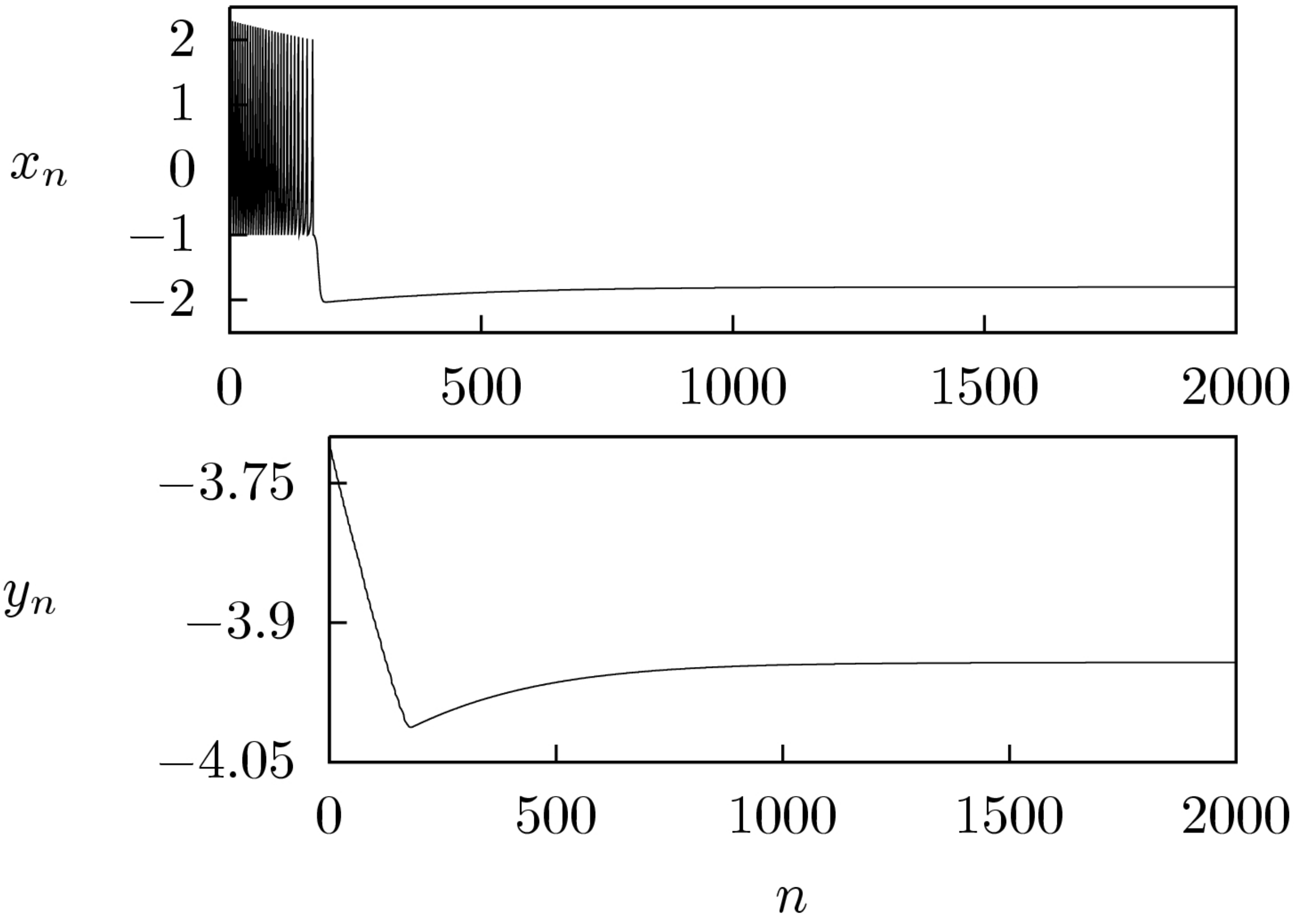
α $\Rightarrow$ Parámetro de control de x_n

[2]Nikolai F. Rulkov, Phys. Rev. E, **65**, 041922 (2002)

Regimenes típicos del comportamiento temporal del mapa

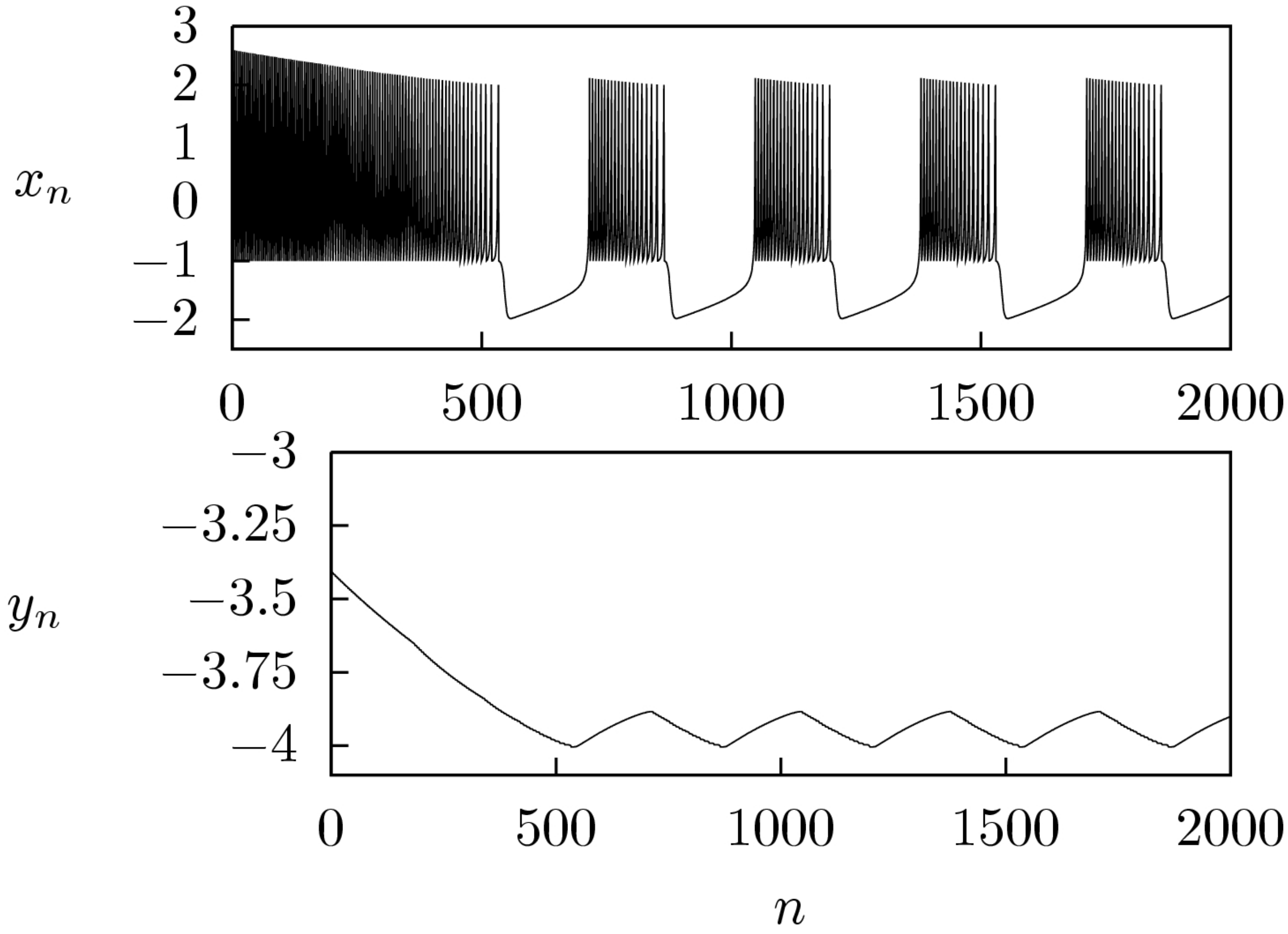
Silencio

$\alpha = 6{,}0 \ \sigma = -0{,}8$



Ráfagas de picos

$\alpha = 6{,}0$ $\sigma = 0{,}0$



Picos

$\alpha = 6{,}0 \ \sigma = 0{,}8$

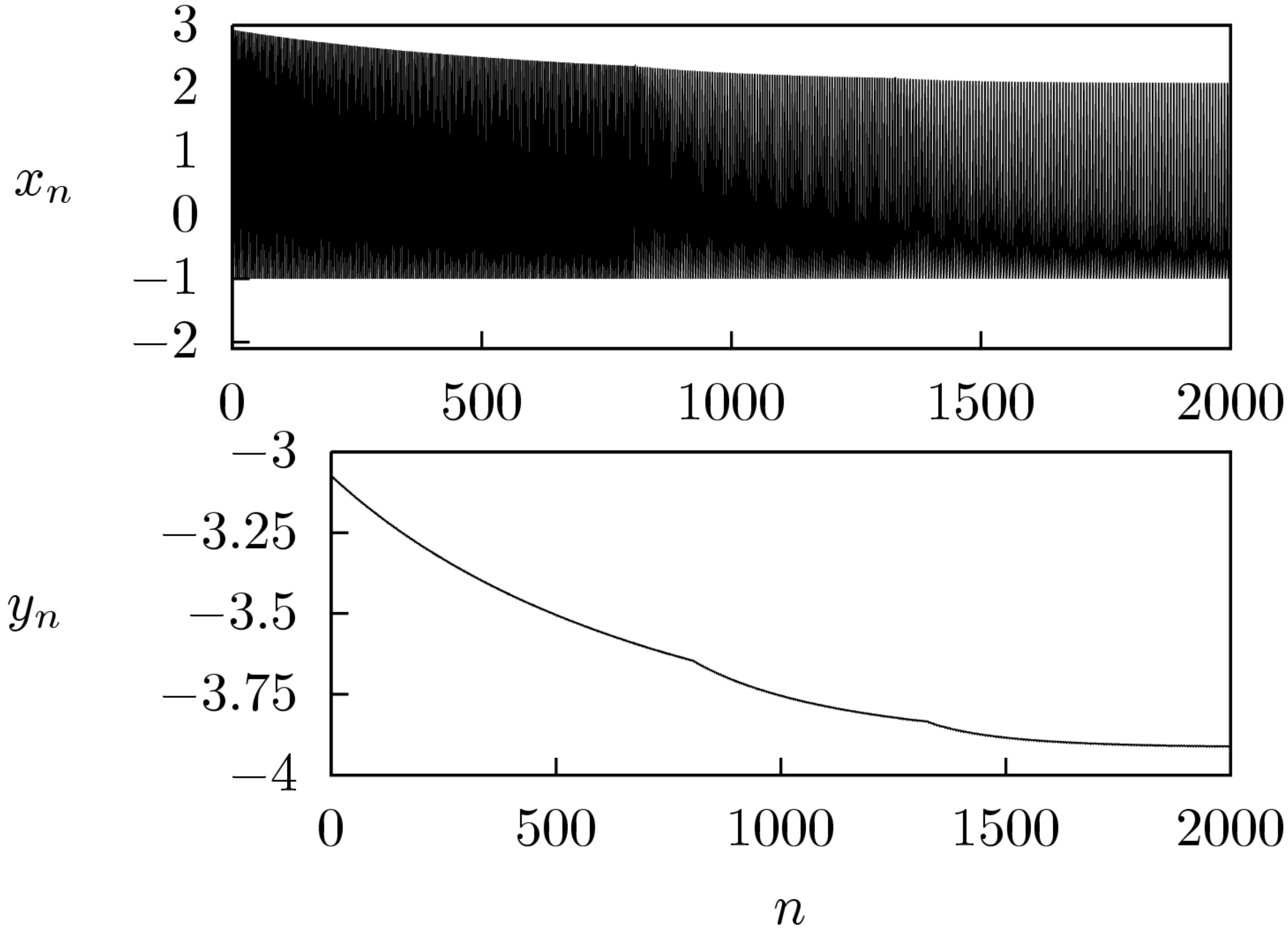
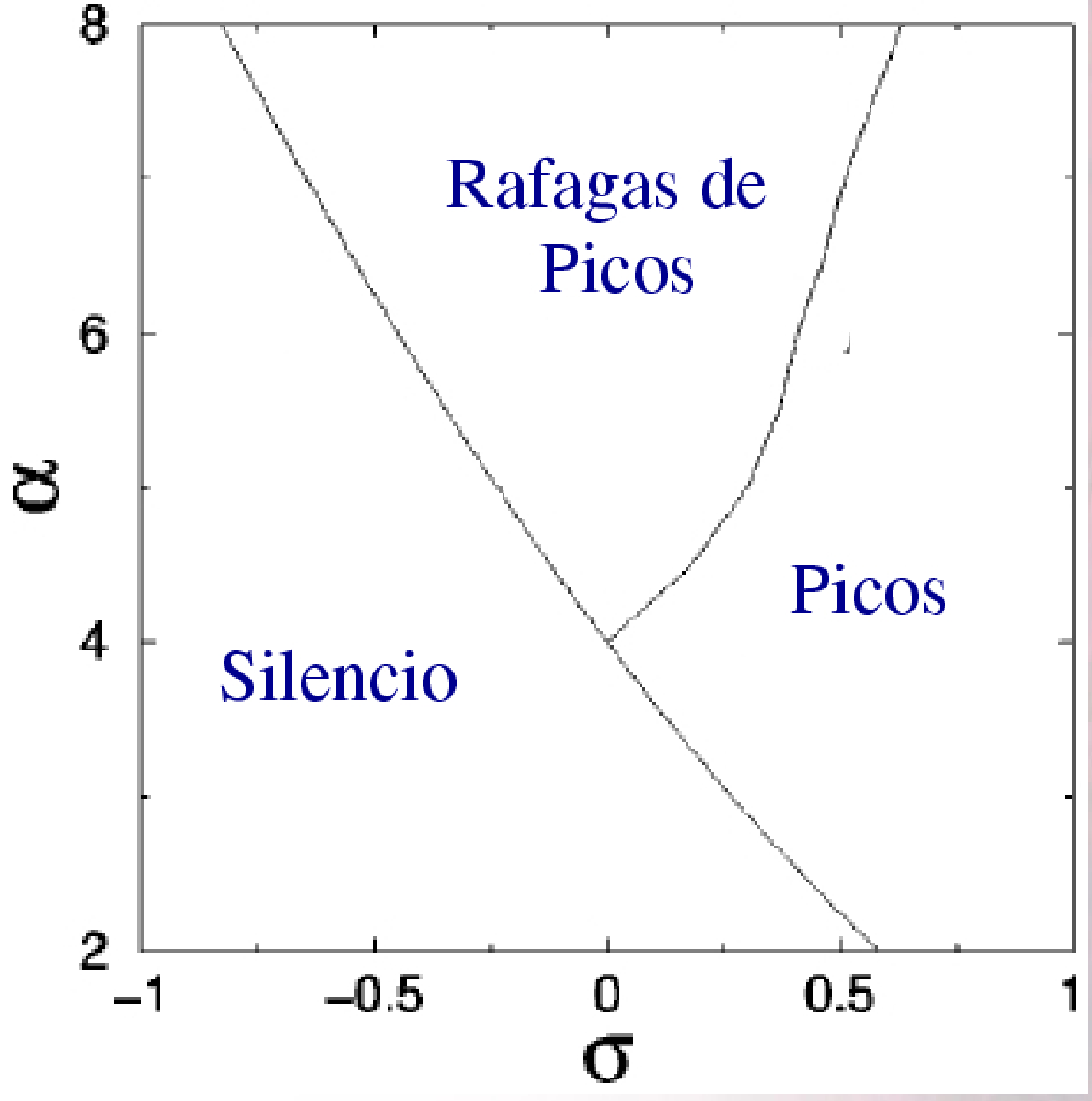


Diagrama de bifurcación



Alfabeto

$$s_n = \begin{cases} \mathbf{0}, & \omega(1+a) < \delta_n < \infty \\ \mathbf{1}, & \omega < \delta_n \leq \omega(1+a) \\ \mathbf{2}, & \omega(1-a) < \delta_n \leq \omega \\ \mathbf{3}, & 0 < \delta_n \leq \omega(1-a) \end{cases}$$

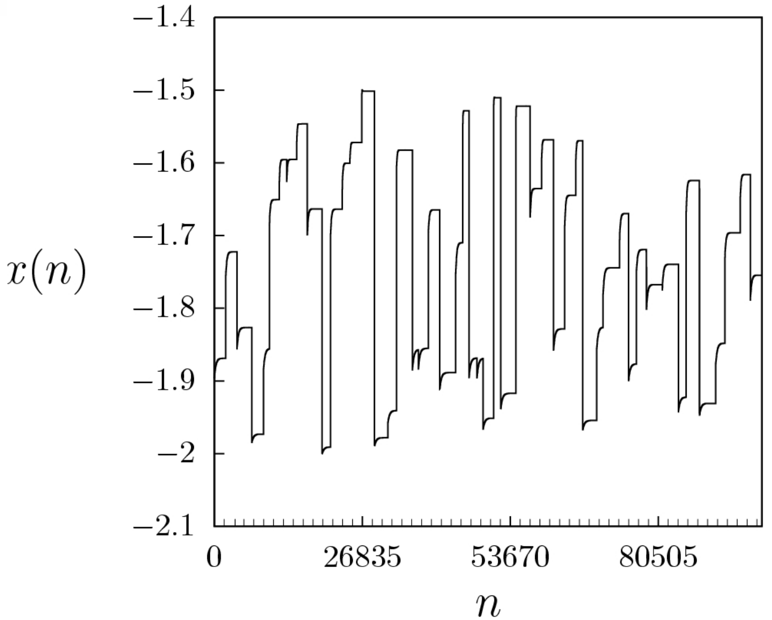
N ➟ Número de n subdivisiones de la señal, $n = \{1, 2, 3, \ldots, N\}$.

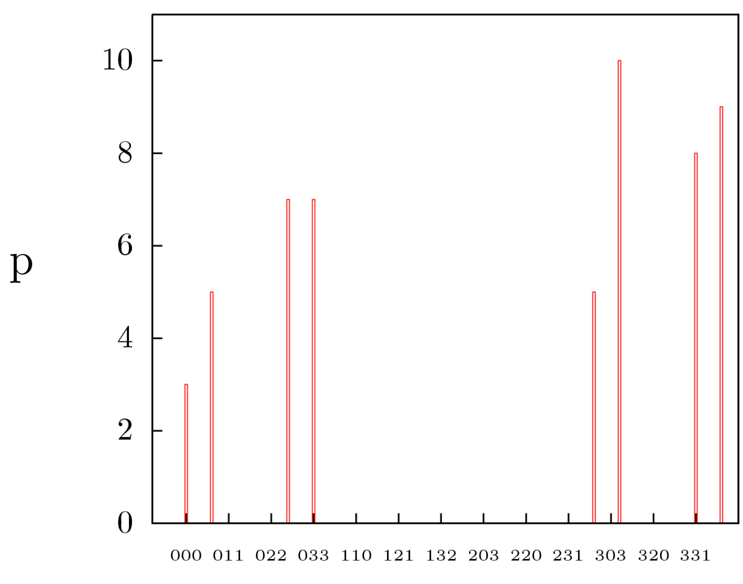
δ_n ➟ Desviación estándar de la subdivisón n de la señal original.

ω ➟ Promedio de la desviación estándar de las N subdivisiones de la señal.

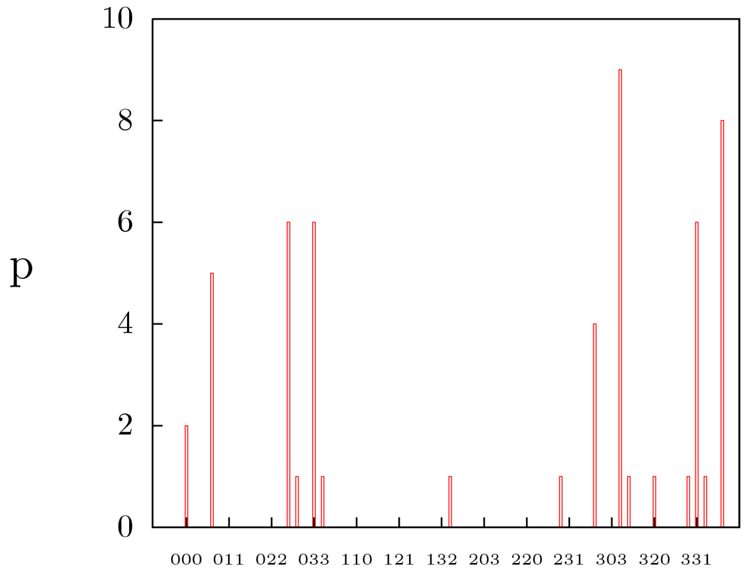
a ➟ Parámetro de control de la desviación estándar.

Diagrama de frecuencia de la señal en regimen silencio



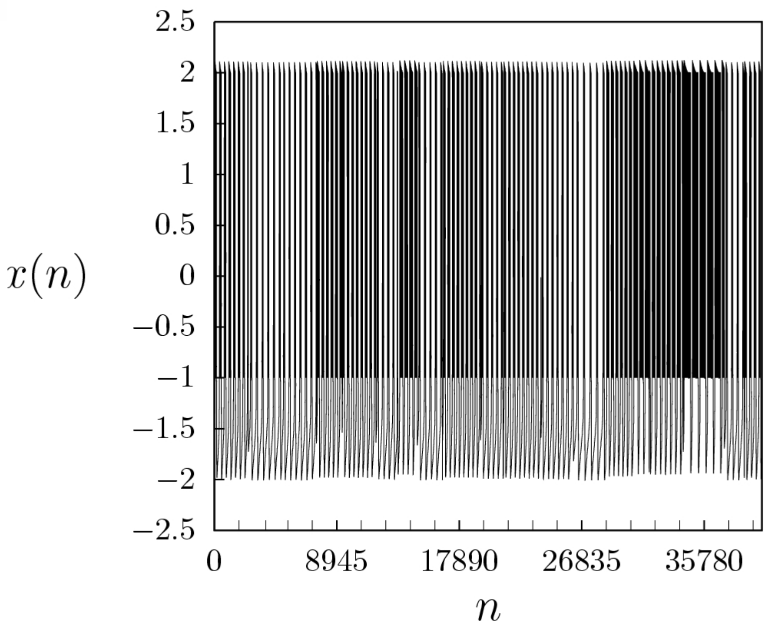


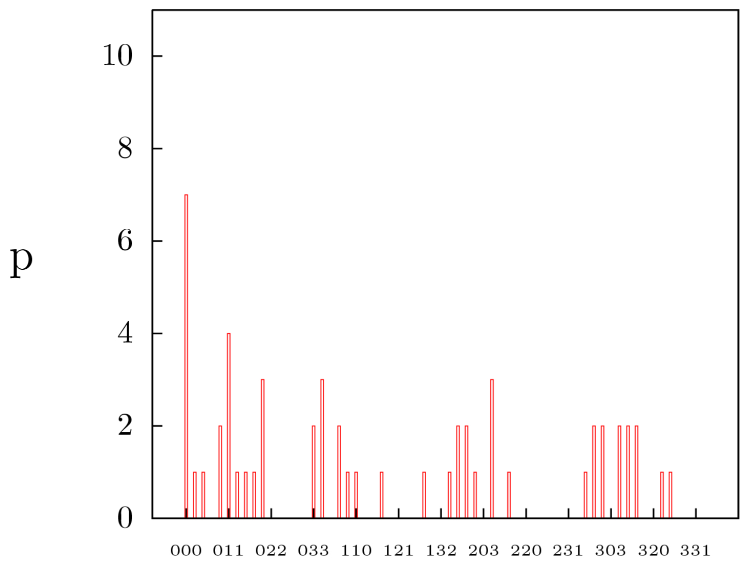
Regimen silencio con $\alpha = 0.06$



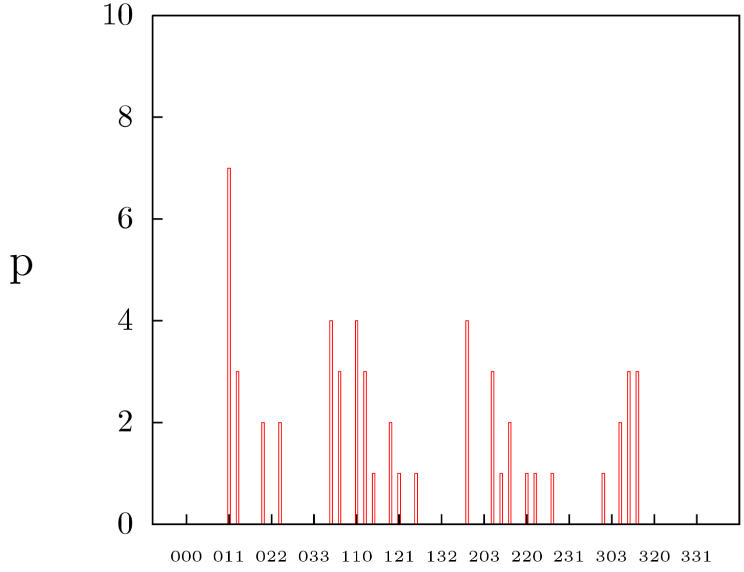
Regimen silencio con $\alpha = 0.1$

Diagrama de frecuencia de la señal en regimen ráfagas de picos



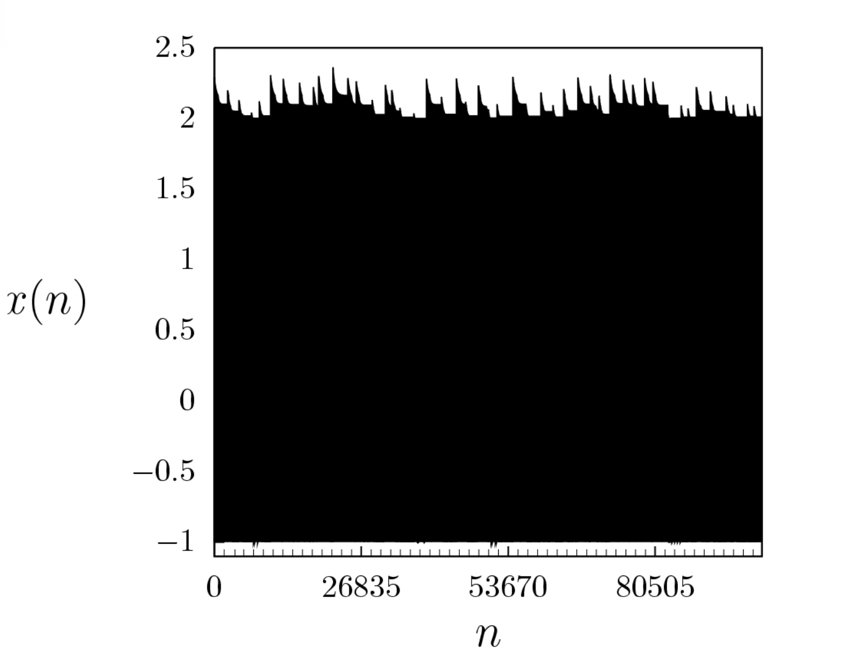


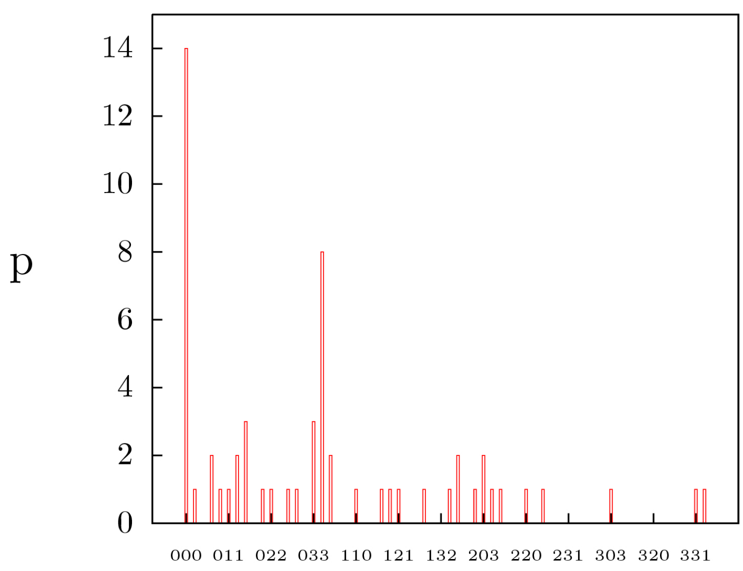
Regimen rafagas de picos con $\alpha = 0.06$



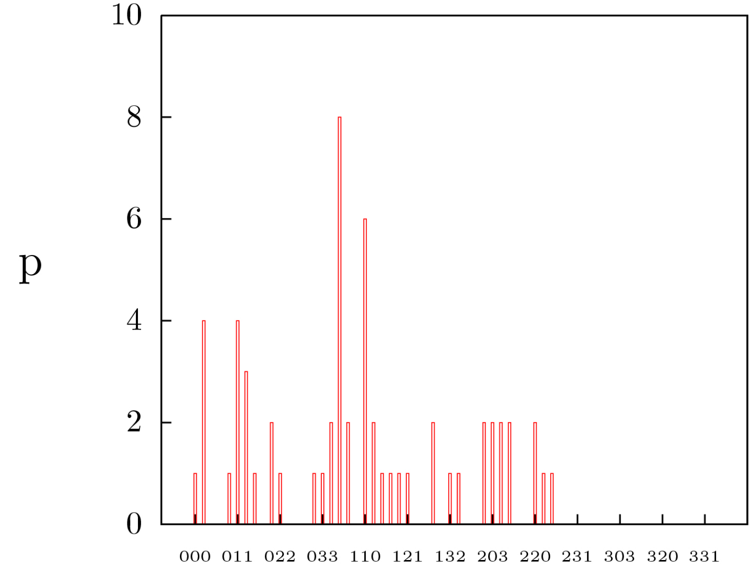
Regimen rafagas de picos con $\alpha = 0.1$

Diagrama de frecuencia de la señal en regimen picos





Regimen de picos con $\alpha = 0.06$



Regimen de picos con $\alpha = 0.1$

CONCLUSIONES

- La dinámica simbólica es una herramienta que permite caracterizar y clasificar diferentes dinámicas ya sean lineales o no lineales; continua o discreta.
- Esta herramienta ofrece, eficiencia computacional, fácil visualización, acceso a la teoría de información para el análisis de dinámicas.
- El éxito de esta herramienta depende del desarrollo de algoritmos que permitan una adecuada partición y la consecuente definición del alfabeto a utilizar. Así mismo, como una selección apropiada de la longitud de las palabras y superposición de las mismas.
- Aunque la dinámica simbólica envuelve un grado de impresición, ha tenido resultados eficientes en su corresponsiente en diferentes campos de la ciencia como biología, medicina, astrofísica, geofísica...