



Home Page

Print

Title Page

Contents

◀◀

▶▶

◀

▶

Page 0 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit

Elementos móviles con interacciones asimétricas: Un modelo de comportamiento social de especies biológicas

Ing. Luz Marina Reyes

Tutor:

Dr. Mario Cosenza

Co-tutor:

Dr. Antonio Parravano

Universidad de Los Andes
Postgrado en Física Fundamental

octubre, 2006

Comportamiento social de especies biológicas

Home Page

Print

Title Page

Contents

◀

▶

◀

▶

Page 1 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit

La evolución en la naturaleza se basa en la competencia entre las especies por consecución de recursos, comida y agua básicamente.

Dentro de una misma especie también encontramos la lucha entre machos y hembras por dar descendencia a sus genes.



Los animales no se ayudan entre ellos si esa cooperación no mejora sus posibilidades frente a la vida en solitario.

Las manadas, cardúmenes, bandadas, enjambres aumentan la posibilidad de supervivencia de sus miembros.

Modelos de elementos móviles

Home Page

Print

Title Page

Contents

◀

▶

◀

▶

Page 2 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit

Modelo de Hutt y Wissel¹:

Cada pez i es caracterizado por:

$\vec{r}_i(t) \mapsto$ Posición.

$\vec{v}_i(t) \mapsto$ velocidad

Se considera:

$r_{ij} \mapsto$ Distancia entre i y j

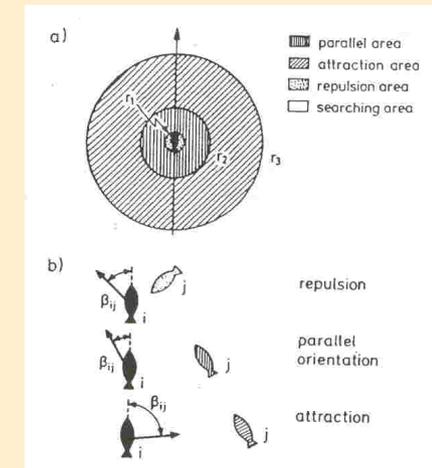
$\beta_{ij} \mapsto$ ángulo de dirección de i de acuerdo a j

Regiones:

Orientación paralela ($r_1 < r_{ij} < r_2$)

Atracción ($r_2 < r_{ij} < r_3$)

Repulsión ($r_{ij} < r_1$)



Gas de mapas acoplados²:

Ecuación de cambio de posición

$$\mathbf{r}_{n+1}^i = \mathbf{r}_n^i + \sum_{j \in \eta(i)} \frac{\mathbf{r}_n^j - \mathbf{r}_n^i}{|\mathbf{r}_n^j - \mathbf{r}_n^i|} \mathcal{F}(x_{n+1}^i, x_{n+1}^j)$$

$\mathcal{F}(x_n^i, x_n^j) = F \cdot x_n^i \cdot x_n^j \mapsto$ "fuerza".

1D fase intermitente

¹A. Hutt, Ch. Wissel, J. Theor. Biol. **156**, 365 (1997)

²T. Shibata y K. Kaneko, Physica D **181**, 197 (2003)

Condiciones y Ecuaciones del Modelo

Home Page

Print

Title Page

Contents

◀

▶

◀

▶

Page 3 of 24

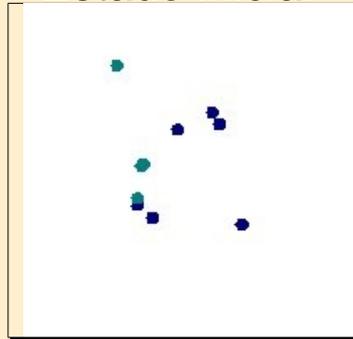
Go Back

Full Screen

Close

Quit

Estado inicial



- * Estado interno constante, $x_{n+1}^i = x_n \forall i$.
- * Posiciones son continuas y varían en el tiempo.
- * El movimiento depende de las interacciones de i con su entorno $\eta(i)$.
- * Interacción asimétrica.
- * Condiciones de borde periódicas.

Posición en el espacio d- dimensional

$$\mathbf{r}_{n+1}^i = \mathbf{r}_n^i + \Delta \mathbf{r}_n^i$$

Cambio de posición

$$\Delta \mathbf{r}_n^i = \mathcal{F} x_{n+1}^i \sum_{j \in \eta(i)} x_{n+1}^j \sum_{j \in \eta(i)} \frac{\mathbf{r}_n^j - \mathbf{r}_n^i}{|\mathbf{r}_n^j - \mathbf{r}_n^i|}$$

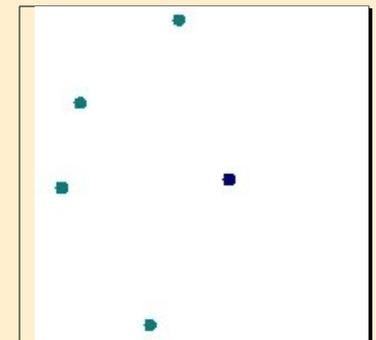
$R \mapsto$ Rango de acción.

$\mathcal{F} \mapsto$ Parámetro de influencia del medio.

$\eta(i) \mapsto \{j : |\mathbf{r}_n^j - \mathbf{r}_n^i| \leq R\}$.

$N_v(i) \mapsto$ Número de elementos en $\eta(i)$.

$x_{n+1}^i \sum_{j \in \eta(i)} x_{n+1}^j \mapsto$ "afinidad" de i con su grupo.



Estado final

Grupos aislados

Home Page

Print

Title Page

Contents

«

»

◀

▶

Page 4 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit

Grupo

N_e

Grupo con interacciones globales

Grupo con interacciones no globales

Elementos próximos, limitados por R .

Número de elementos en el grupo.

$$N_v(i) = N_e - 1 \quad \forall i.$$

$$N_v(i) < N_e - 1$$

Número máximo de elementos

En grupos con interacciones globales

$$\mathcal{F} x_{n+1}^i \sum_{j \in \eta(i)} \frac{\mathbf{r}_n^j - \mathbf{r}_n^i}{|\mathbf{r}_n^j - \mathbf{r}_n^i|} \sum_{j \in \eta(i)} x_{n+1}^j \leq R$$

Si: $x_n^i = x \quad \forall i, \Rightarrow \mathcal{F} (N_e - 1)^2 x^2 \leq R$.

$$N_{cri1}^2 \approx \frac{R}{\mathcal{F} x^2}$$

En grupos con interacciones no globales

$$\mathcal{F} x_{n+1}^i \sum_{j \in \eta(i)} \frac{\mathbf{r}_n^j - \mathbf{r}_n^i}{|\mathbf{r}_n^j - \mathbf{r}_n^i|} \sum_{j \in \eta(i)} x_{n+1}^j \leq 2R \quad \Rightarrow \quad N_{cri2}^2 \approx \frac{2R}{\mathcal{F} x^2}$$

$N_{cri} \mapsto$ Tamaño crítico del cluster.

Persistencia de un grupo aislado

Home Page

Print

Title Page

Contents

◀

▶

◀

▶

Page 5 of 24

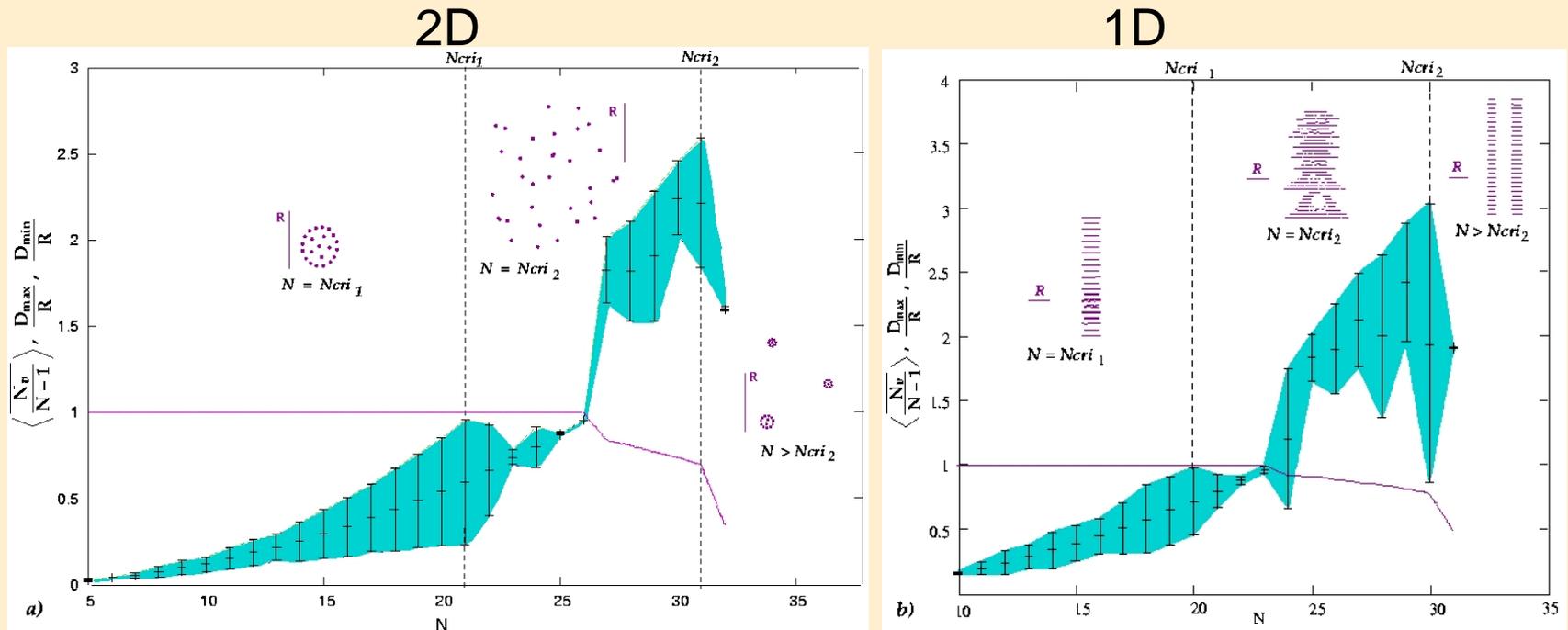
Go Back

Full Screen

Close

Quit

$$P_g(n_1, n_2) = \frac{1}{n_2 - n_1} \sum_{n_1}^{n_2} \frac{1}{N_e} \sum_{i \in \eta_g(i)} \frac{N_v(i)}{N_e - 1} = \left\langle \frac{\overline{N_v(i)}}{N_e - 1} \right\rangle$$



$$\mathcal{F} = 0.01, R = 5, x_n^i = x = 1.$$

D_{max}, D_{min} Distancias mínima y máxima entre los elementos más alejados del grupo.

Dinámica del sistema

Densidad

$$\rho = \frac{N}{L^d}$$

Número crítico de grupos

$$N_G = \frac{1}{k} \left(\frac{L}{R} \right)^d$$

Densidad crítica

$$\rho_{cri} = \frac{N_{cri} N_G}{L^d}$$

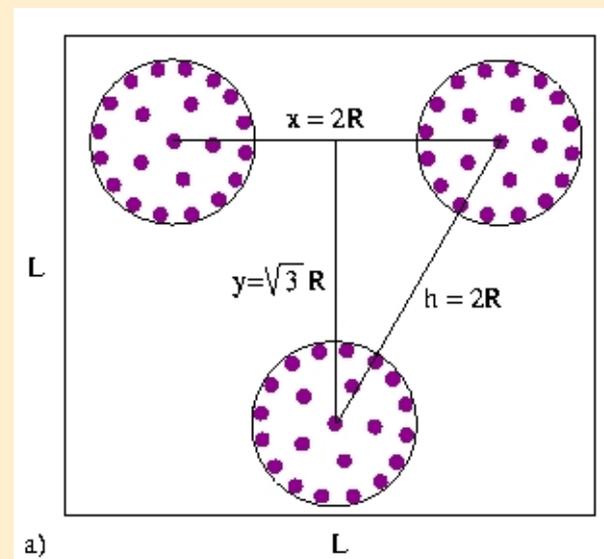
Densidad Normalizada

$$\tilde{\rho} = \frac{\rho}{\rho_{cri}} = \frac{N}{N_{cri} \frac{1}{k} \left(\frac{L}{R} \right)^d}$$

$L \mapsto$ Tamaño del sistema.

$N \mapsto$ Número de elementos en el sistema.

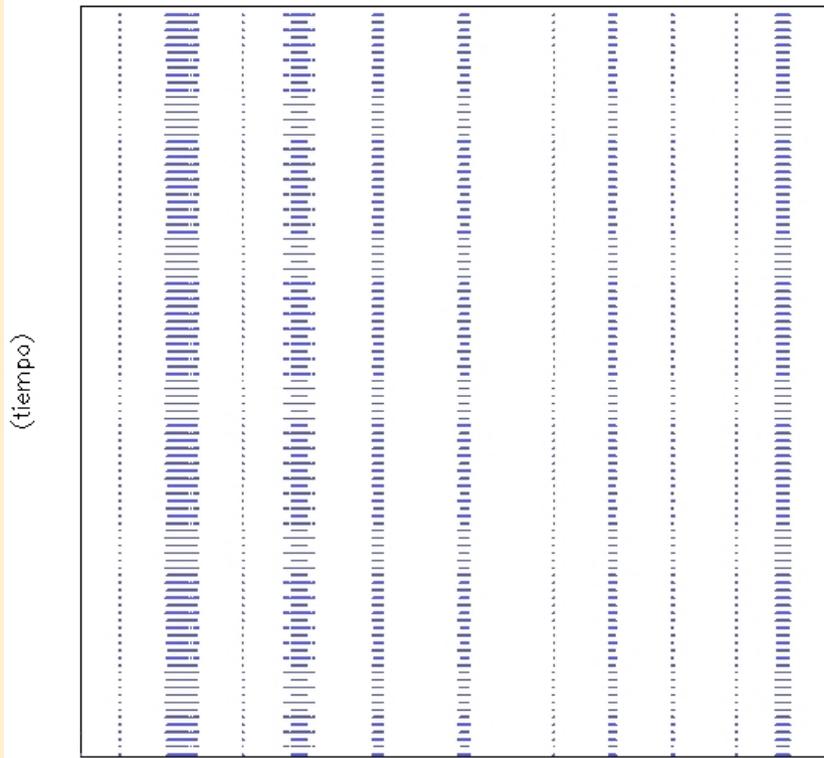
$N_{cri} \mapsto$ Número de elementos crítico dentro de un grupo.



Sistemas con una fase

Grupos estables con interacción global

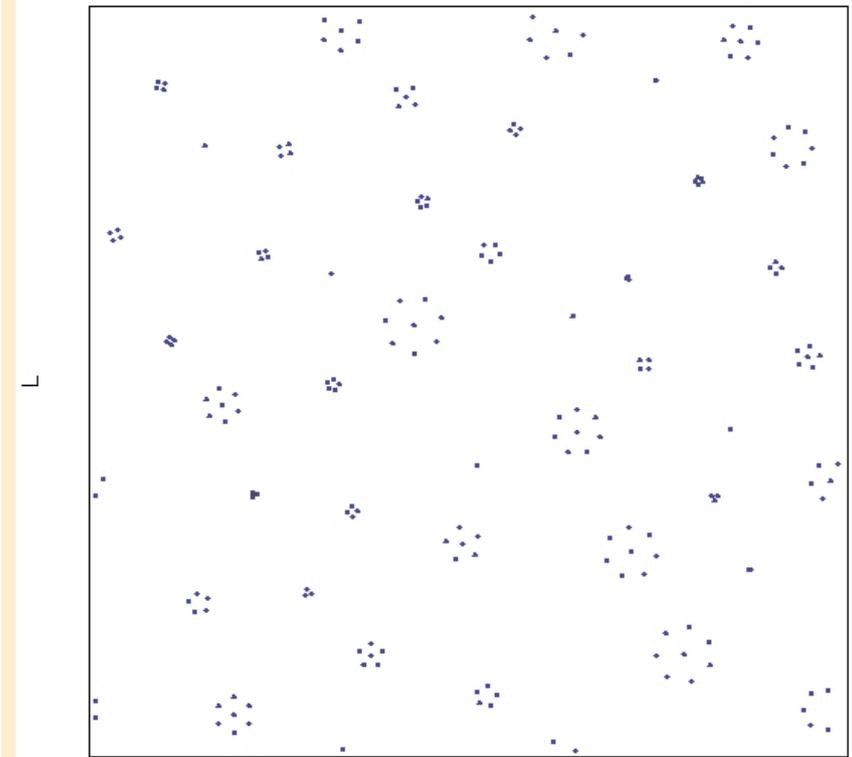
x(i) = 1.0, L=100, F=0.01, N=100, R=5



(Espacio)

1D, $\tilde{\rho} = 0.447$

b) x(i)=1.0, F=0.09, R=4, N=200



L

2D, $\tilde{\rho} = 0.665$

Configuraciones estables con $N_{cri_1} < N_e < N_{cri_2}$

Home Page

Print

Title Page

Contents



Page 8 of 24

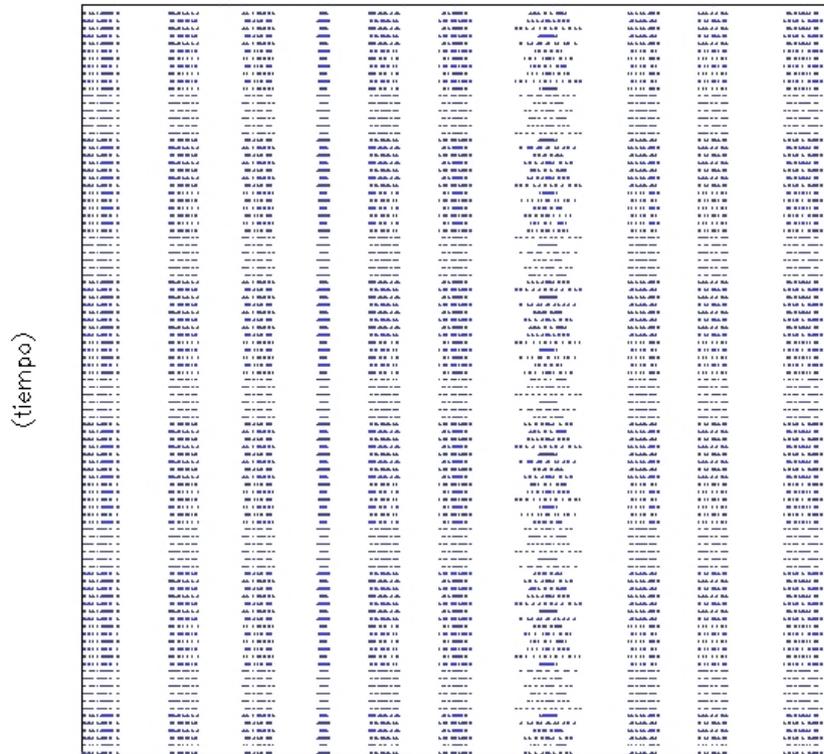
Go Back

Full Screen

Close

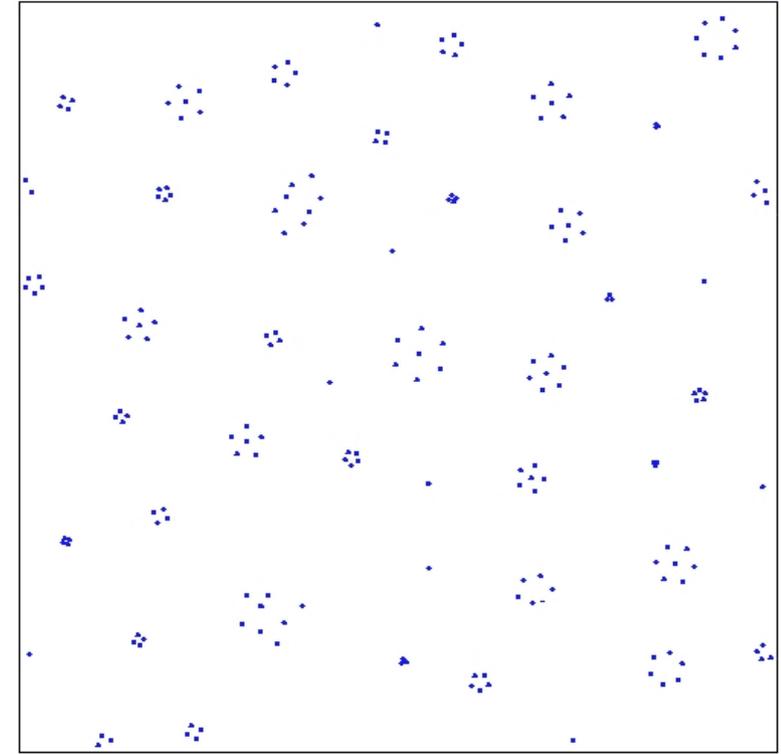
Quit

$$x(i) = 1.0, L=100, F=0.044, N=100, R=5$$



$$1D, \tilde{\rho} = 0.938$$

$$b) \quad x(i)=1.0, F=0.1, R=4, N=200$$



$$2D, \tilde{\rho} = 0.701$$

Grupos cuasiestables

Home Page

Print

Title Page

Contents



Page 9 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit

$$x(i) = 1.0, L=100, F=0.05, N=100, R=5$$

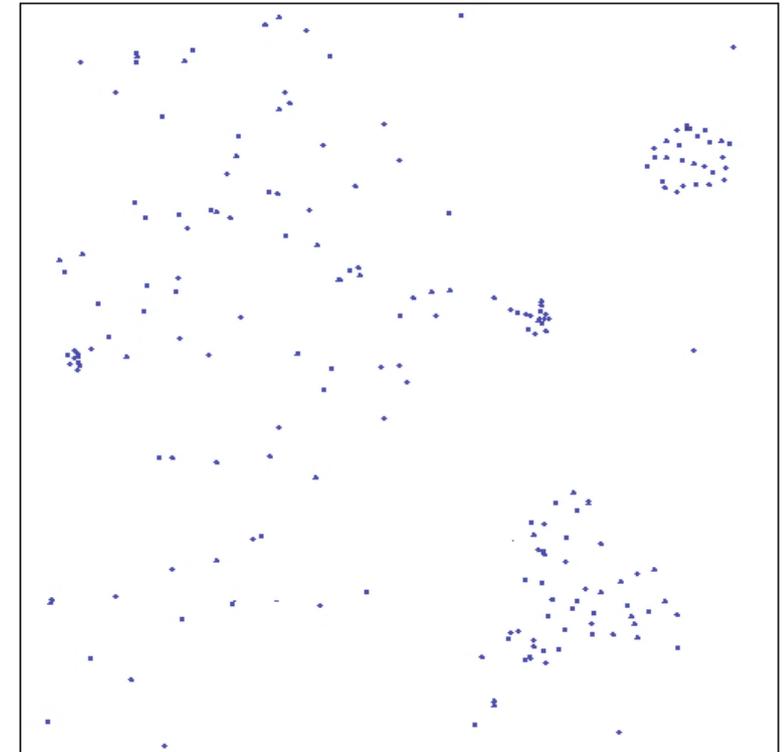


(Espacio)

$$1D, \tilde{\rho} = 1.000$$

1D

$$b) \quad x(i)=1.0, F=0.01, R=10, N=200$$



(Espacio)

$$2D, \tilde{\rho} = 0.876$$

Distribución desordenada de elementos (fase turbulenta)

Home Page

Print

Title Page

Contents

⏪

⏩

◀

▶

Page 10 of 24

Go Back

Full Screen

Close

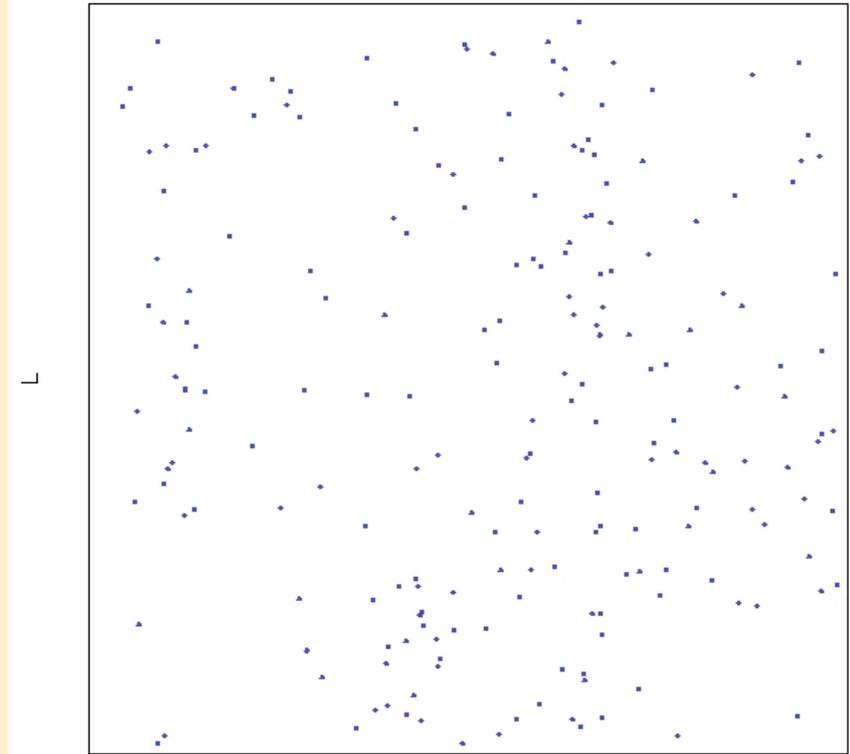
Quit

$x(i) = 1.0, L=100, F=0.35, N=100, R=5$



1D, $\tilde{\rho} = 2.645$

b) $x(i)=1.0, F=0.1, R=10, N=200$

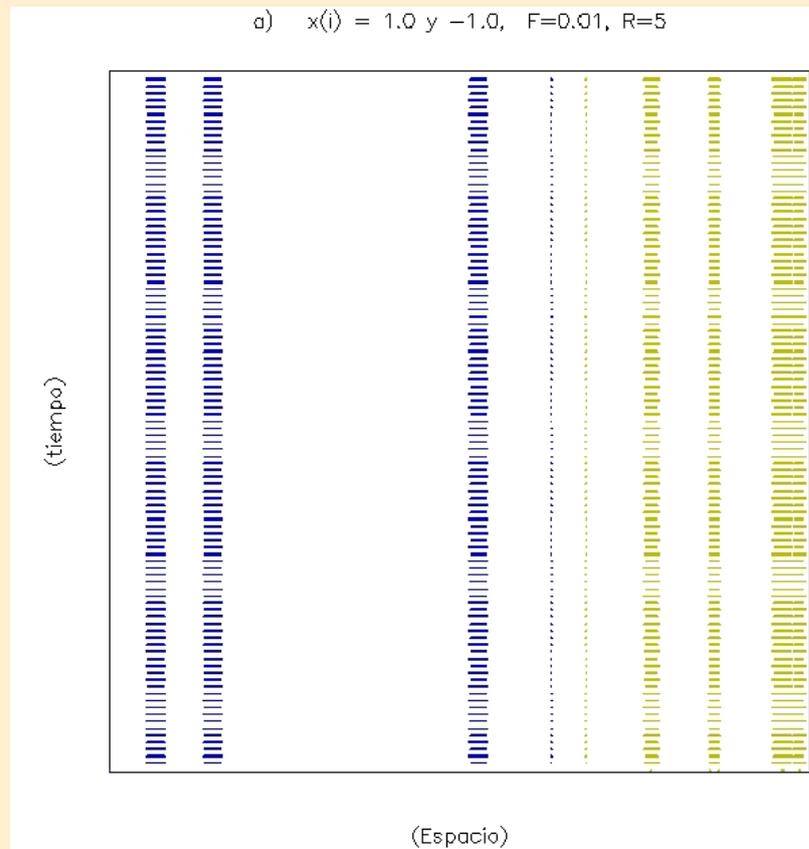


2D, $\tilde{\rho} = 2.771$

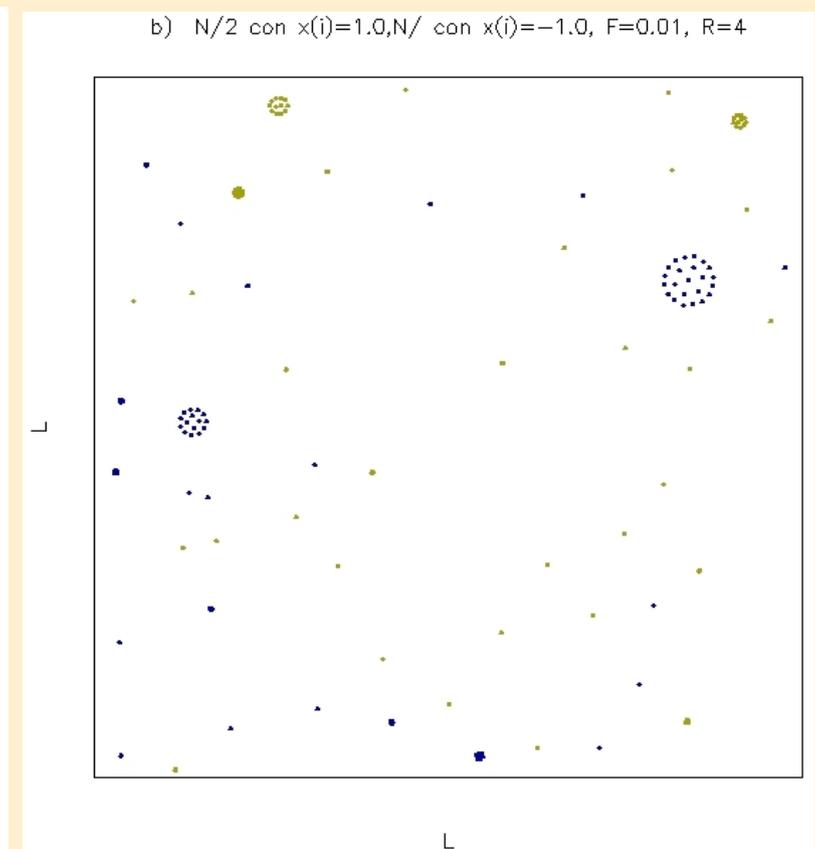
Sistemas con dos fases

$$x_n^i = 1 \text{ y } x_n^j = -1$$

Grupos homogéneos estables



1D, $\tilde{\rho} = 0.447$



2D, $\tilde{\rho} = 0.221$

Grupos inhomogéneos estables

Home Page

Print

Title Page

Contents



Page 12 of 24

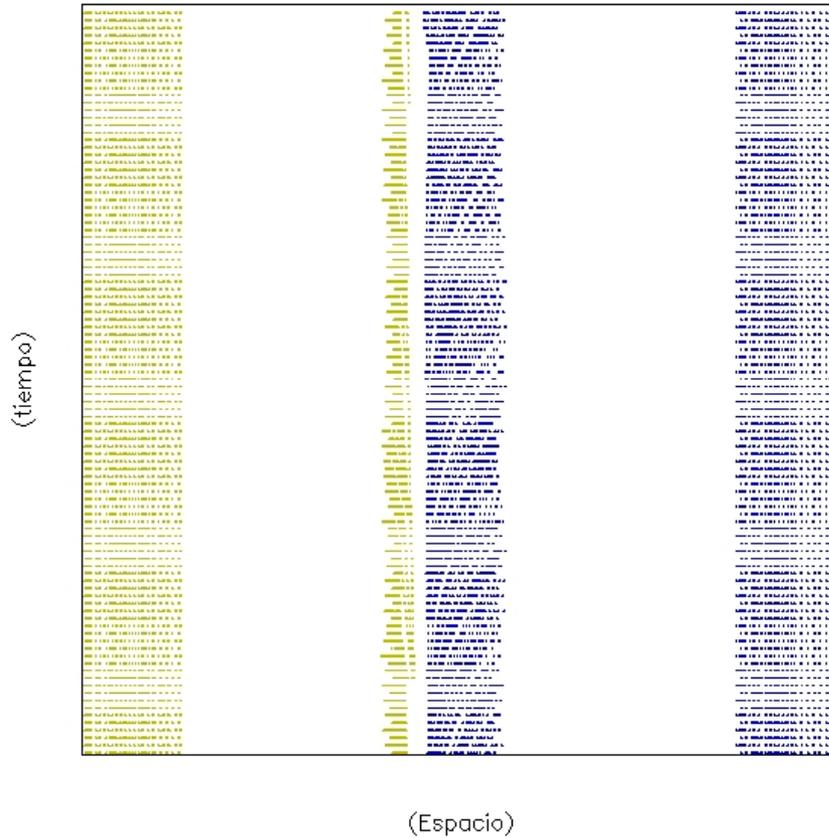
Go Back

Full Screen

Close

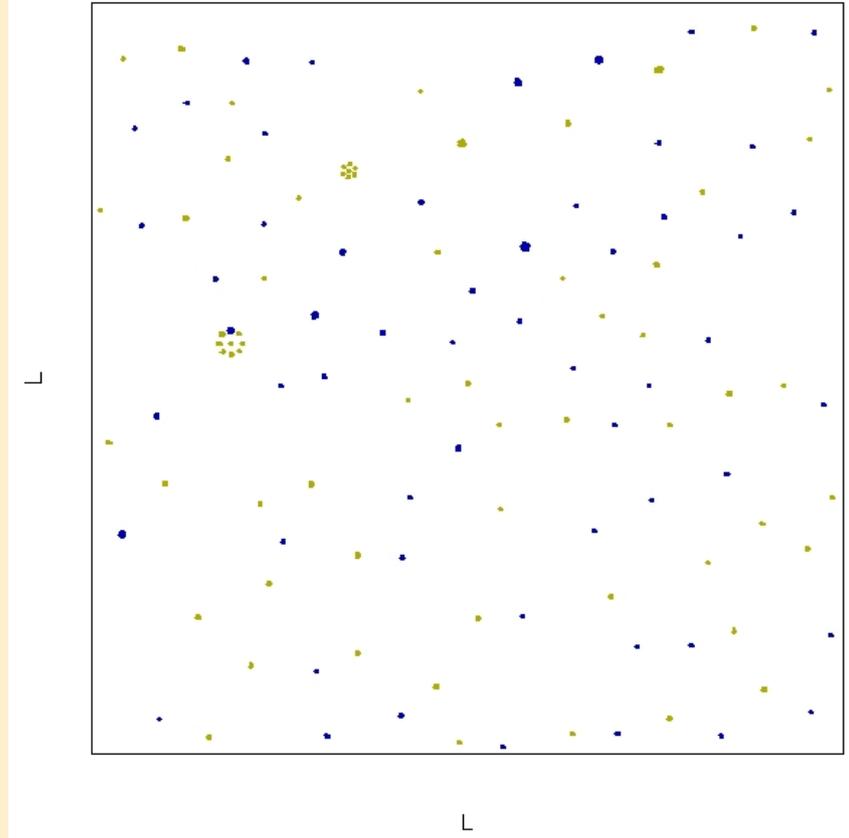
Quit

a) $N/2$ con $x(i) = 1.0$, $N/2$ con $x(i) = -1.0$, $F=0.02$, $R=14$



1D, $\tilde{\rho} = 1.058$

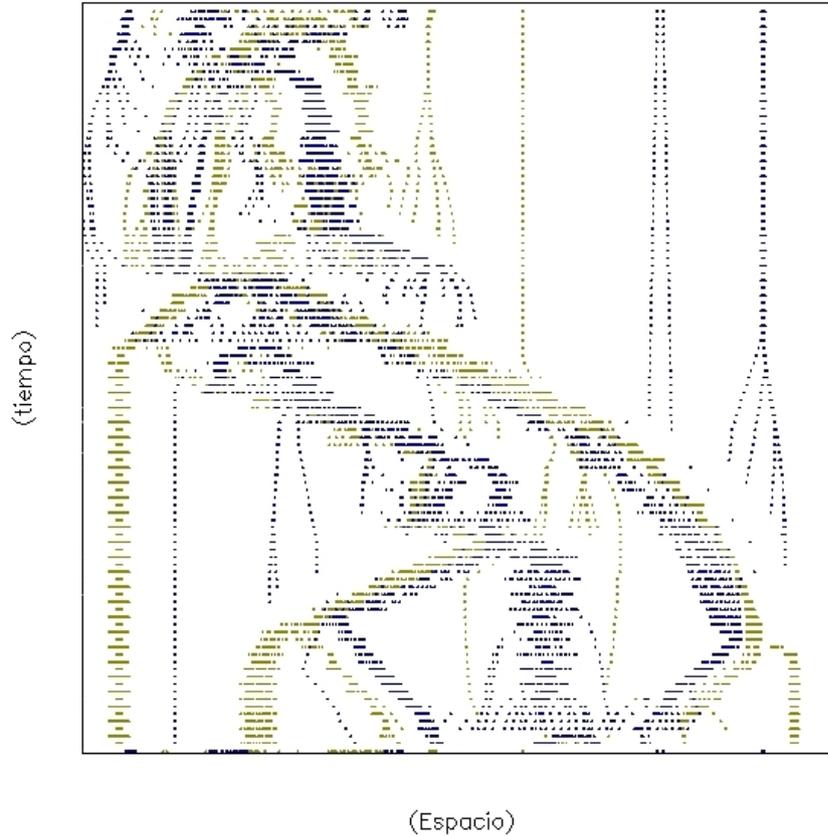
b) $N/2$ con $x(i)=1.0$, $N/2$ con $x(i)=-1.0$, $F=0.02$, $R=3$



2D, $\tilde{\rho} = 0.2036$

Persecución entre grupos

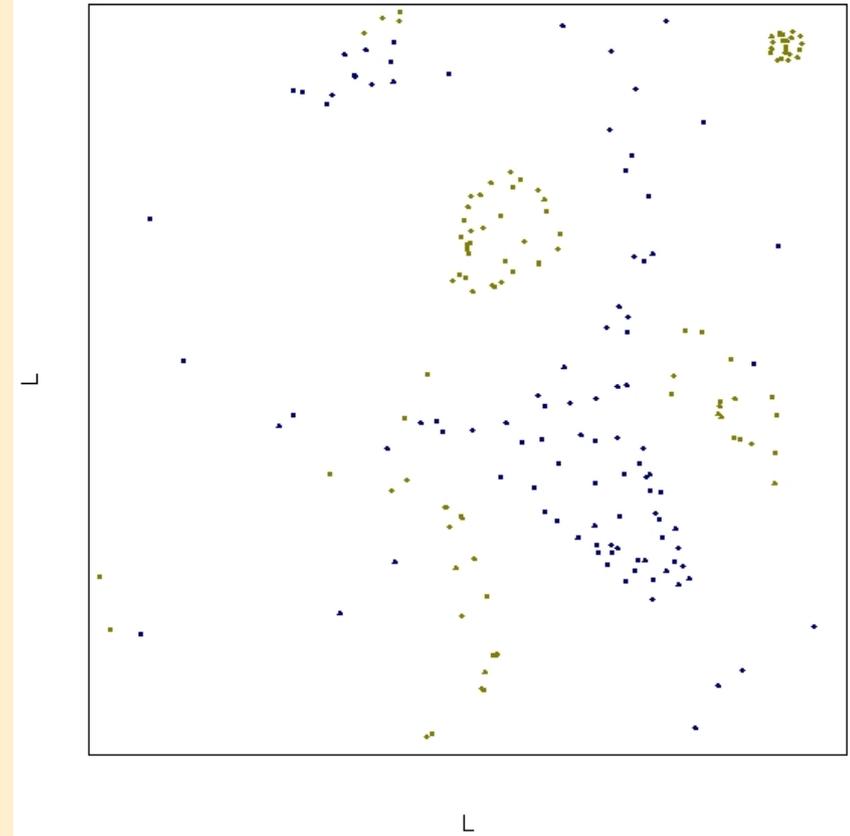
a) $N/2$ con $x(i) = 1.0$, $N/2$ con $x(i) = -1.0$, $F=0.02$, $R=6$



1D, $\tilde{\rho} = 0.693$

2D persecución

b) $N/2$ con $x(i)=1.0$, $N/2$ con $x(i)=-1.0$, $F=0.01$, $R=10$



2D, $\tilde{\rho} = 0.8763$

Distribución desordenada de elementos

Home Page

Print

Title Page

Contents

⏪

⏩

◀

▶

Page 14 of 24

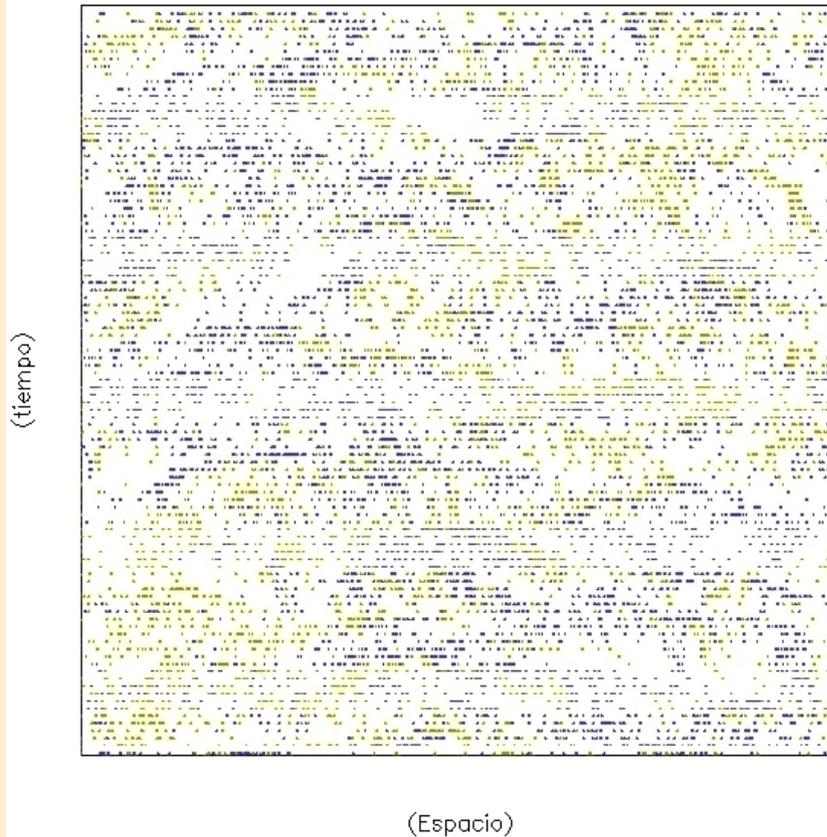
Go Back

Full Screen

Close

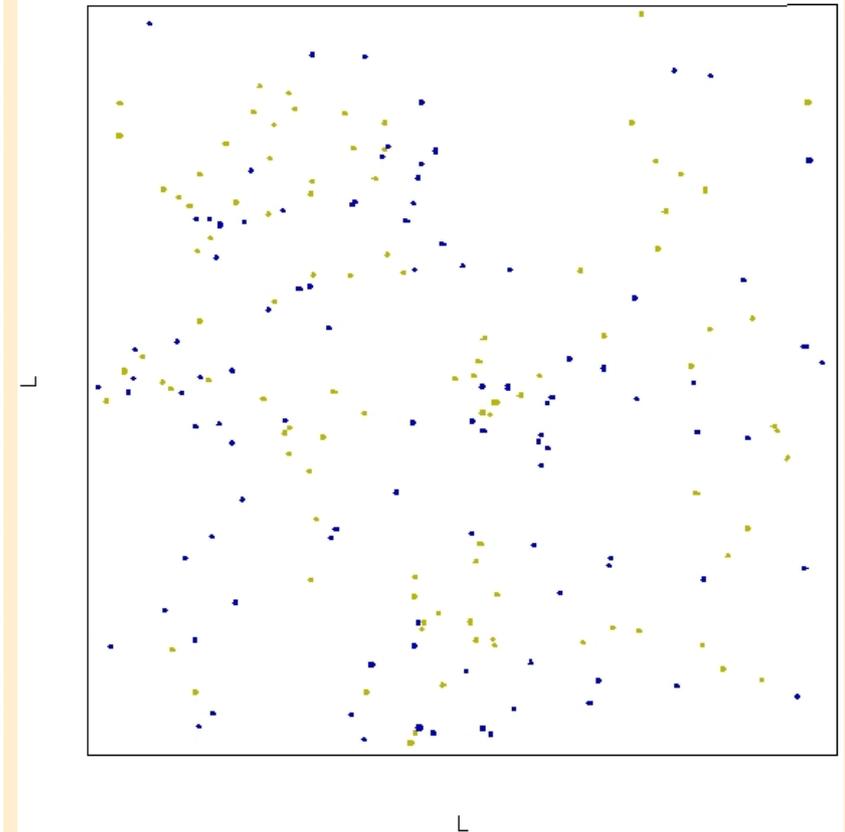
Quit

a) $N/2$ con $x(i) = 1.0$, $N/2$ con $x(i) = -1.0$, $F=0.15$, $R=10$



$$1D, \tilde{\rho} = 2.449$$

b) $N/2$ con $x(i)=1.0$, $N/2$ con $x(i)=-1.0$, $F=0.2$, $R=10$



$$2D, \tilde{\rho} = 3.919$$

$\langle \overline{\Xi(i)} \rangle$ y $\langle \sigma_{v(i)} \rangle$

Home Page

Print

Title Page

Contents

◀

▶

◀

▶

Page 15 of 24

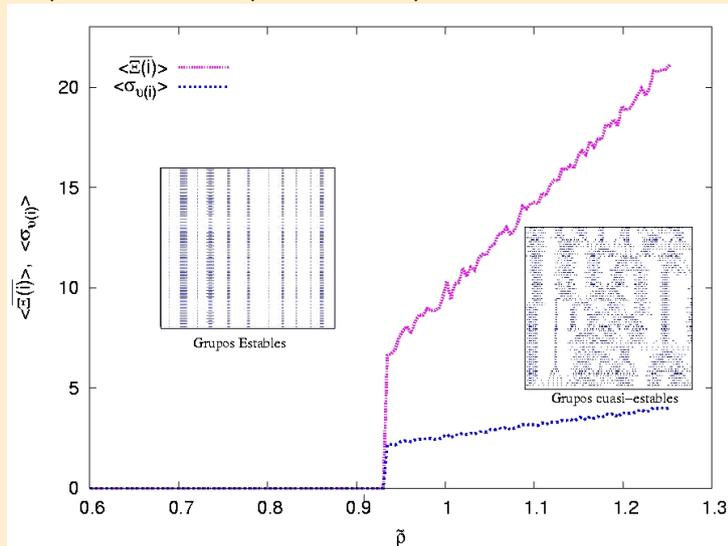
Go Back

Full Screen

Close

Quit

1D, una fase, $R = 5$, $\mathcal{F} = 0.01$



Media de la desviación estándar de la rapidez

Rapidez $\mapsto v_n(i) = |\mathbf{r}_{n+1}^i - \mathbf{r}_n^i|$

Desviación estándar de la rapidez

$$\sigma_{v(i)} = \sqrt{\frac{1}{t} \sum_{n=t_0}^t (v_n(i) - \overline{v(i)})^2}$$

Media de la desviación estándar:

$$\langle \sigma_{v(i)} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sigma_{v(i)}$$

Cambio promedio de la vecindad

$\dot{N}_{v-}(i) \mapsto$ Elementos que salen de $\eta(i)$

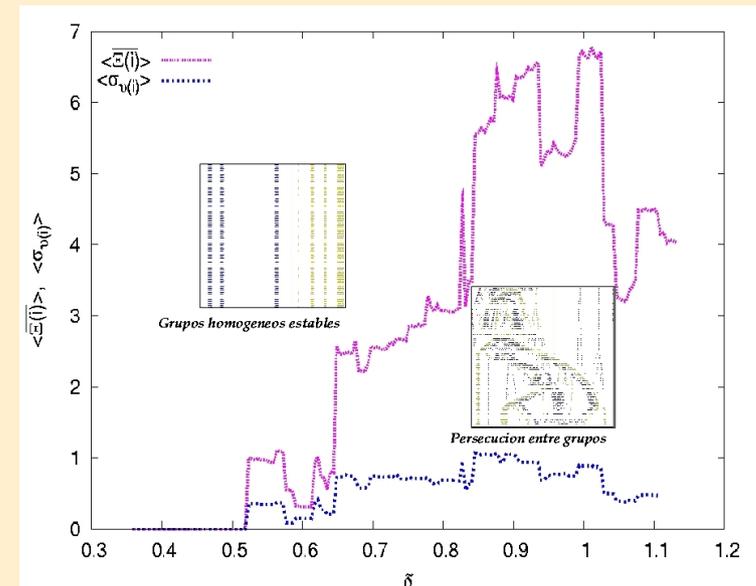
$\dot{N}_{v+}(i) \mapsto$ Elementos que entran a $\eta(i)$

Número de vecinos de i que cambian:

$$\Xi(i) = \dot{N}_{v+}(i) + \dot{N}_{v-}(i)$$

Cambio promedio de la vecindad:

$$\langle \overline{\Xi(i)} \rangle = \frac{1}{t} \sum_{n=t_0}^t \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Xi(i)$$



1D, dos fases, $R = 5$, $\mathcal{F} = 0.01$

$\langle \overline{\Xi(i)} \rangle$ y $\langle \sigma_{v(i)} \rangle$ en 2D

$$R = 10, \mathcal{F} = 0.01.$$

Home Page

Print

Title Page

Contents

⏪

⏩

◀

▶

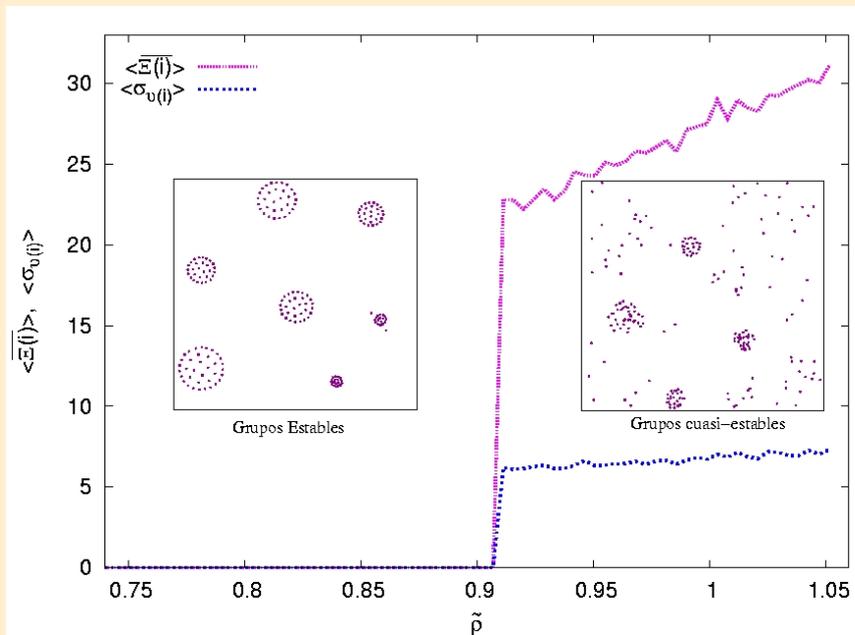
Page 16 of 24

Go Back

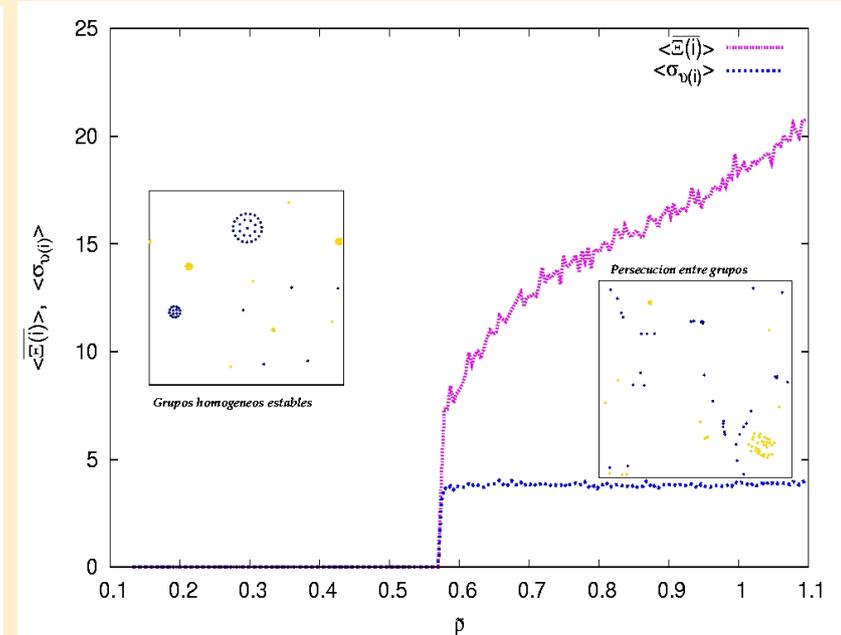
Full Screen

Close

Quit



Una fase



Dos fases

Diagrama de fase en el espacio de parámetros R y \mathcal{F} en 1D

Home Page

Print

Title Page

Contents

◀

▶

◀

▶

Page 17 of 24

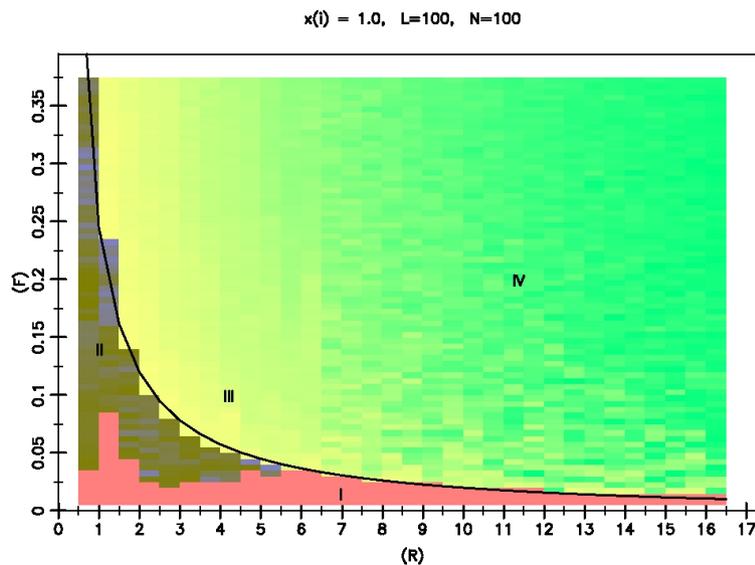
Go Back

Full Screen

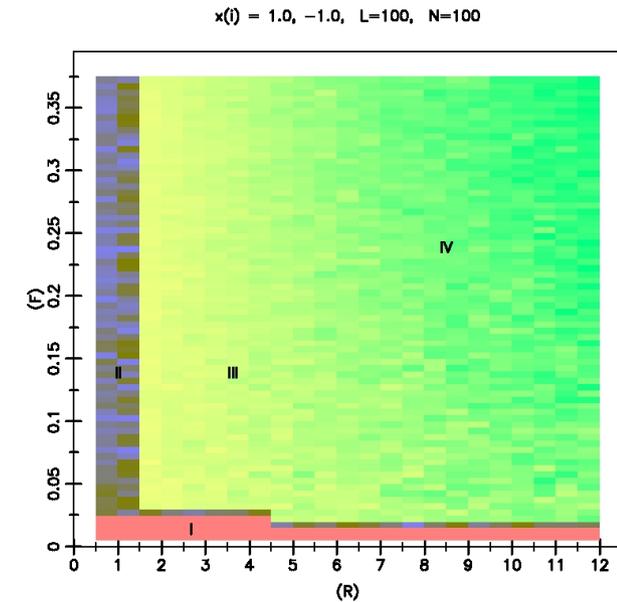
Close

Quit

1D, una fase



1D, dos fases



$$1 = \tilde{\rho} = \frac{NkR}{LN_{cri_1}} = \frac{Nk}{L\sqrt{R\mathcal{F}}}$$

$$\Rightarrow \mathcal{F} = \frac{1}{4R}, \text{ curva teórica.}$$

I grupos estables con interacción global.

II configuraciones estables con algunos grupos con $N_{cri_1} < N_e < N_{cri_2}$.

III grupos cuasiestables.

IV distribución desordenada de elementos.

I grupos estables.

II grupos inhomogéneos estable.

III persecución entre grupos.

IV distribución desordenada de elementos.

Gas de mapas acoplados

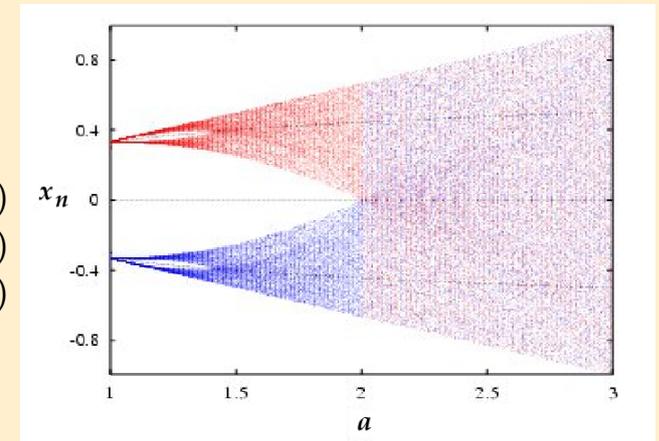
Ecuación de la dinámica local

$$x_{n+1}^i = (1 - \varepsilon)f(x_n^i) + \frac{\varepsilon}{N_v(i)} \sum_{j \in \eta(i)} f(x_n^j)$$

$\varepsilon \mapsto$ Parámetro de acoplamiento.

$f(x) \mapsto$ Forma funcional de la dinámica interna³: *mapa doble tienda*⁴

$$f(x) = \begin{cases} -2a/3 - ax, & \text{si } x \in (-1, -1/3) \\ ax, & \text{si } x \in (-1/3, 1/3) \\ 2a/3 - ax, & \text{si } x \in (1/3, 1) \end{cases}$$



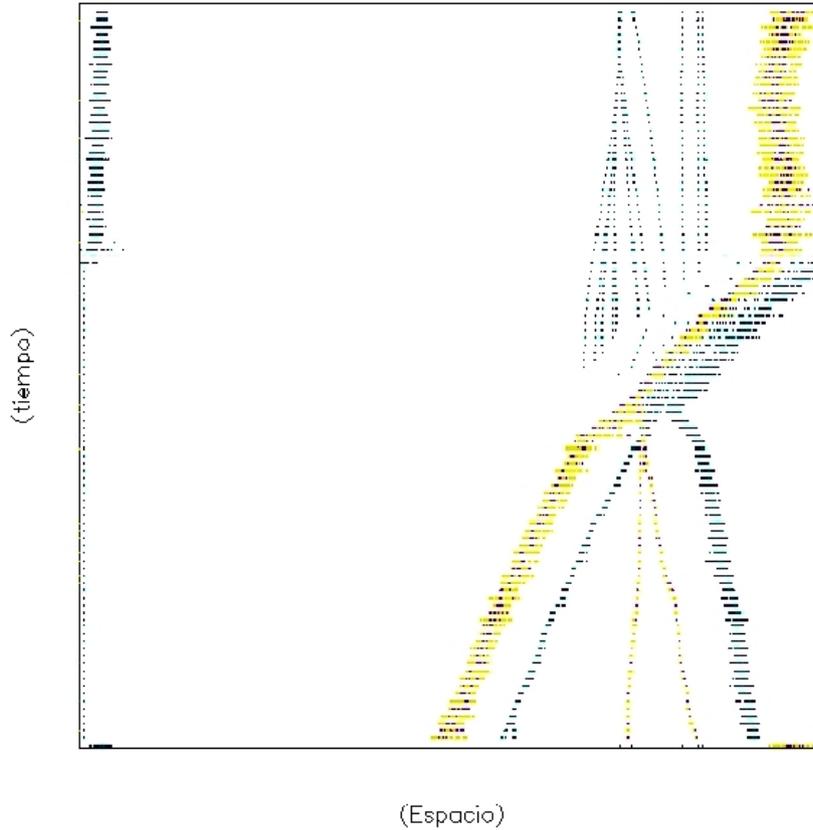
³Mapa logístico $f(x) = 1 - ax$

⁴A. Lemaitre y H. Chat, Phys. Rev. Lett. **80**, 5528 (1998).

Comportamientos Colectivos

$$\tilde{\rho} = 0.565, 1D$$

a) $F=0.01, \alpha=1.9, \text{EPSILON}=0.1, R=8$

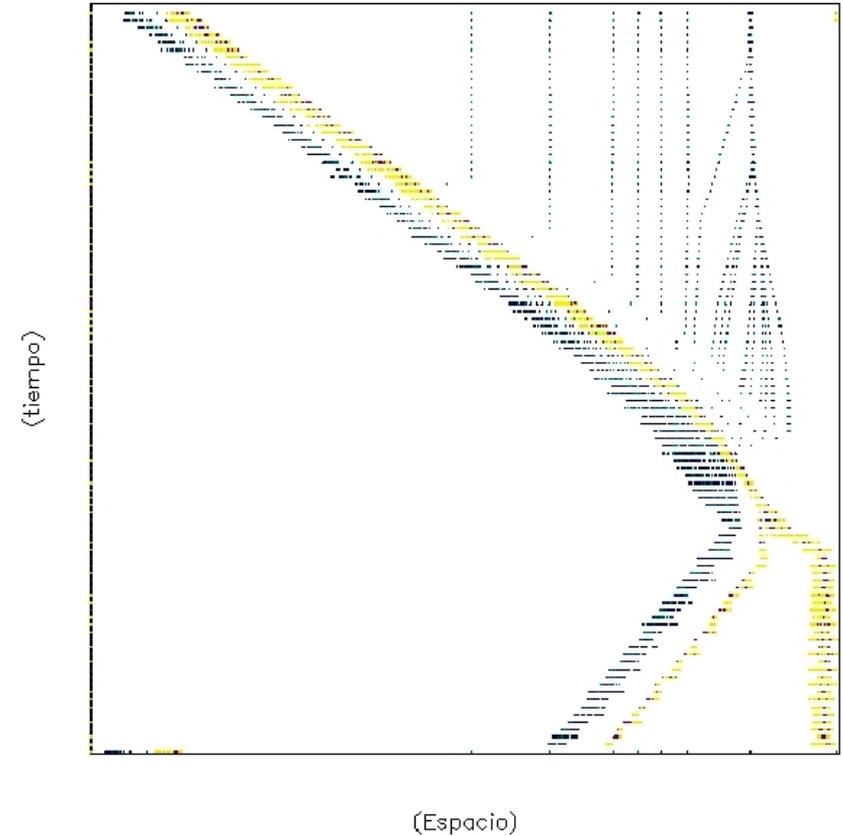


Persecución sin cambio de fase

$$\varepsilon = 0.1$$

2D persecución sin cambio de fase
2D persecución con cambio de fase

b) $F=0.01, \alpha=1.9, \text{EPSILON}=0.25, R=8$



Persecución con cambio de fase

$$\varepsilon = 0.25$$

Home Page

Print

Title Page

Contents

◀

▶

◀

▶

Page 19 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit

c) $F=0.01$, $\alpha=1.9$, $\text{EPSILON}=0.35$, $R=8$

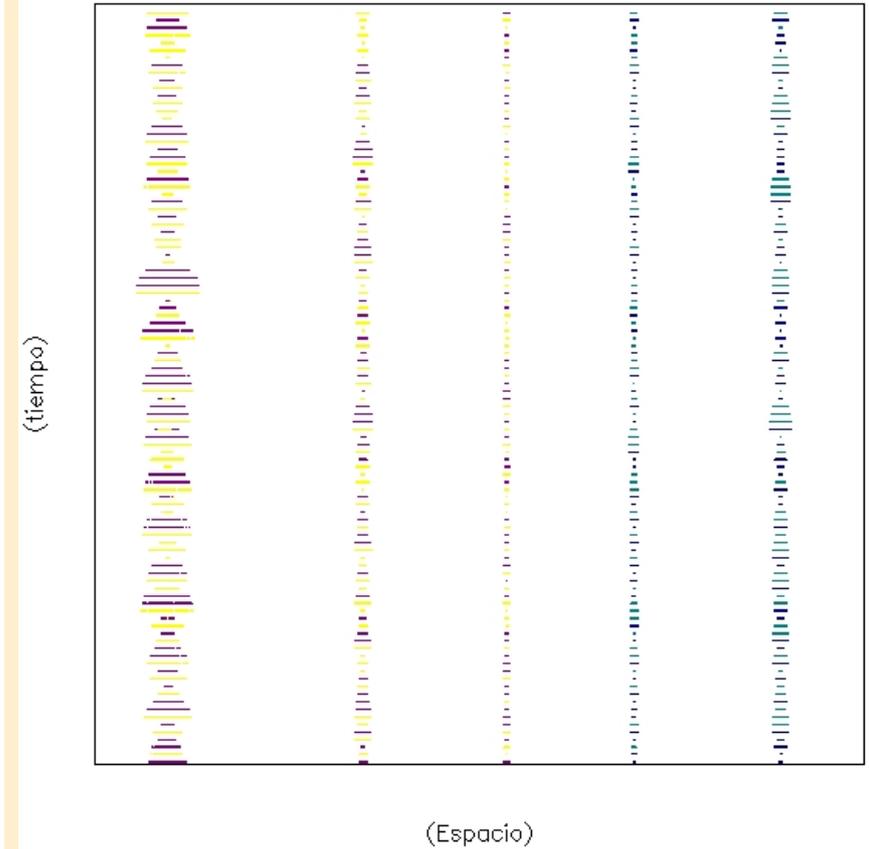


Estado único inestable

$$\varepsilon = 0.35$$

2D Estado único inestable
2D Clusters

d) $F=0.01$, $\alpha=1.9$, $\text{EPSILON}=0.45$, $R=8$



Clusters

$$\varepsilon = 0.45$$

$\langle \overline{\Xi(i)} \rangle$ y $\langle \sigma_v(i) \rangle$ en 2D

Home Page

Print

Title Page

Contents

◀◀

▶▶

◀

▶

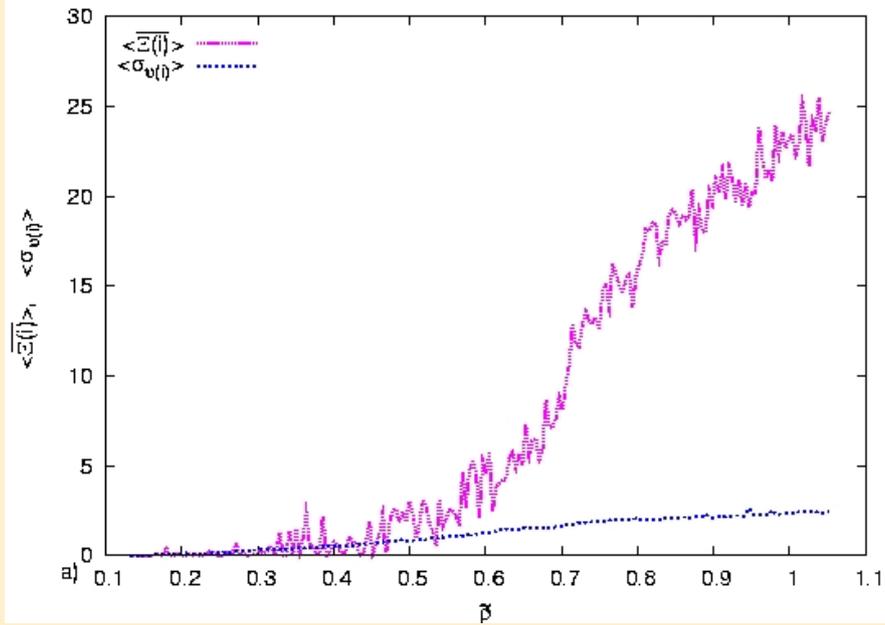
Page 21 of 24

Go Back

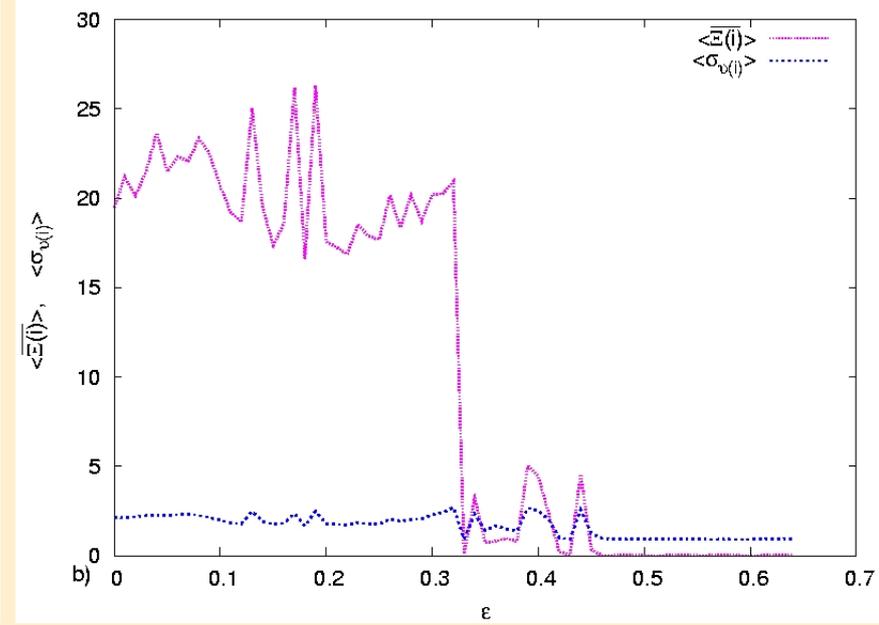
Full Screen

Close

Quit



$\varepsilon = 0.0$



$\tilde{\rho} = 0.876$

$R = 10, L = 50, \mathcal{F} = 0.01.$

Persistencia



Home Page

Print

Title Page

Contents

◀◀

▶▶

◀

▶

Page 22 of 24

Go Back

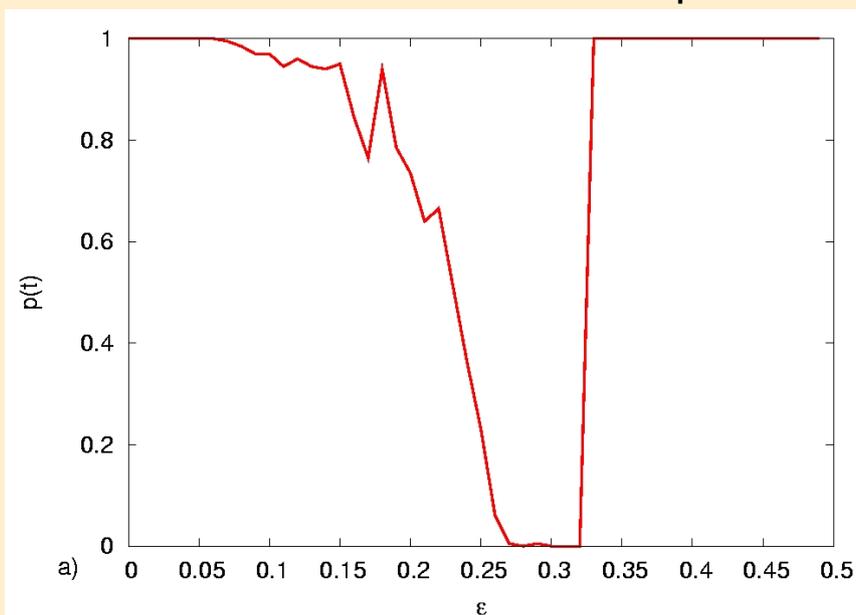
Full Screen

Close

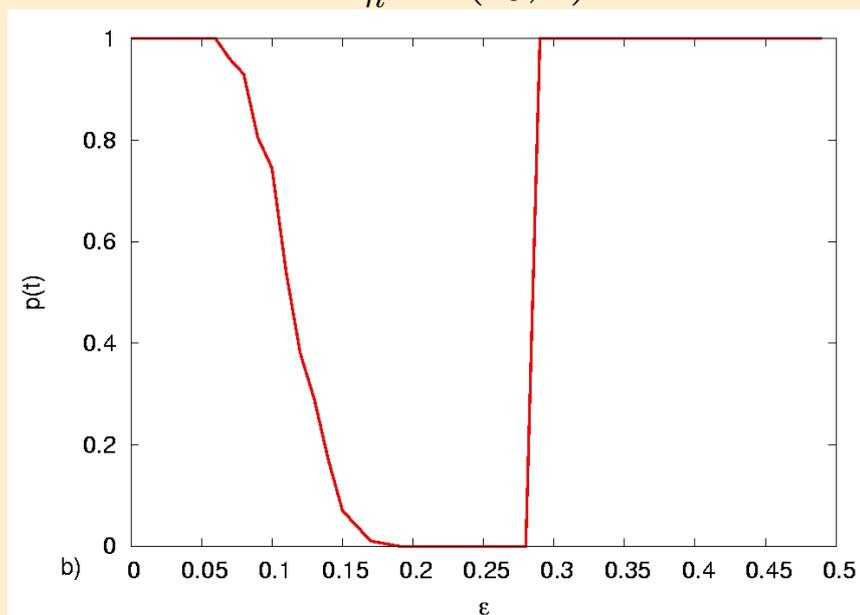
Quit

$$p(t) = \frac{1}{N} \sum N^*$$

$N^* \mapsto$ número de elementos que no cambian su estado x_n^i en (t_0, t) .



$\mathcal{F} = 0.01, \tilde{\rho} = 0.876, 2D$



$\mathcal{F} = 0.1, \tilde{\rho} = 1.623, 2D$

Diagrama de fase en el espacio de parámetros R y ε en 1D

Home Page

Print

Title Page

Contents

◀◀

▶▶

◀

▶

Page 23 of 24

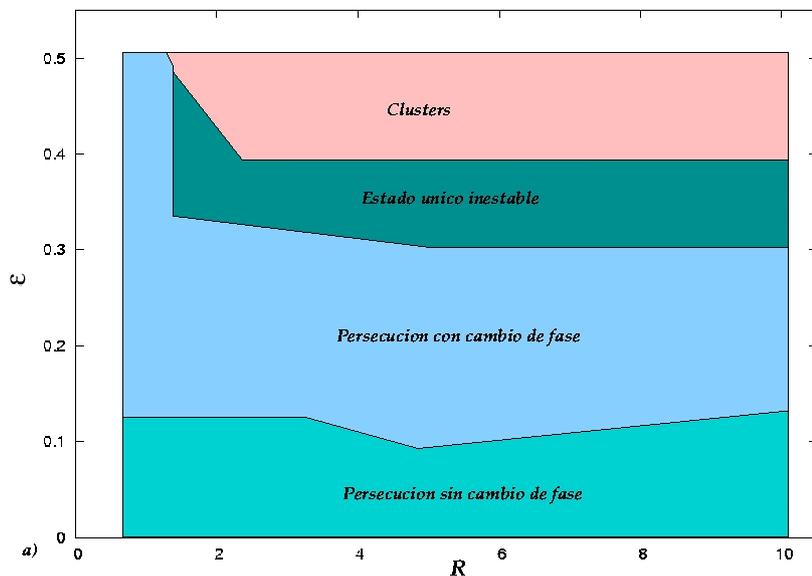
Go Back

Full Screen

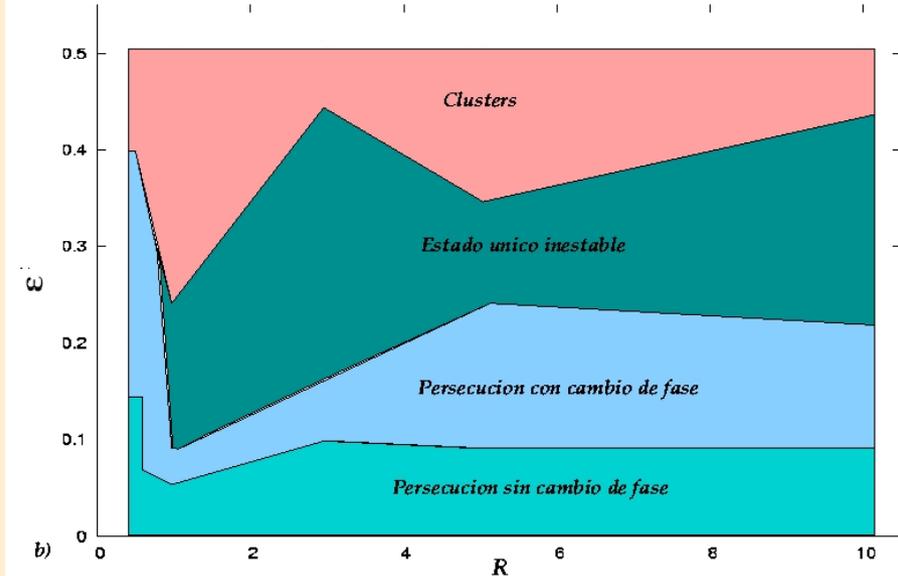
Close

Quit

Gas de mapas acoplados



$$\mathcal{F} = 0.01$$



$$\mathcal{F} = 0.1$$

$$N = 100, L = 100.$$

Conclusiones



Home Page

Print

Title Page

Contents



Page 24 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit

- En el modelo, cada elemento toma en cuenta las posiciones de sus vecinos y se mueve hacia el centro de masa de su entorno $\eta(i)$.
- Término $x_{n+1}^i \sum_{j \in \eta(i)} x_{n+1}^j$: “afinidad” de i con su grupo; si es positiva el elemento se mueve hacia el centro de su vecindad y en caso contrario se aleja de ella.
- Cantidades críticas: N_{cri_1} , N_{cri_2} y ρ_{cri} . Densidad normalizada $\tilde{\rho}$ utilizada como parámetro de orden.
- Cantidades estadísticas $\langle \overline{\Xi(i)} \rangle$ y $\langle \sigma_{v(i)} \rangle$ como función de $\tilde{\rho}$ y ε caracterizan la transición de una fase ordenada a una desordenada. Resultados numéricos concuerdan con predicción teórica.
- Se observa que la estabilidad de los grupos depende del número de elementos que lo conforman, y de los valores de parámetros. Esto se puede relacionar con los comportamientos sociales donde la permanencia de un grupo depende de diversos parámetros.
- Contribución principal: un modelo simple permite encontrar comportamientos complejos, como persecución entre grupos diferentes, adaptación de un elemento al grupo mayoritario.