Sincronización en sistemas autónomos y en sistemas forzados

Orlando Alvarez Llamoza

M. Cosenza, K. Tucci y M. Pineda

Area de Caos y Sistemas Complejos

Postgrado en Física Fundamental - ULA

http://www.cff.ula.ve/caoticos/

22 de marzo de 2006

Acoplamiento global

Redes de mapas globalmente acoplados[1]

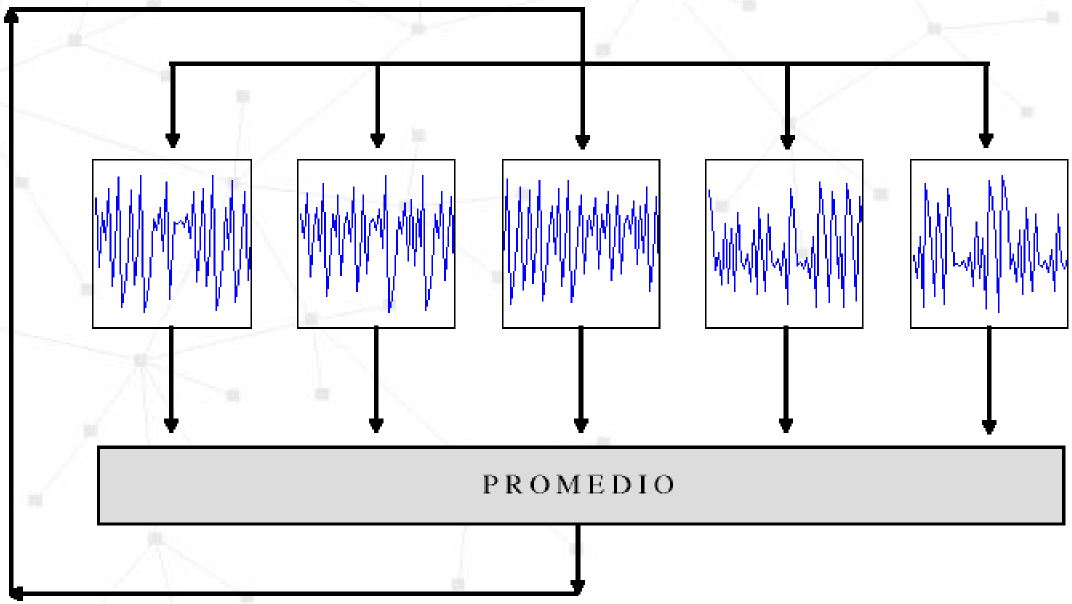
$$x^i_{t+1} = (1-\epsilon) f(x^i_t) + \frac{\epsilon}{N} \sum_{j=1}^{N} f(x^j_t)$$

Sistema autónomo.

x = elemento caótico.
$x \longrightarrow (b, t)$.

$i = 1, 2, \ldots, N$.

ϵ = parámetro de acoplamiento.



[1] K. Kaneko, Phys. Rev. Lett. **63**, 219 (1989)

Acoplamiento global selectivo

$$x_{t+1}^{i} = (1 - \delta_i^t \epsilon) f(x_t^i) + \delta_i^t \frac{\epsilon}{N} \sum_{j=1}^{N} f(x_t^j)$$

$$\delta_i^t = \begin{cases} 0 & \text{si } r_t^i > p \\ 1 & \text{si } r_t^i \leq p \end{cases}$$

r = número aleatorio $\in [0, 1]$.

p = probabilidad de conexión.

Fracción de elementos conectados = $p * N$

Acoplamiento global selectivo

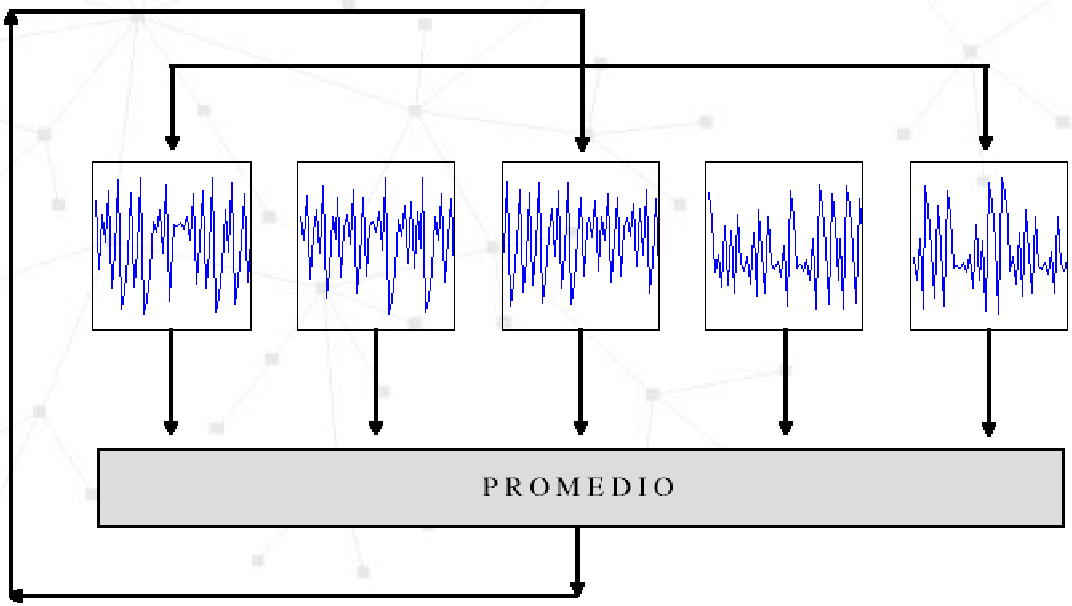
$$x_{t+1}^{i} = (1 - \delta_i^t \epsilon) f(x_t^i) + \delta_i^t \frac{\epsilon}{N} \sum_{j=1}^{N} f(x_t^j)$$

$$\delta_i^t = \begin{cases} 0 & \text{si } r_t^i > p \\ 1 & \text{si } r_t^i \leq p \end{cases}$$

r = número aleatorio $\in [0,1]$.
p = probabilidad de conexión.
Fracción de elementos conectados = $p * N$

$p = 0{,}6$

$t = 1$



Acoplamiento global selectivo

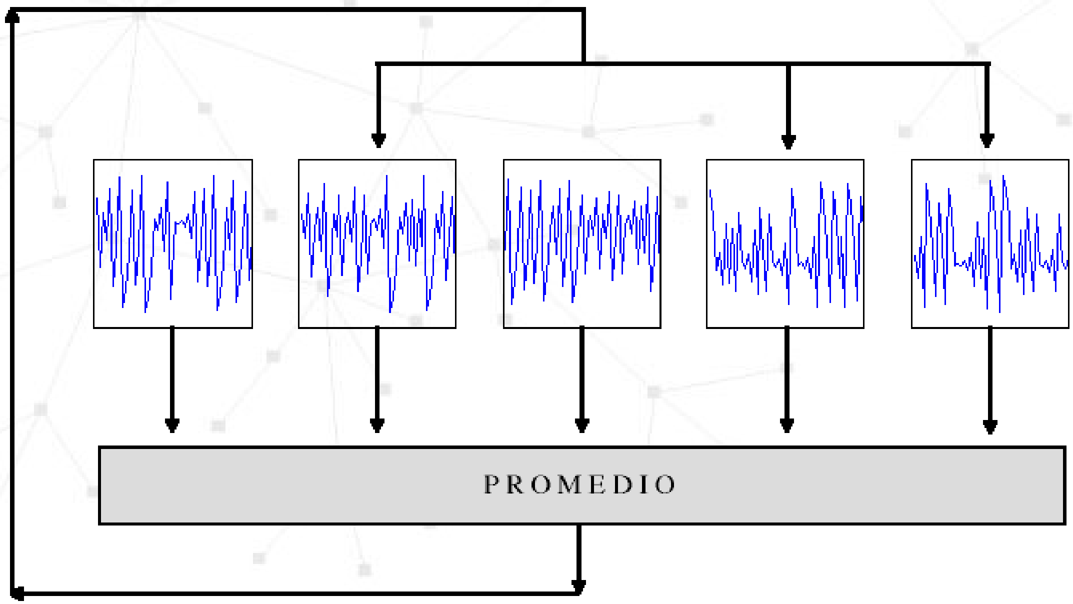
$$x_{t+1}^{i} = (1 - \delta_i^t \epsilon) f(x_t^i) + \delta_i^t \frac{\epsilon}{N} \sum_{j=1}^{N} f(x_t^j)$$

$$\delta_i^t = \begin{cases} 0 & \text{si } r_t^i > p \\ 1 & \text{si } r_t^i \leq p \end{cases}$$

r = número aleatorio $\in [0, 1]$.
p = probabilidad de conexión.
Fracción de elementos conectados = $p * N$

$p = 0{,}6$

$t = 2$



Acoplamiento global selectivo

$$x_{t+1}^{i} = (1 - \delta_i^t \epsilon) f(x_t^i) + \delta_i^t \frac{\epsilon}{N} \sum_{j=1}^{N} f(x_t^j)$$

$$\delta_i^t = \begin{cases} 0 & \text{si } r_t^i > p \\ 1 & \text{si } r_t^i \leq p \end{cases}$$

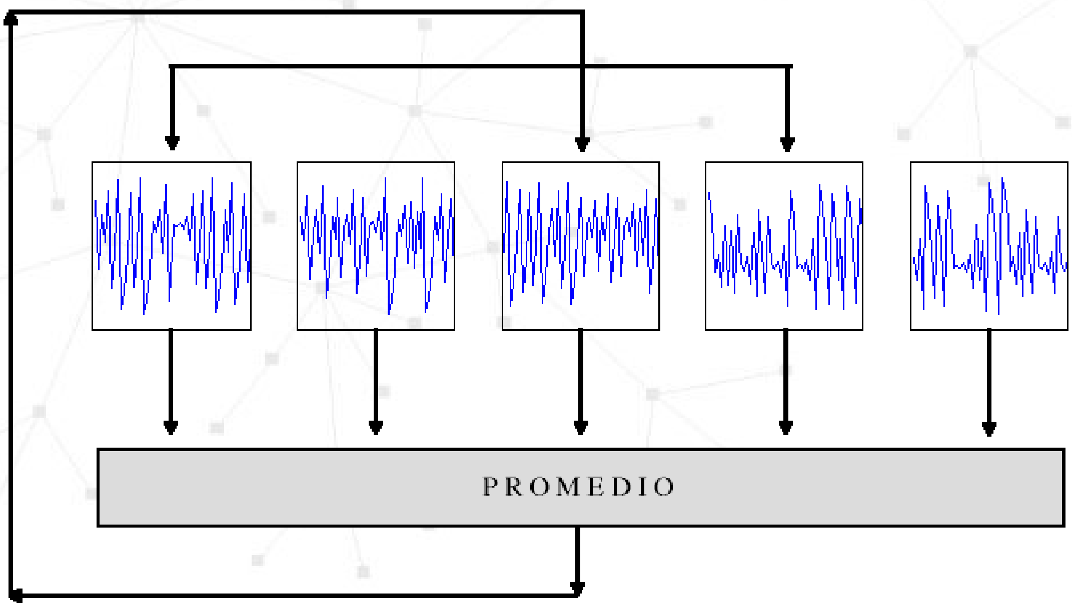
r = número aleatorio $\in [0,1]$.

p = probabilidad de conexión.

Fracción de elementos conectados = $p * N$

$p = 0,6$

$t = 3$



Acoplamiento global selectivo

$$x_{t+1}^{i} = (1 - \delta_i^t \epsilon) f(x_t^i) + \delta_i^t \frac{\epsilon}{N} \sum_{j=1}^{N} f(x_t^j)$$

$$\delta_i^t = \begin{cases} 0 & \text{si } r_t^i > p \\ 1 & \text{si } r_t^i \le p \end{cases}$$

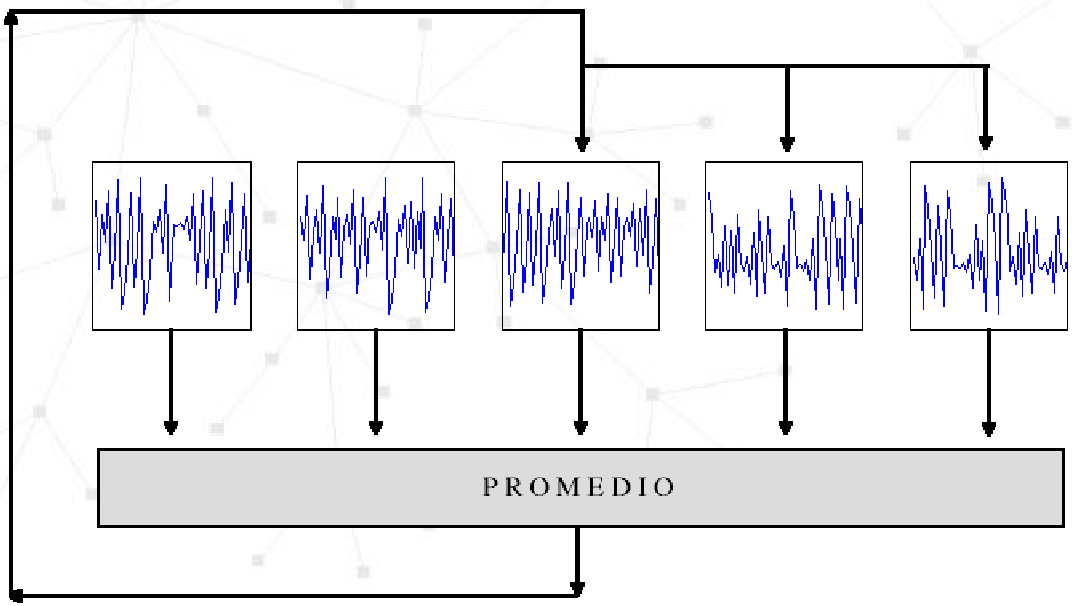
r = número aleatorio $\in [0, 1]$.

p = probabilidad de conexión.

Fracción de elementos conectados = $p * N$

$p = 0{,}6$

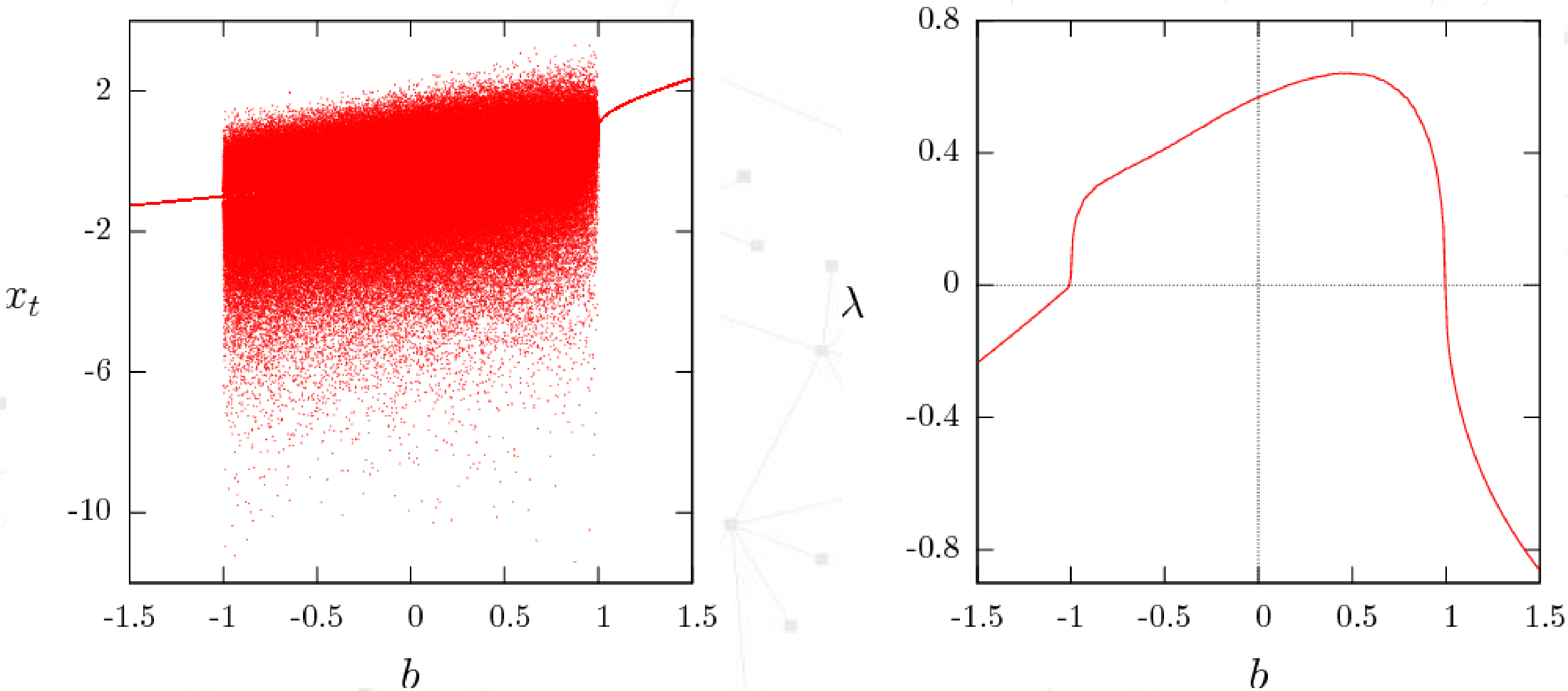
$t = 4$



Dinámica local

Mapa logarítmico[2]

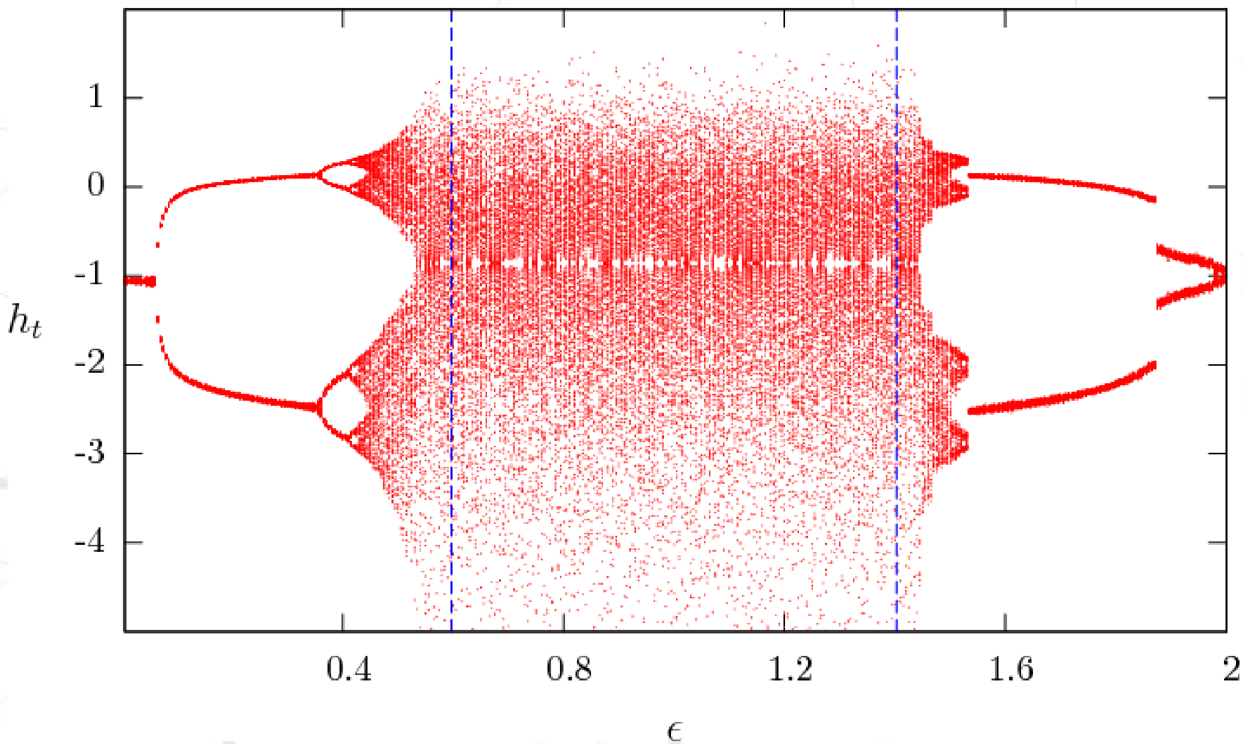
$$f(x) = b + \log |x|$$



[2] T. Kawabe y Y. Kondo, Prog. Theor. Phys. **85**, 759 (1991)

Campo medio con acoplamiento global selectivo

$$h_t = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f(x_t^i)$$



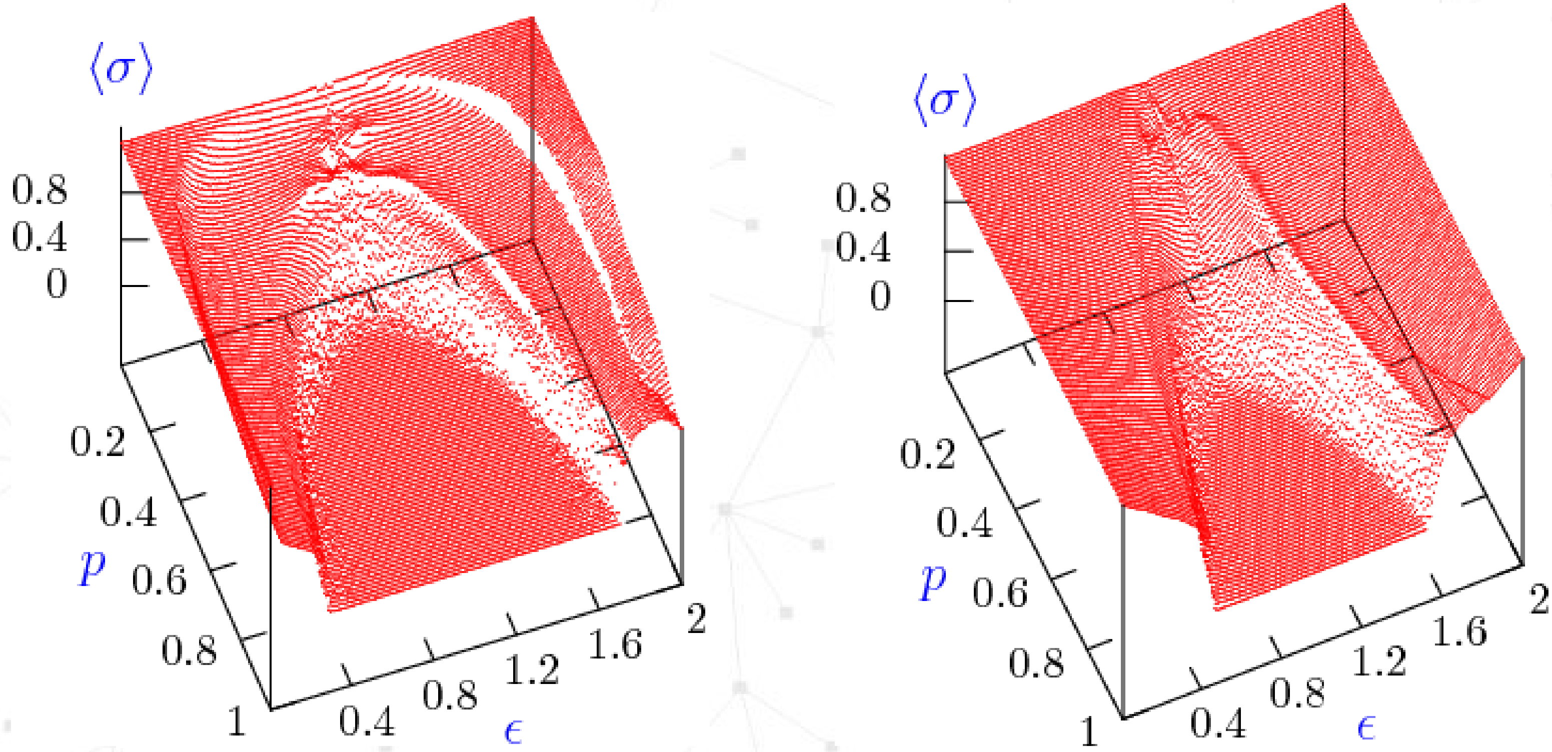
$N = 10^4 \quad b = -0{,}7 \quad p = 0{,}5 \quad \epsilon_{c1} = 0{,}5967512 \quad \epsilon_{c2} = 1{,}4032488$

Sincronización con acoplamiento global selectivo

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[x_t^i - \overline{x}_t]}$$

Sincronización con acoplamiento global selectivo

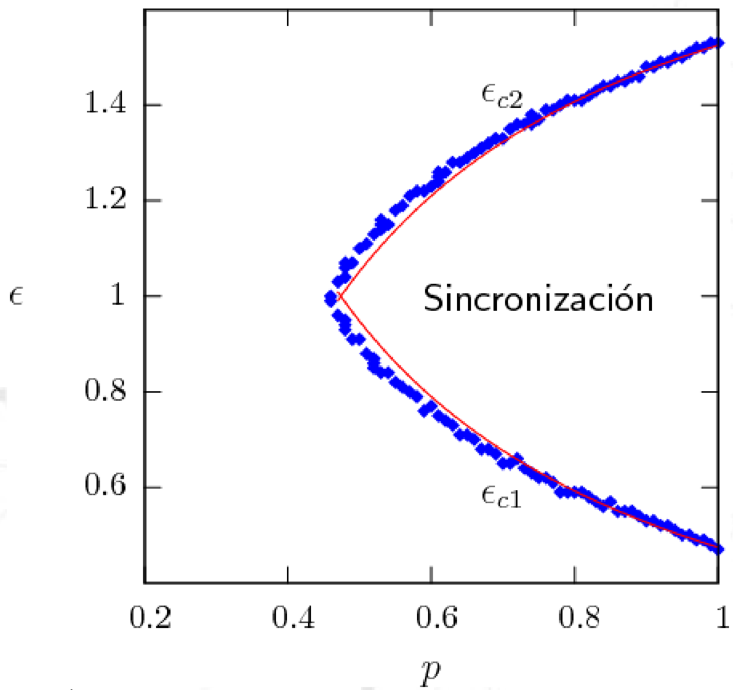
$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[x_t^i - \overline{x}_t]}$$



$N = 10^4$ $t = 5000$ $t_{tr} = 4000$ 1)$b = -0{,}7$ 2)$b = 0{,}5$.

Fronteras de Sincronización

Numéricamente se encuentra:



Frontera inferior

$$\epsilon_{c1} = \frac{(1 - e^{-\lambda})}{p}$$

Frontera superior:

$$\epsilon_{c2} = \frac{(-1 + e^{-\lambda})}{p} + 2$$

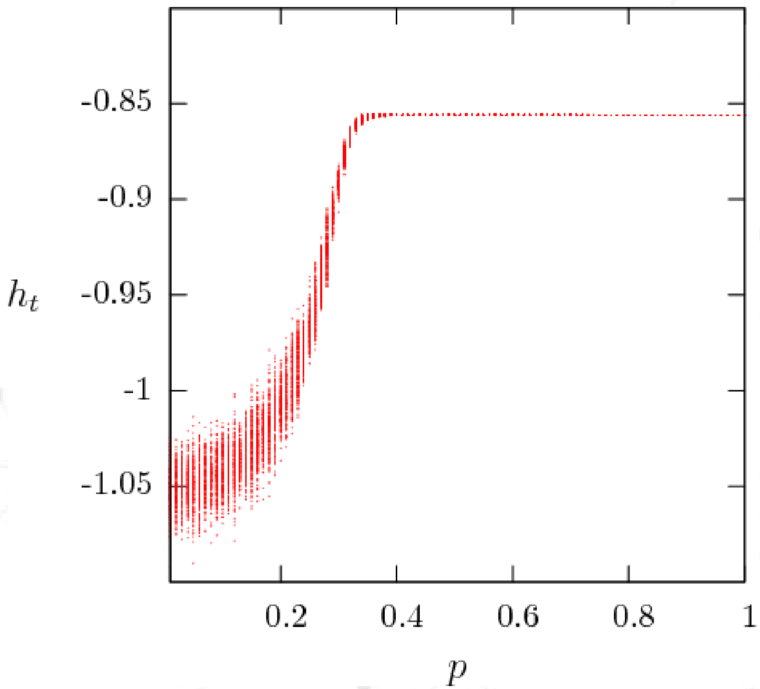
$b = 0{,}5$

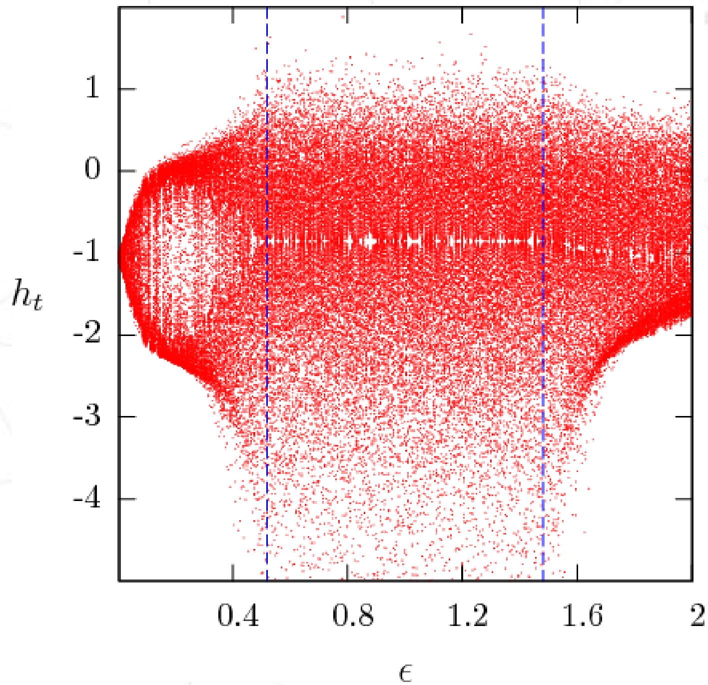
Forzamiento externo selectivo

$$x^i_{t+1} = (1 - \delta^t_i \epsilon) f(x^i_t) + \delta^t_i \epsilon F_t$$

Forzamiento externo selectivo

$$x^i_{t+1} = (1 - \delta^t_i \epsilon) f(x^i_t) + \delta^t_i \epsilon F_t$$

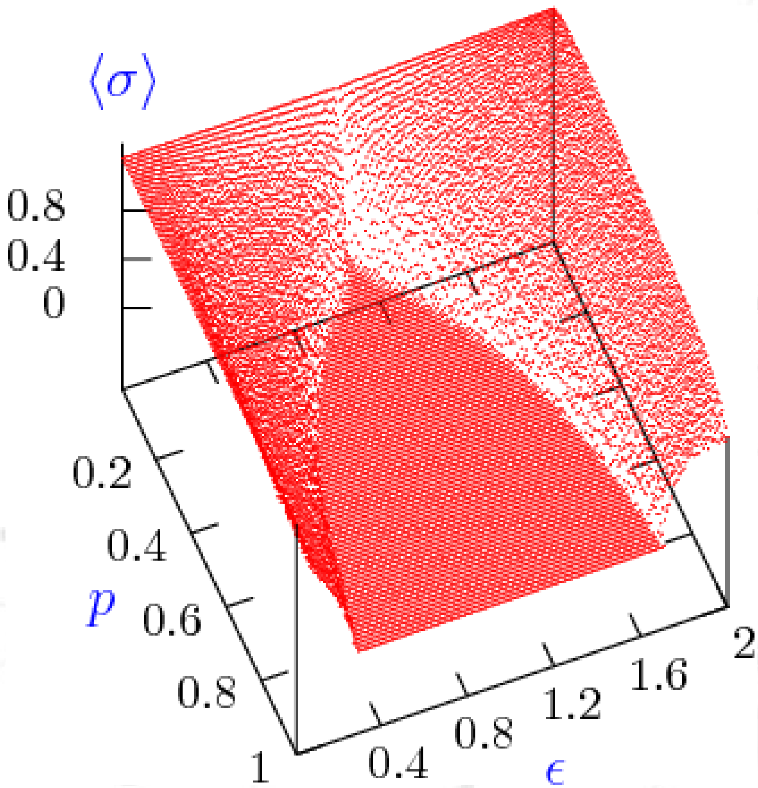


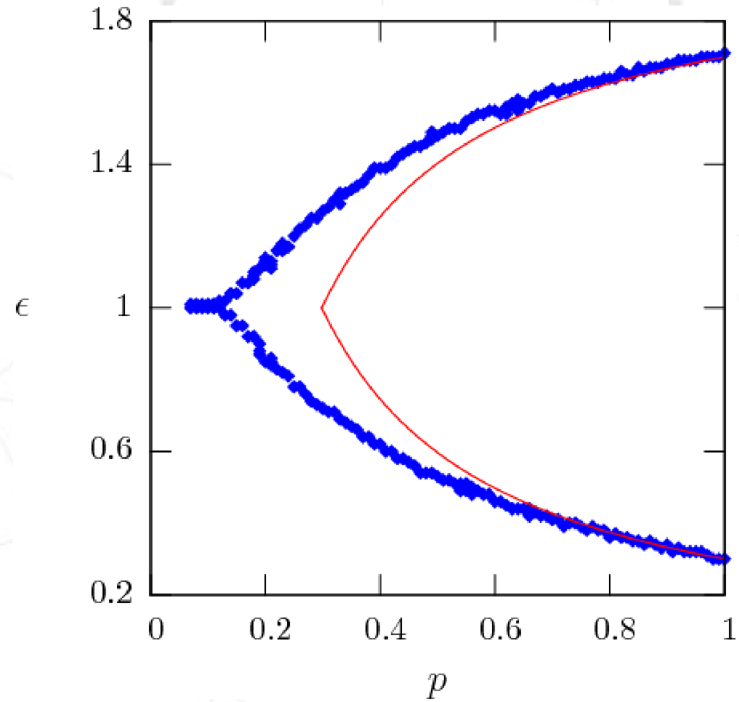


1) $F = \overline{x}_1 = -0{,}855 \longrightarrow \overline{x}_1 = f(\overline{x}_1)$ $\quad b = -0{,}7\ \epsilon = 0{,}4$

2) $F = -0{,}7 + \ln|x|$ $\quad b = -0{,}7\ p = 0{,}5$

Fronteras de Sincronización

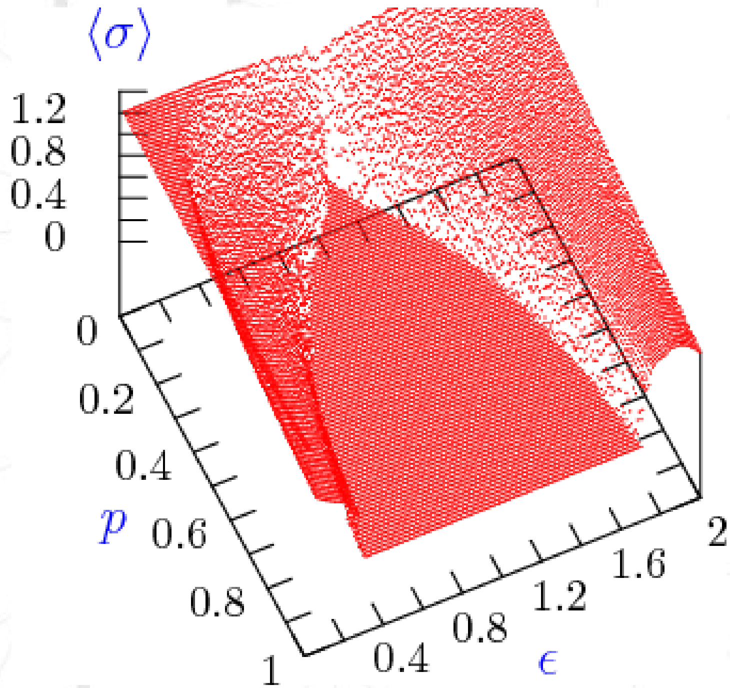




$N = 10^4 \quad t = 5000 \quad t_{tr} = 4000 \quad b = -0{,}7$

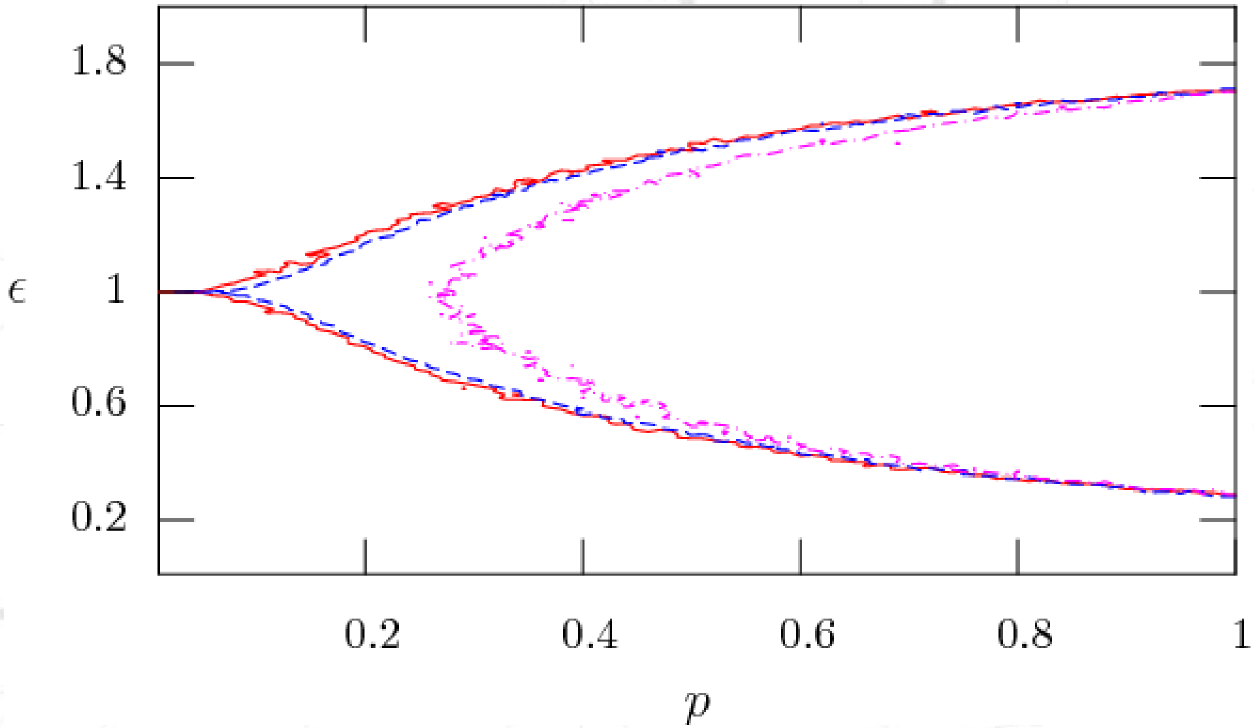
Acoplamiento global intermitente

$$x_{t+1}^{i} = (1 - \delta^{t}\epsilon) f(x_t^i) + \delta^{t}\frac{\epsilon}{N}\sum_{j=1}^{N} f(x_t^j)$$



$b = -0{,}7$

Acoplamiento intermitente vs. selectivo



Rojo → intermitente, Azul → forzado selectivo, Rosado → global selectivo, $b = -0{,}7$

Acoplamiento local más global selectivo

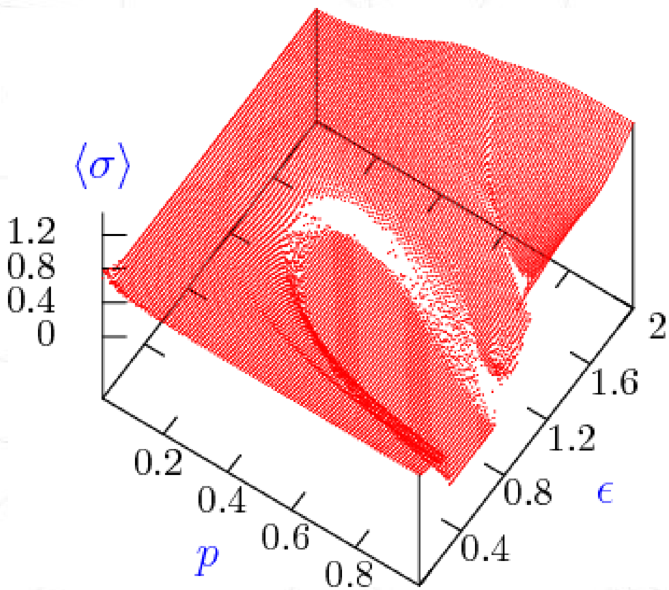
Arreglo unidimensional

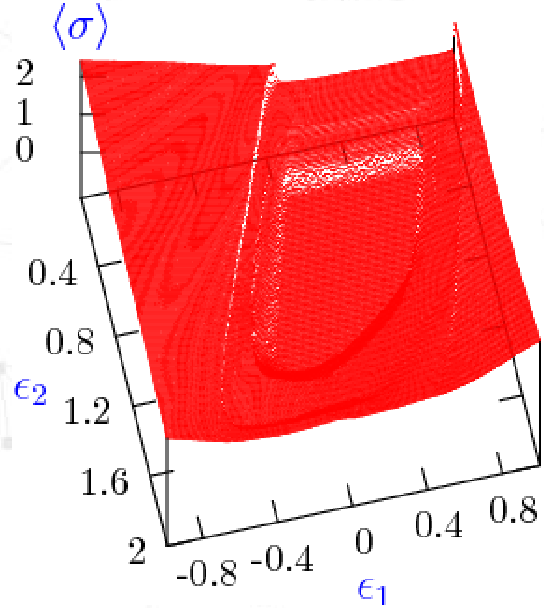
$$x_{t+1}^{i} = (1 - \delta_i^t \epsilon_2) f(x_t^i) + \frac{\epsilon_1}{2}\left[f(x_t^{i+1}) + f(x_t^{i-1}) - 2f(x_t^i) \right] + \delta_i^t \frac{\epsilon_2}{N} \sum_{j=1}^{N} f(x_t^j)$$

Acoplamiento local más global selectivo

Arreglo unidimensional

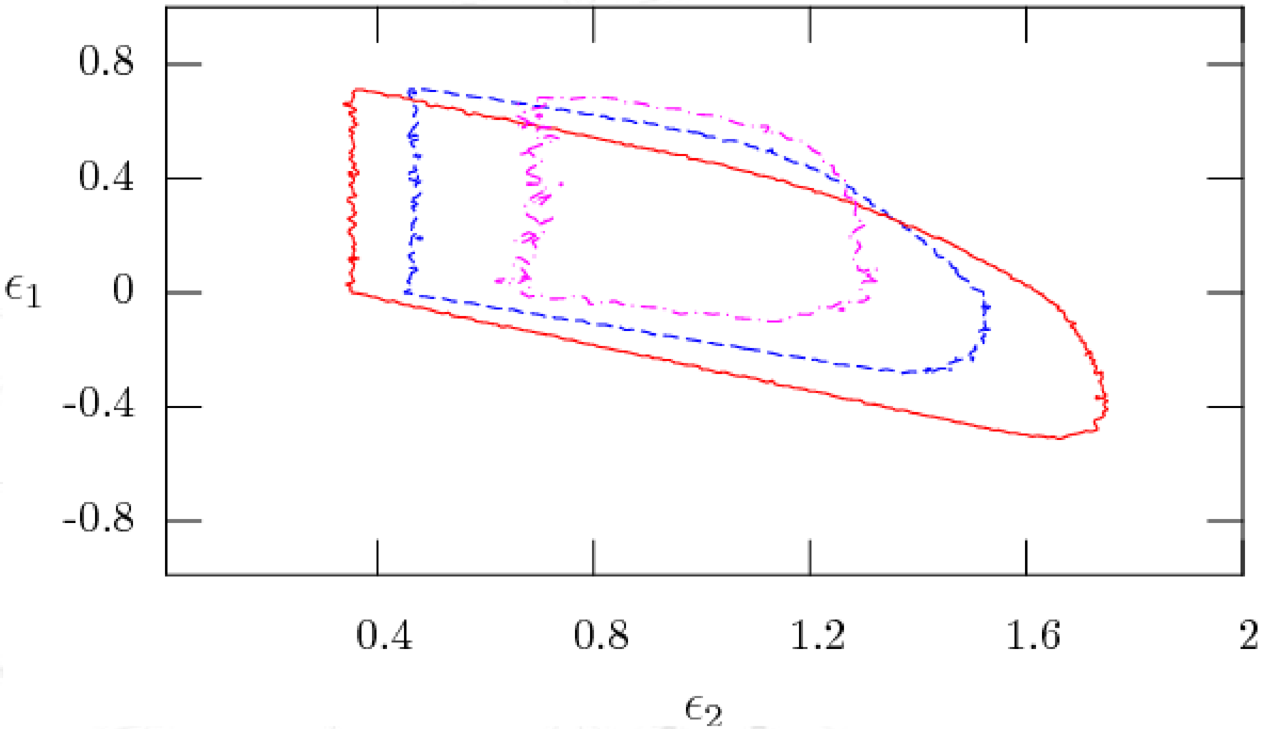
$$x_{t+1}^{i} = (1 - \delta_i^t \epsilon_2) f(x_t^i) + \frac{\epsilon_1}{2}\left[f(x_t^{i+1}) + f(x_t^{i-1}) - 2f(x_t^i)\right] + \delta_i^t \frac{\epsilon_2}{N}\sum_{j=1}^{N} f(x_t^j)$$





1) $\epsilon_1 = 0{,}5$ 2) $p = 0{,}6$ $b = -0{,}7$

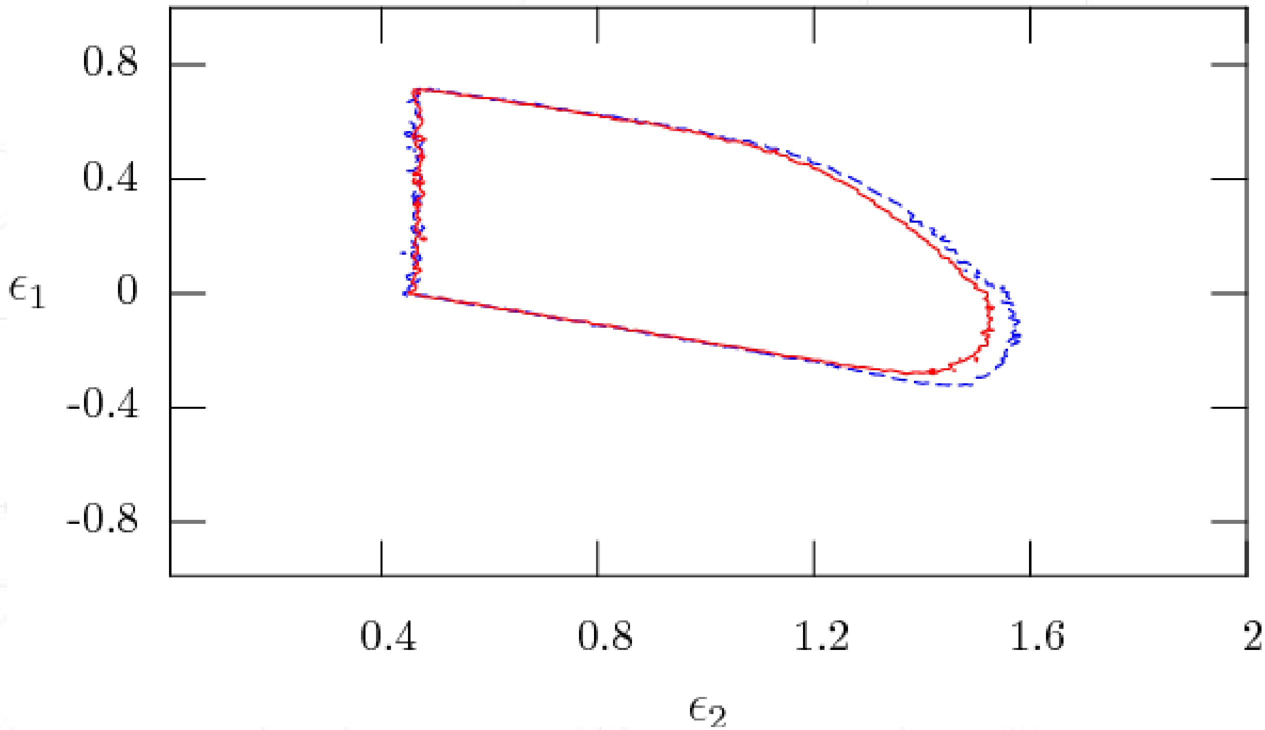
Fronteras de Sincronización



Rojo $\rightarrow p = 0{,}8$ Azul $\rightarrow p = 0{,}6$ Rosado $\rightarrow p = 0{,}4$
$b = -0{,}7$

Acoplamiento local más forzamiento selectivo

$$x_{t+1}^i = (1 - \delta_i^t \epsilon_2) f(x_t^i) + \frac{\epsilon_1}{2}\left[f(x_t^{i+1}) + f(x_t^{i-1}) - 2f(x_t^i)\right] + \delta_i^t \epsilon_2 F_t^i$$



Rojo $\rightarrow$ autónomo Azul $\rightarrow$ forzado. $p = 0{,}6$ $b = -0{,}7$

Conclusiones

- En los sistemas estudiados se observa que existe una fracción mínima para el surgimiento de la sincronización.
- Los sitemas con forzamiento selectivo se pueden estabilizar en órbitas inestables con una fracción mínima.
- Existe una fracción mínima en los sistemas con acoplamiento global selectivo donde emerge el C.C.N.T.
- Se encuentra una analogía en la sincronización de sistemas con acoplamiento forzado selectivo y acoplamiento intermitente.