

Caracterización de la actividad sísmica de la región andina de la falla de Boconó utilizando técnicas no lineales.

Characterization of the seismic activity of the Andean region of the Bocono's fault using nonlinear technics.

Felvir Rivas¹, Maria Elisa Elberg² y Kay Tucci³
Universidad de Los Andes

¹ Facultad de Ciencias, Departamento de Matemáticas

² Facultad de Ingeniería, Grupo de Investigación en Geología Aplicada

³ Facultad de Ciencias, SUMA-CeSiMo

felvir11@yahoo.com, mariael@ula.ve, kay@ula.ve

Resumen

Caracterizaremos la actividad sísmica de la región Andina de la falla de Boconó utilizando técnicas no lineales donde se incluye la teoría de la criticalidad autoorganizada y el análisis de series temporales no lineales. Los datos utilizados en este estudio se tomaron del catálogo sismológico del Laboratorio de Geofísica de la Universidad de Los Andes el cual contiene 2120 eventos independientes entre 1983-2005 en el área de estudio. El sistema de la falla de Boconó se considera como un sistema dinámico, y se utiliza la teoría de la criticalidad autoorganizada para caracterizarlo mediante dos observables: magnitud del evento sísmico y tiempo entre sismos. Utilizando el Teorema de Takens se reconstruye la dinámica del sistema en un espacio de 25, utilizando un retardo óptimo de 10 unidades. Mediante el método de componentes principales se encontró que todos los autovalores del sistema son similares lo que indica que cualquier proyección del espacio de fases implicaría una pérdida importante de información del sistema. Los resultados obtenidos de la caracterización de la actividad sísmica de la región Andina de la falla de Boconó indican que se requieren más datos para poder hacer una mejor reconstrucción de la dinámica.

Palabras Claves: Falla de Boconó, criticalidad autoorganizada, teorema de Takens.

Abstract

We characterize the seismic activity of the Andean region of the Bocono's fault using nonlinear technics likeself-organized criticality theory and nonlinear time series analysis. The data used on this study was taken on the seismological catalogue of the Geophysics Lab of the Universidad de Los Andes which has, in the study area, 2120 independent events between 1983-2005. The Bocono's fault behaves is considered like a dynamical system. In order to characterize the dynamic we use the self-organized criticality theory via two observables: seismic events magnitude and time between events. Using the Taken's Theorem, the system's dynamic is rebuilt in a 25 dimension phase space with an optimal delay of 10 units. Was found, through the principal components method, that the eigenvalues of the system are similar, therefore, any projection of the phase space will imply an important loss of the information of the system. The results obtained of the characterization of the seismic activity in the Andean Region of the Bocono's fault indicate that more data is required in order to do a better rebuild of the dynamical's system.

Key words: Bocono's fault, self-organized criticality, Takens' theorem.

1 Introducción.

En la actualidad, aproximadamente un 80% de la población venezolana vive en zonas de alta amenaza sísmica, variable que aumenta el nivel de riesgo, haciéndolo cada vez mayor a medida que se eleva el índice demográfico y las inversiones en infraestructura. En

ocasiones hemos olvidado que la situación geográfica es un factor fundamental al desarrollar construcciones, y no tomar en cuenta factores como la vulnerabilidad ante un sismo de gran intensidad, puede ocasionar el colapso de instalaciones y por consiguiente numerosas muertes. Los sismos más severos ocurridos en Venezuela son causados por tres fallas, Boconó, San Sebastián y El Pilar; las cuales

forman el límite principal entre la Placa del Caribe y la Placa de Sur América. Además de las fallas antes mencionadas, existen otras fallas menores tales como: Oca-Ancón, La Victoria, Urica, entre otras, capaces de producir sismos importantes en nuestro país.

Los registros históricos de la actividad sísmica pueden ser vistos como una serie temporal de datos. Por lo general se utilizan métodos estadísticos (Fonseca L, 2002; Robasco y col., 2004) para el estudio de este tipo de datos, pero recientemente se han desarrollado técnicas dinámicas (Bak P, 1989, Tankens F, 1993) para caracterizar estas series de datos. Nuestro objetivo es caracterizar la actividad sísmica de la falla de Boconó en la Región de los Andes utilizando dos de las técnicas no lineales. La primera, la teoría de la criticalidad autoorganizada, permite caracterizar el comportamiento de variables macroscópicas del sistema dinámico cuando éste llega a su estado autoorganizado; y la segunda es el análisis de series de tiempo, que permiten reconstruir la estructura dinámica del sistema. De esta forma aumentar el conocimiento que tenemos de este sistema sobre el que vivimos. Al utilizar métodos dinámicos suponemos que la serie de datos provienen de una dinámica, en este caso no lineal.

2 Criticalidad autoorganizada (SOC).

La teoría de la criticalidad autoorganizada (Bak P y col. 1887, Bak P y col., 1988) fue desarrollada con el fin de explicar las propiedades invariantes de sistemas dinámicos complejos lejos del equilibrio. La hipótesis de la teoría es que hay sistemas dinámicos que evolucionan de modo natural hacia un estado crítico, y una vez que han llegado a él exhiben una propiedad muy característica: una perturbación pequeña puede desencadenar respuestas de diversa magnitud, desde una respuesta pequeña, que no modifica sustancialmente el estado del sistema, hasta una respuesta extrema, que provoque el colapso total del mismo.

La teoría de la criticalidad autoorganizada, llamada a veces teoría de la complejidad, se desarrolló de manera muy próxima a la teoría del caos (Gleick J y col., 1988, Lorenz E, 1993). Al igual que la teoría del caos, la teoría de la criticalidad autoorganizada postula “cataclismo, cambio y enormes consecuencias derivadas de eventos aparentemente triviales, y aun así con una ley muy profunda escondida tras ellos”. La criticalidad autoorganizada es una teoría usada para describir sistemas dinámicos que tienen puntos críticos que son atractores extraños. Los fenómenos críticos autoorganizados pueden observarse en sistemas en desequilibrio con grados de libertad extendidos y con no-linealidades. No hay que olvidar que la criticalidad autoorganizada es sólo uno de los tantos mecanismos por los que se obtiene una dinámica con escala invariante, esto es, dinámicas que siguen leyes de potencia.

Como estamos suponiendo que el sistema de la falla de Boconó se comporta como un sistema crítico

autoorganizado, nuestros objetivos es ajustar algunos de los observables de la dinámica de la falla de Boconó como: la magnitud, la profundidad y el tiempo entre sismos, a leyes de potencia y así hallar los exponentes característicos de las mismas. Para el cálculo del exponente de la ley de potencia que gobierna a algunos observables construimos los histogramas de la probabilidad de frecuencia de cada uno de ellos y luego ajustamos la ley de potencia,

$$P(x) \approx x^{-\beta}, \quad (1)$$

al histograma, donde, $P(x)$ representa la probabilidad de observar el valor x , y β es el exponente que caracteriza a la ley de potencia.

La escogencia del número de intervalos para construir el histograma de frecuencias es fundamental. Si se escoge un número muy pequeño de intervalos se tendrá pérdida de información, por otra parte, si el número de intervalos es muy grande habrá muchos intervalos vacíos. En ambos casos la aproximación del exponente, β , sería inadecuada. Así, el número de intervalos para construir el histograma será el mayor número que presente la menor cantidad de intervalos vacíos.

2.1 Magnitud.

Los datos de la magnitud recopilados en el catálogo (LGULA), son 2004 comprendidos en el período 1983-2006. El histograma de la magnitud, para el número de eventos reportados de la región de los Andes, se muestra en la figura. 1.

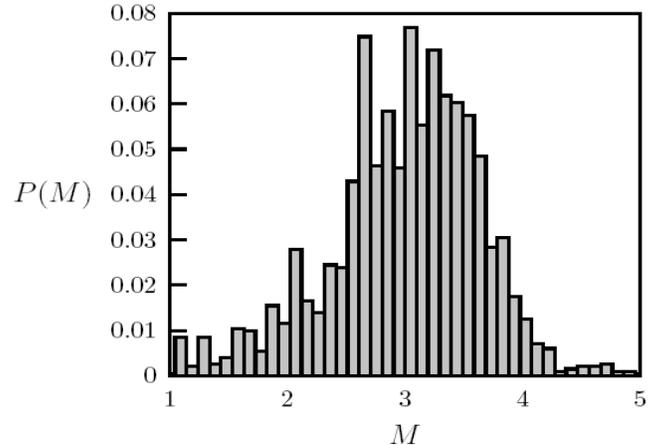


Fig. 1. Histograma de la magnitud, $P(M)$, entre 1983-2006.

Se puede observar que la máxima probabilidad se tiene para los eventos de magnitud 3, también se puede observar que los datos no tienen registros de eventos con magnitud $M < 0.9$. Esto se debe a la forma como fueron introducidos los datos en el catálogo. En consecuencia no podemos realizar el análisis con todos los datos del catálogo, pues no fue sino hasta mediados del año 1989 que se empezaron a

registrar los eventos con magnitud $M < 2.5$, es por ello que el análisis lo realizamos con los 1091 datos de magnitud $M \geq 3$, que fueron registrados durante todo el periodo.

La figura 2 muestra el histograma de la magnitud, $P(M)$, contra la magnitud, M , con el eje Y en escala logarítmica. Note que la recta:

$$\log(P(M)) \approx \beta_M M + C_m, \quad (2)$$

ajusta a los datos. El exponente obtenido en el ajuste es: $\beta_M = -2.7 \pm 0.2$. Hay que recordar que la magnitud corresponde al logaritmo de la energía y por eso β_M es nuestro exponente a pesar de estar multiplicando a M y no elevándolo.

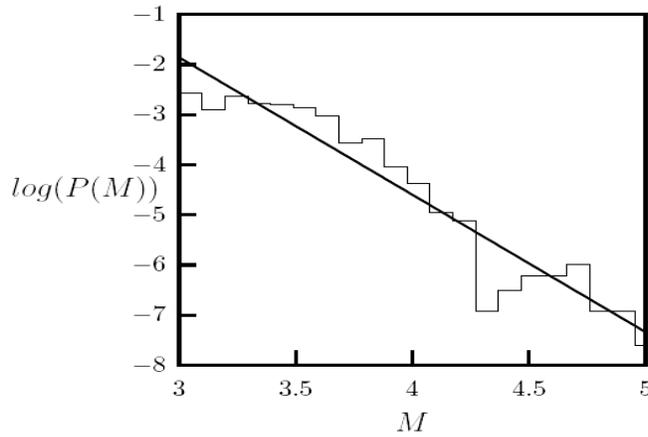


Fig. 2. Histograma de la magnitud ajustado a una ley de potencia. La línea recta representa a la recta que mejor ajusta a los datos.

2.2 Profundidad.

Los datos de la profundidad entre el periodo 1983-2006 son 1027. En la figura 3 se muestra el histograma para la profundidad.

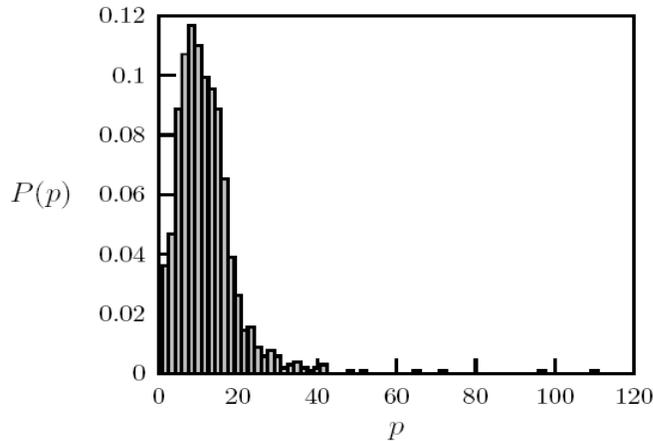


Fig. 3. Distribución de probabilidades de la profundidad.

Se puede observar que los eventos registrados tienen profundidades entre los 0 y los -30 km. A diferencia de los

datos de la magnitud, los datos de la profundidad no están sesgados, es decir, que no se impusieron restricciones sobre la profundidad para ingresar datos al catálogo, esto es así siempre y cuando se considere la profundidad independiente de la magnitud.

Teniendo en cuenta lo anterior, se puede decir que el sistema de la falla de Boconó presenta una profundidad característica de $p = -7 \pm 2$ km. Por esta razón no tiene sentido calcular el exponente de la ley de potencia, pues la profundidad, como era de esperarse, no depende del comportamiento dinámico de la falla de Boconó sino de su geometría y ubicación en el espacio.

2.3 Tiempo entre sismos.

Por las mismas razones expuestas en la sección 2.1 para eliminar el sesgo introducido por la forma como se tomaron los datos, el tiempo entre sismos, medido en minutos, que vamos a considerar es el tiempo que correspondiente a los eventos con magnitud $M \geq 3$, así tenemos 1090 datos independientes.

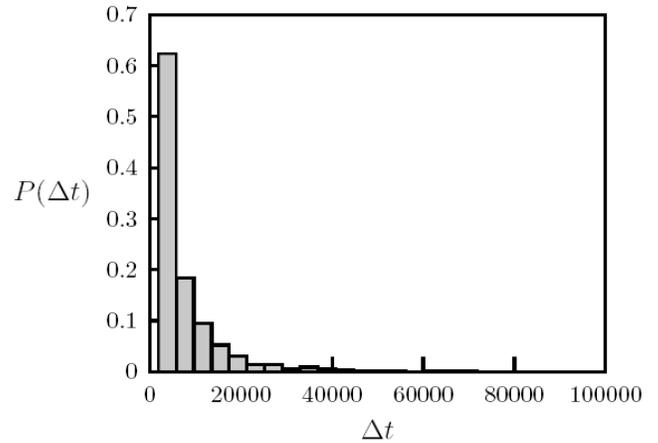


Fig. 4. Distribución de probabilidades para el tiempo entre sismos para eventos con $M \geq 3$ con ambos ejes en escala logarítmica.

El histograma de la distribución de probabilidades para el tiempo entre sismos se puede ver en la figura 4, donde se observa que la probabilidad máxima se tiene para tiempos entre sismos, Δt , pequeños.

La figura 5 muestra el histograma del tiempo entre sismos, $P(\Delta t)$, contra el tiempo entre sismos, Δt , con ambos ejes en escala logarítmica

Note que se obtiene un buen ajuste a la ley de potencia, representada por la recta,

$$\log(P(\Delta t)) = \beta_{\Delta t} \Delta t + C_{\Delta t}, \quad (3)$$

donde, el exponente obtenido es: $\beta_{\Delta t} = -1.7 \pm 0.1$

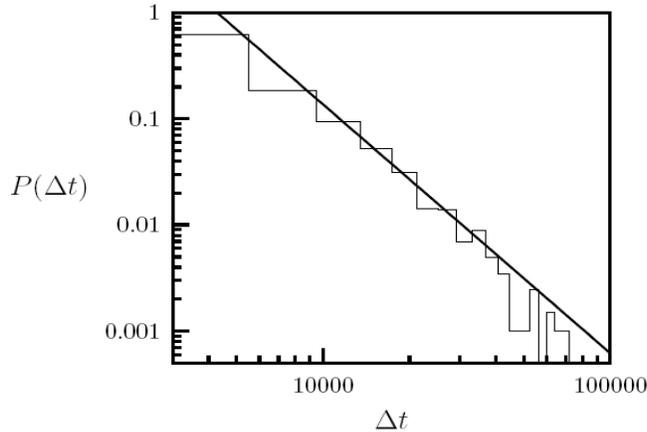


Fig. 5. Histograma del tiempo entre sismos ajustado a una ley de potencia. La línea recta representa la ley de potencia que mejor se ajusta a los datos.

3 Series de tiempo.

Para la reconstrucción del atractor del sistema mediante el análisis de tiempo de dinámicas no lineales utilizaremos el teorema de Takens (Takens F, 1981; Takens F, 1993), el cual requiere del cálculo de la dimensión de *embedding* mínima y del tiempo de retraso.

3.1 Elección de la dimensión de *embedding* mínima.

Por los resultados obtenidos en la sección 2, para el estudio de la dimensión de *embedding* mínima se tomaron en cuenta los observables magnitud y tiempo entre sismos ya que, a diferencia de la profundidad, ambos mostraron que siguen una dinámica crítica autoorganizada.

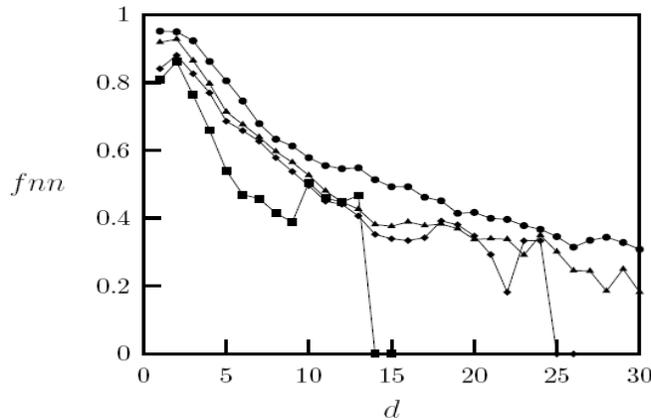


Fig. 6. Fracción de falsos vecinos, fnn , vs dimensión de *embedding*, d , para la serie de tiempo M . ● $Rtol=0.8$ y $\tau=5$, ▲ $Rtol=1.0$ y $\tau=10$, ◆ $Rtol=1.2$ y $\tau=10$, ■ $Rtol=2.0$ y $\tau=1$.

Para el cálculo de la dimensión de *embedding* se utilizó el método de falsos vecinos (Kantz H, Schreiber T, 1997) que busca la dimensión, d , mínima para la cual la fracción de falsos vecinos, fnn , sea también mínima. Los cálculos se realizaron con distintos valores del umbral ($Rtol$) y distintos retardos (τ). En la figura. 6 se muestra la

fracción de falsos vecinos fnn , del observable magnitud en función de la dimensión de *embedding*, d , para algunos valores del umbral, $Rtol$, y del retardo, τ . Observe que mientras hay curvas que no cortan al eje X , en este caso mostramos las obtenidas con $Rtol = 0.8$, $\tau = 5$ y $Rtol = 1.0$, $\tau = 10$; Existen curvas que si lo cortan, las obtenidas con $Rtol = 1.2$, $\tau = 10$ y $Rtol=2.0$, $\tau = 10$. Como existen varios pares ($Rtol$, τ) para los que $fnn=0$, usamos como criterio de selección de la dimensión de *embedding*, d_M , aquella que tenga el umbral $Rtol$ más pequeño. Así tenemos que la dimensión de *embedding* para la magnitud es $d_M = 25$, pues es la curva con el menor valor umbral $Rtol$ para la cual el porcentaje de falsos vecinos, fnn , en el espacio de fases d -dimensional es nulo.

Por otra parte, la figura. 7 muestra algunos de los resultados obtenidos al aplicar el método de falsos vecinos al tiempo entre sismos, Δt , para distintos valores del umbral, $Rtol$, y distintos retardos, τ .

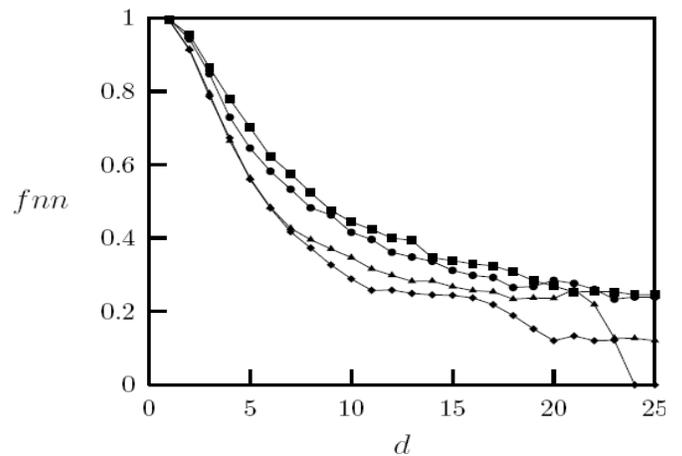


Fig. 7. Fracción de falsos vecinos, fnn , vs dimensión de *embedding*, d , para la serie de tiempo Δt . ● $Rtol=1.2$ y $\tau=15$, ▲ $Rtol=1.8$ y $\tau=15$, ◆ $Rtol=2.0$ y $\tau=25$, ■ $Rtol=1.0$ y $\tau=10$.

En este caso, la dimensión de *embedding* mínima es $d_{\Delta t} = 24$, ya que $Rtol = 2.0$ es el menor valor umbral para el que se tiene que la curva de la dimensión, d , vs la fracción de falsos vecinos, fnn , corta al eje de las X , pues para valores de $Rtol < 2.0$ y cualquier τ , se obtienen dimensiones mayores a $d_{\Delta t} = 24$.

3.2 Elección del tiempo de retraso.

Para calcular el valor adecuado de τ , que usaremos luego en la reconstrucción del atractor mediante el teorema de Takens, se puede utilizar tanto la función media de información mutua:

$$I_{\tau} = \sum_{x_t, x_{t+\tau}} P(x_t, x_{t+\tau}) \log_2 \frac{P(x_t, x_{t+\tau})}{P(x_t)P(x_{t+\tau})}, \quad (4)$$

donde, x_t es una medición extraída de un conjunto A y $x_{t+\tau}$ es una medición extraída de un conjunto B , $P(x_t, x_{t+\tau})$ es la densidad de la probabilidad conjunta de que mediciones de A y B resulten en valores x_t y $x_{t+\tau}$. $P(x_t)$ y $P(x_{t+\tau})$ son las densidades de probabilidad individuales para las mediciones de A y B . Como también se puede utilizar la función de autocorrelación:

$$C_\tau = \sum_t (x_t - \bar{x})(x_{t+\tau} - \bar{x}), \quad (5)$$

donde, x_t es una medición en el tiempo t y \bar{x} es su valor esperado. Al usar la función media de información, I_τ , el primer mínimo representa el retardo óptimo τ ; en cambio, para estimar el valor de τ con la función de autocorrelación, C_τ , el criterio es que τ corresponda al valor del primer cero de la función.

La figura 8 muestra las gráficas de la función de autocorrelación, C_τ , y la función media de información mutua, I_τ , de los datos correspondientes a la magnitud.

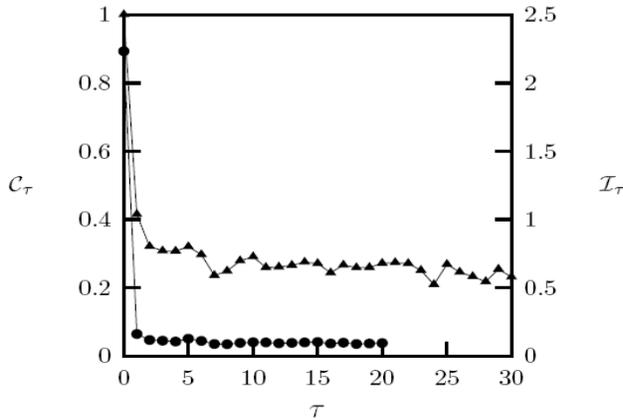


Fig. 8. La curva con ▲ es la función de autocorrelación, en el eje Y de la izquierda, y la de ● es la función media de información mutua, en el eje Y de la derecha, para la serie de tiempo.

Note que a pesar de que el primer mínimo de la función media de información mutua se encuentra en $\tau = 7$ se decidió tomar el segundo mínimo que se encuentra en $\tau = 10$, porque este último concuerda con el retardo del cálculo de la dimensión de *embedding*, d que realizamos en la sección anterior. También se puede observar de la figura 8, que la función de autocorrelación no corta al eje X por lo que el criterio de utilizar el primer cero de la misma falla.

La figura 9 muestra la función media de información mutua y la función de autocorrelación para el observable Δt . Para este observable la función media de información, I_τ , tiene un mínimo cerca de $\tau = 10$, igualmente en este caso el criterio de la función de autocorrelación, C_τ , no se cumple. Así que establecemos el retardo $\tau = 10$, porque concuerda con el utilizado para el cálculo de la dimensión de *embedding*, y se ajusta bastante bien al criterio de la

función media de información mutua para ambos observables, magnitud, M , y tiempo entre sismo Δt .

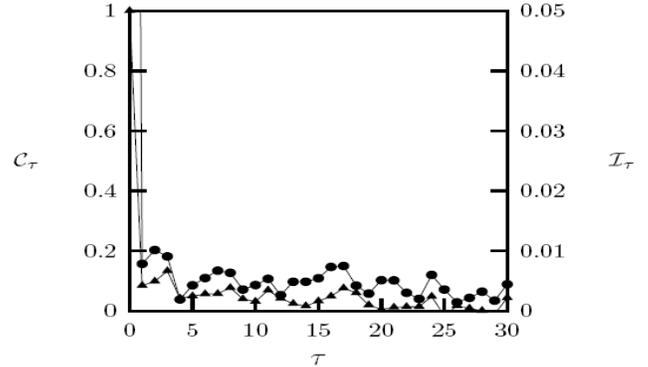


Fig. 9. La curva con ▲ es la función de autocorrelación, en el eje Y de la izquierda, y la de ● es la función media de información mutua, en el eje Y de la derecha, para la serie de tiempo Δt .

3.3 Componentes principales.

Con la estimación del tiempo de retraso $\tau = 10$ y una dimensión de *embedding* de $d = 25$ podemos reconstruir la dinámica del sistema de la falla de Boconó usando el Teorema de Takens. Una dimensión de *embedding* $m=25$ indica que el sistema es de alta dimensionalidad. Al utilizar el método de componentes principales (Jolliffe I, 1986) para intentar encontrar un subespacio de dimensión menor que $m=25$, tal que al proyectar sobre él los puntos conserven su estructura con la menor distorsión posible se obtienen el espectro de autovalores de la figura 10, ordenados según el número de componentes principal para la serie de tiempo M .

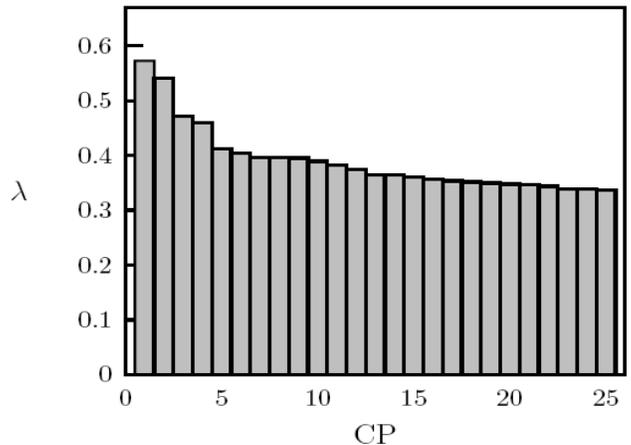


Fig. 10. Representación de los autovalores, λ , vs el número de componentes principales, CP, para la serie de tiempo M .

La Figura 11 muestra los autovalores del sistema reconstruido a partir la serie de tiempo Δt también ordenados según el número de componente principal. Note que en ambos casos no existe una diferencia significativa entre las magnitudes de los autovalores.

Ahora bien, como la idea del método de las componentes principales es el de excluir a aquellas dimensiones asociadas a autovalores pequeños, en comparación con el autovalor mayor del sistema, podemos afirmar por lo que muestran las figuras. 10 y 11 que no es posible reducir el número de dimensiones, ya que todos los autovalores son similares tanto para la serie de tiempo M como para la serie de tiempo Δt . Debido a esto no podemos graficar en el espacio de fases la dinámica del sistema de la falla de Boconó en la Región de los Andes sin que haya una pérdida importante de información.

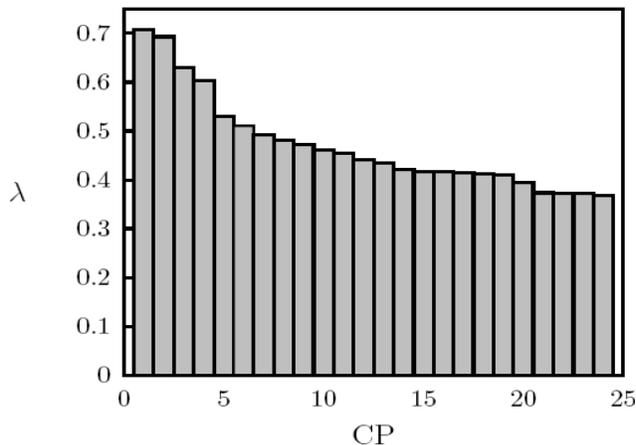


Fig. 11. Representación de los autovalores, λ , vs el número de componentes principales, CP, para la serie de tiempo Δt .

4 Conclusiones y recomendaciones.

En este trabajo se logró caracterizar la actividad sísmica de la falla de la Boconó en la Región de los Andes mediante la aplicación de la teoría de la criticalidad autoorganizada y el análisis de series de tiempo de dinámicas no lineales. Se encontró el exponente β de la ley de potencia que siguen los terremotos considerando la magnitud y el tiempo entre sismos. También se determinó que la profundidad no depende del comportamiento dinámico de la falla sino más bien de su geología.

Para la magnitud se obtuvo $\beta_M = -2.7 \pm 0.2$ y para el tiempo entre sismos $\beta_{\Delta t} = -1.7 \pm 0.1$. El valor del exponente de la magnitud, β_M , es mayor de lo esperado, pues la constante β es cercana a 1. Esto se debe a que el número de datos con los que trabajamos es pequeño o a que los eventos con magnitudes pequeñas, que son los que ocurren con más frecuencia, no están registrados. Como al parecer la actividad sísmica de la falla de Boconó presenta un comportamiento SOC, recomendamos que se incluyan en el catálogo los sismos de baja magnitud, ya que son los más frecuentes, y como la actividad está gobernada por una ley de potencia, es decir, no tiene una escala característica, la información suministrada por los eventos de baja

magnitud es tan valiosa como aquella aportada por los de magnitudes grandes.

Por otra parte se reconstruyó el espacio de fases, utilizando el Teorema de Takens, se determinó una dimensión de embedding de $d = 25$ y un tiempo de retraso de $\tau = 10$. Mediante el método de componentes principales se encontró que todos los autovalores del sistema son similares lo que indica que cualquier proyección del espacio de fases implicaría una pérdida importante de información del sistema.

Los resultados obtenidos de la caracterización de la actividad sísmica de la región de los Andes de la falla de Boconó nos indican que se requieren más datos para poder hacer una mejor reconstrucción de la dinámica. La misma caracterización nos sugiere tres vías para contar con más datos, la primera consiste en registrar en el catálogo sísmológico también eventos de magnitudes pequeñas, la segunda utilizar catálogos sísmológicos de otras regiones que posean características similares a las obtenidas en este trabajo, y la tercera alternativa es la construcción de un modelo de la dinámica de sistema que se ajuste a los resultados aquí obtenidos.

5 Bibliografía.

- Bak P, Tang C, Wiesenfeld K, 1987. "Self-organized criticality: an explanation of $1/f$ noise." Phys. Rev. Lett. 59, 381-384.
- Bak P y col., 1988. "Self-organized criticality". Physics. Rev. A 38:364-374.
- Bak P, Tang C, 1989. "Earthquakes as a self-organized critical phenomenon". Geophys. Res. 94: 15635-15637
- Bak P, Christensen M, Danon L, Scanlon T, 2002. "Unified Scaling Law for Earthquakes". Phys. Rev. Lett. 88, 170581.
- Casdagli M, 1989. "Nonlinear prediction of chaotic time series". Physica D, 35, 335-356.
- Clinton J, 2003. "Chaos and Time-Series Analysis". Oxford University Press.
- Fonseca L, 2002. "Aplicación de métodos estadísticos multivariantes para la caracterización de canchales de áridos." Congreso Regional de Ciencia y Tecnología, Universidad Nacional de Catamarca.
- Giegengack R, Grauch R, 1972. "Boconó fault, Venezuelan Andes" (discussion). Science, 175: 558-560.
- Gleick, J. 1988. *Chaos: making a new science*. Penguin Books, New York.
- Jolliffe I, 1986. "Principal component analysis." Springer, New York.
- Kan Ch, Bak P, Obukhov P, 1991. "Self-organized criticality in a crack-propagation model of earthquakes". Physics. Res. A43, 625.
- Kantz H, Schreiber T, 1997. "Nonlinear Time Series Analysis". 2da edición.
- (LGULA). Laboratorio de Geofísica de la Universidad de Los Andes. <http://lgula.ciens.ula.ve>.

- Lorenz, E. 1993. *The essence of Chaos*. University of Washington Press. New York.
- Rosbaco I, Bisaro V, Romagnoli M, Martignone R, 2004. “*Métodos estadísticos para la caracterización de ambientes climáticos y evaluación de respuestas de cultivos de soja*”. Revista de investigaciones de la Facultad de Ciencias Agrarias. Número VI. Zavalla – Santa Fe – Argentina.
- Stark J, 1999. “*Delay Embedding of Forced Systems: I Deterministic Forcing*”. Journal of Nonlinear Science 9, 225-332.
- Takens F, 1981. “*Detecting Strange Attractors in turbulence, en Dynamical Systems and Turbulence*”. Lecture Notes in Mathematics 898, (D.Rand- L.Young, eds.), Springer-Verlag, Berlin.
- Takens F, 1993. “*Detecting nonlinearities in stationary time series*”. International Journal of Bifurcation and Chaos. Vol. 3, No. 2, 241-256.