

M^a Victoria Sánchez.

Prerrequisitos: Probabilidades y Est. Programación y D.S. als.

ELECTIVA: INFERENCIA ESTADÍSTICA.

B-2004

1.- INTRODUCCIÓN A LA INFERENCIA ESTADÍSTICA:

Noción de inferencia estadística. Muestra aleatoria. Realización muestral y espacio muestral. Estadísticos suficientes. Teorema de factorización de Neyman.

2.- ESTIMACIÓN:

Estimación puntual. Propiedades de los buenos estimadores. Métodos de obtención de estimadores: Máxima Verosimilitud, métodos de los momentos. Estimadores insesgados de varianza uniformemente mínima. Cotas y desigualdades de Cramér - Rao. Optimalidad asintótica de los estimadores máximo-verosímiles. Eficiencia asintótica. Métodos bayesianos de estimación

Estimación por intervalos. Método de la cantidad pivotal para obtener conjuntos de confianza. Intervalos de confianza para muestras normales: la diferencia entre dos medias poblacionales, para la variancia poblacional y para la razón entre dos variancias poblacionales. Intervalos para la diferencia entre dos proporciones poblacionales

3.- PRUEBA DE HIPÓTESIS:

Errores de tipo I y tipo II. Función de potencia. Lema de Neyman-Pearson. Pruebas uniformemente más potentes. Pruebas de razón de verosimilitud, distribución asintótica. Contraste de hipótesis para muestra normales: a la media poblacional, dos medias poblacionales, a la variancia poblacional y a las variancias de dos poblaciones

4.- REGRESIÓN LINEAL:

Estimación de los parámetros. Estimación por intervalo de la media condicional. Intervalo de predicción para un valor particular. Análisis de correlación. Coeficiente de correlación muestral. Pruebas de hipótesis.

5.- REGRESIÓN NO PARAMETRICA:

Criterios de error. Estimador de Suavización núcleo (Nadaraya-Watson, Gasser-Müller). Estimador polinomial local. Estimadores por desarrollos ortogonales. Algunos problemas de interés en la suavización núcleo: el efecto frontera; la bondad del ajuste como función del núcleo; la selección del parámetro de suavizado. Métodos de selección del parámetro de suavizado.

Bibliografía:

Fan, J. and Gijbels, I. (1996). *Local polynomial modelling and its applications* Chapman and Hall

Mood-Graybill-Boes. *Introduction to theory of Statistics*. De McGraw-Hill

Rohatgi. *Statistical Inference*. Ed. Wiley.

CM331731

Cod AMS 73

Aval del Grupo:

M^a Victoria Sánchez
H^o B
G.M.A

Rohatgi. *An Introduction to Probability Theory and Mathematical Statistics*. Wiley
Dudewicz-Mishra: *Modern Mathematical Statistics*. Ed. Wiley
Wand, M.P. & Jones, M.C. (1995) *Kernel Smoothing*. Monographs on Statistics and
Applied Probability 60. Chapman & Hall.

M. P. Wand
JTOB
GHA

Electiva semestre B-2004
Prof. Diómedes Bárcenas
Tópicos en Probabilidad y Análisis

Objetivos

Continuar el estudio de algunos aspectos de la Teoría de Probabilidad iniciado en el semestre A-2004 y algunas aplicaciones en Análisis. Como resultado de este estudio iniciaremos en el semestre A-2005 la asesoría de algunas tesis de licenciatura.

Prelación

Probabilidad, Medida e Integración y Medida, Integración y Probabilidad

Evaluación

Cada estudiante presentará una exposición, una tarea y un examen escrito por capítulo, además participará activamente en la solución de los ejercicios propuestos.

Contenido

Capítulo I:

Esperanza Condicional y Martingalas. Integrabilidad uniforme en $L^1(P)$.
Proyecciones de $L^1(P)$. Compacidad relativa. Equivalencia entre el teorema de Lebesgue, el teorema de Radon Nikodym y la convergencia de martingalas uniformemente integrables. Ejercicios

Capítulo II:

Funciones de Distribución de una Variable Aleatoria. Funciones de distribución. Medidas de Lebesgue-Stieltjes. Diferenciación de medidas y funciones de distribución. Teorema fundamental del cálculo para la integral de Lebesgue. La función Γ y algunas funciones de distribución. La función Γ , la medida n-dimensional de Hausdorff y la medida n-dimensional de Lebesgue. Ejercicios

Código AMS 47

6-7-2004

CM331471

Capítulo III:

Producto infinito de Medidas de Probabilidad. Existencia del producto de probabilidad. Ley 0-1 de Kolmogorov. Convergencia de martingalas. Leyes de los grandes números. Medidas ergódicas Ejercicios

Bibliografía

- 1 E. Artin, The Gamma Function, Holt, Rinehart and Winston, Inc, New York (1964)
- 2 D. Bárcenas y J. Diestel, Medidas Invariantes sobre espacios homogéneos, XI Escuela Venezolana de Matemática, ULA, Mérida (1998).
- 3 C. W. Burrill, Measure, Integration and Probability, Mc Graw-Hill, New York (1971).
- 4 R. Dudley, Real Analysis and Probability, Wadworth L Brooks/Cole, Pacific Grove, California (1989).
- 5 E. Hewitt and K. Stromberg, Real and Abstract Analysis, Springer Verlag Berlin (1965)
- 6 S. Saeki, A Proof of the Existence of Infinite Probability Measures, Amer Math, Monthly, 682-683 (1996)
- 7 D. Williams, Probability with Martingales, Cambridge University Press, Cambridge, (1991)

Visto Bueno: *Mydelee Pires*
Coordinadora del Grupo de Análisis
Funcional.

Universidad de Los Andes
Facultad de Ciencias
Departamento de Matemáticas
Semestre B-2004

Electiva en Topología: El Espacio de Baire

Profesor: Carlos Uzcátegui

Objetivos generales: Estudiar algunos resultados clásicos de la topología general sobre espacios cero dimensionales y sobre los conjuntos Borelianos. En particular, estudiaremos una caracterización topológica del espacio de los números irracionales (el espacio de Baire) y del conjunto de Cantor para mostrar que todo espacio Polaco (es decir, metrizable, completo y separable) es Borel isomorfo al espacio de Baire.

Sinopsis de contenidos:

- 1) Espacios métricos de dimensión cero.
- 2) El espacio de Baire y los espacios Ultramétricos.
- 3) Fracciones continuas y el espacio de los irracionales.
- 4) El espacio de Cantor, el cubo de Hilbert.
- 5) Caracterización del espacio de Cantor (teorema de Brower).
- 6) Conjuntos Borelianos e isomorfismos de Borel.
- 7) Teorema del isomorfismo: Todo espacio Polaco es Borel isomorfo al espacio de los irracionales.

Prelaciones: Topología. Es recomendable, pero no estrictamente necesario, haber cursado Medida e Integración (Análisis 4 en el nuevo Pensum).

Bibliografía:

- (1) Images of the irrational numbers por J. Vaughan, 1996 (Curso disponible en la página web de Topology Atlas).
- (2) A course on Borel Sets, por S. M. Srivastava, GTM #180, Springer Verlag, 1998.

Mérida, Junio de 2004.

Visto Bueno: *Alf de la Riva*
Coordinadora del Grupo de Análisis Funcional

Código AMS 68

CM 331681

B-2004

Mérida, 25 de mayo del 2004

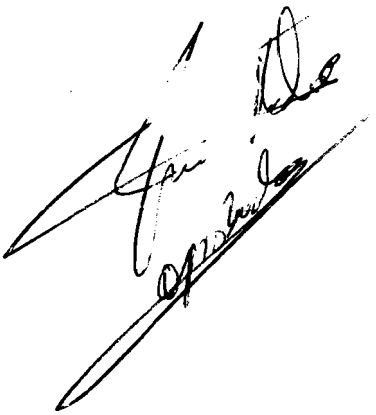
Prof. Edgar Iturriaga
Coordinador Docente
Departamento de Matemáticas

Estimado Profesor: me dirijo a usted con el fin de informarle que para el Semestre B-2004, ofreceré la electiva "Teoría de Perron-Frobenius", para estudiantes de la Licenciatura de Matemáticas que aprobaron la materia Estructuras Algebraicas. A continuación describo el contenido de la electiva:

- **La forma canónica de Jordan;**
- **Radio espectral de un operador;**
- **Normas matriciales;**
- **Matrices Positivas. El Teorema de Perron;**
- **Matrices no negativas. El teorema de Frobenius;**
- **Aplicaciones del Teorema de Perron-Frobenius.**

Seguiremos principalmente el libro "Matrix Analysis" de Horn and Johnson. Otros libro de referencia son "Álgebra Lineal Avanzada" de José Antonio de la Peña.
Sin más a que referirme, le saluda

Atentamente,



Juan Pablo Rada
Juan Rada

CÓDIGO AMS 39

2 JULIO, 2004

CM331391

Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencias
Universidad de los andes

B-2004

PROGRAMA DE LA ASIGNATURA ELECTIVA

Profesor José Giménez

Temas Selectos de Teoría de Operadores

OBJETIVO GENERAL

A la par de consolidar los conocimientos que el (la) estudiante posee en aquellas partes de Análisis Funcional, Topología, Análisis Complejo y Álgebra Lineal, relacionadas con Teoría de Operadores, nuestro objetivo es introducir al alumno al estudio y discusión de algunos tópicos selectos de Teoría de Operadores, procurando establecer una base suficientemente amplia que permita al estudiante avocarse a la tarea de leer y discutir monografías y artículos de investigación sobre resultados en el área. El curso, a su vez, procurará ofrecer al estudiante temas para el posterior desarrollo de sus tesis de grado (tanto de pregrado como de postgrado)

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Introducir al estudiante al área de Teoría de Operadores y familiarizarlo con las técnicas modernas en la teoría de operadores. La intención fundamental es la discusión de algunos problemas de investigación en el área. Para ello, se pretende desarrollar la teoría por medio de ejemplos y situaciones concretas, a través de una serie de temas selectos.

PROGRAMA SINÓPTICO

El curso comienza con el estudio de resultados básicos de la Teoría de Espacios de Banach junto con varios ejemplos relevantes. Luego se discutirán algunos resultados elementales de la Teoría de Álgebras de Banach Conmutativas. Posteriormente veremos algunos resultados sobre geometría de espacios de Hilbert. Finalizamos con el estudio de El Teorema Espectral en el marco de la Teoría de Operadores en Espacios de Hilbert.

CONTENIDO PROGRAMÁTICO

1. Espacios de Banach
2. Álgebras de Banach
3. Geometría de Espacios de Hilbert
4. Operadores en Espacios de Hilbert
 - 4.1 Espacios de Hardy y de Bergman
 - 4.2 Espacios de Bloch y Espacios de Besov
 - 4.3 Operadores de Toeplitz
 - 4.4 Operadores de Hankel
 - 4.5 Operadores de Composición

Cod AMS 63

6 Julio 2004.

~~Cod AMS 47~~

CM 331631

BIBLIOGRAFÍA

1. Banach Algebra Techniques in Operator Theory, Ronald G. Douglas, 2da edición, GTM Springer-Verlag, 1998.
- 2.- Operator Theory in Function Spaces, Kehe Zhu, Editor Marcel Dekker, 1990.
- 3.- A Hilbert Space Problem Book, Paul R. Halmos, 2da Edición , GTM Springer-Verlag, 1991.
- 4.- Real & Complex Analysis, Walter Rudin, 3ra edición, McGraw-Hill Inc., 1987.
- 5.- A Course in Functional Analysis, John B. Conway, 2da edición, GTM Springer-Verlag, 1990.

PREREQUISITOS

Análisis Real o Teoría de la Medida de la licenciatura (no esencial)

Análisis Funcional de la licenciatura en Matemáticas

Conocimientos de Algebra Lineal

Consentimiento de instructor de Curso



V.B grupo de Análisis Funcional

Mérida, 25 de mayo del 2004

Prof. Edgar Iturriaga
Coordinador Docente
Departamento de Matemáticas

Estimado Profesor: me dirijo a usted con el fin de informarle que para el Semestre B-2004, ofreceré la electiva "Tópicos de Álgebra", para estudiantes de la Licenciatura de Matemáticas que aprobaron la materia Estructuras Algebraicas. A continuación describo el contenido de la electiva:

- **Cuerpos y teoría de Galois.**
 - a. Extensiones de cuerpos.
 - b. El teorema fundamental.
 - c. Cuerpos de descomposición, clausura algebraica y normalidad.
 - d. El grupo de Galois de un polinomio.
 - e. Cuerpos finitos.
 - f. Separabilidad.
 - g. Extensiones cíclicas.
 - h. Extensiones ciclotómicas.
 - i. Extensiones radicales.
- **Álgebra conmutativa**
 - a. Condiciones de cadena.
 - b. Ideales primos y primarios.
 - c. Descomposición primaria.
 - d. Anillos y módulos noetherianos.
 - e. Extensiones de anillos.
 - f. Dominios de Dedekind.
 - g. El teorema de los ceros de Hilbert.

Seguiremos principalmente el libro "Álgebra" de T. Hungerford. Otros libros de referencia son "Galois Theory" de J. Rotman, "Galois Theory" de I. Stewart e "Introducción al Álgebra Conmutativa" de M.F. Atiyah y I.G. MacDonald.

Sin más a que referirme, le saluda

Atentamente,

Juan Pablo Rada

Juan Rada

Aprobado de
Juan Rada

Electiva: Controlabilidad de Sistemas Semi-Lineales

Hugo Leiva

Hugo Leiva

Índice general

1. Preliminares	1
1.1. Teorema de la Aplicación Abierta	1
1.2. Caracterización de Operadores Sobreyectivos	3
2. Controlabilidad de Sistemas Lineales	6
2.1. Controlabilidad de Sistemas Lineales No-Autónomos	6
2.2. Sistemas de Control Autónomo	11
2.3. Condición del Rango para un Sistema No-Autónomo	15
3. Controlabilidad de Sistemas No-lineales	18
3.1. Criterios de Controlabilidad con Controles Continuas	20
3.2. Consecuencia del Teorema 3.1.1	27
3.3. Controlabilidad para Controles en $L^p(I; \mathbb{R}^m)$	30
4 Bibliografía	44

Vto B
M. V. K. 1

Introducción

El objetivo de esta nota es introducir de manera rápida y elegante a los estudiantes de los últimos semestres de la licenciatura de matemática en el fascinante mundo de la teoría matemática de los sistemas de control. En tal sentido, concentraremos nuestro estudio en los sistemas de control gobernados por ecuaciones diferenciales lineales y semi lineales, lo que hará más simple el entendimiento del concepto de controlabilidad.

En primer lugar, se estudia la controlabilidad de un sistema lineal de la forma

$$x' = A(t)x + B(t)u(t), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \in \mathbb{R}, \quad (0.1)$$

donde $A(t)$ y $B(t)$ son matrices continuas de dimensiones $n \times n$ y $n \times m$ respectivamente y la función de control u pertenece al espacio $L^p(0, T; \mathbb{R}^m)$ ($C(0, T, \mathbb{R}^m)$). Se prueba que la controlabilidad del sistema (0.1) equivale a la sobreyectividad del operador

$G : L^p(0, T; \mathbb{R}^m) \rightarrow \mathbb{R}^n$ dado por

$$Gu = \int_0^T \Phi^{-1}(s)B(s)u(s)ds, \quad (0.2)$$

donde Φ es la matriz fundamental del sistema

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t). \quad (0.3)$$

Esta equivalencia nos permite tratar la controlabilidad del sistema (0.1) como un problema de la teoría de operadores lineales en espacios Banach. Así, usando resultados conocidos sobre caracterización de operadores lineales sobreyectivos obtenemos los resultados sobre controlabilidad. Particularmente, para el caso autónomo, se obtiene la conocida condición de Kalman:

$$\text{Rank}[B : AB : \dots : A^{n-1}]B = n$$

También, se prueba que la controlabilidad del sistema (0.1) es equivalente a que la matriz

$$W(t) = \int_0^T \Phi^{-1}(s)B(s)B^*(s)\Phi^{-1*}(s)ds,$$

sea definida positiva, lo cual nos permite hallar explícitamente el control u que transfiere el punto x_0 hasta el punto x_1 en tiempo T , éste control viene dado por la siguiente fórmula

$$u(t) = B^*(t)\Phi^{-1*}(t)W^{-1}(t)[\Phi^{-1}(t)(x_1 - x_0)], \quad (0.5)$$

En segundo lugar, estudiamos la controlabilidad del siguiente sistema semi-lineal

$$x' = A(t)x + B(t)u(t) + F(t, x(t), u(t)), \quad (0.6)$$

donde $F : [0, t] \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ es una función lo suficientemente buena y no necesariamente pequeña, de hecho F puede ser igual a $I(x) = x$. Bajo ciertas hipótesis, se prueba que la controlabilidad del sistema (0.1) se preserva bajo la perturbación no lineal F . Es decir, aquí se prueba la controlabilidad del sistema no lineal (0.6).

Finalmente, estas notas se organizaron de la manera siguiente: En el capítulo 1, se prueba el teorema de la aplicación abierta y como aplicación un teorema de caracterización de operadores sobreyectivos, el cual jugará un papel fundamental en la prueba de los resultados principales del capítulo 2.

En el capítulo 2, se dan criterios de controlabilidad para el sistema lineal (0.1) como aplicación de los resultados sobre operadores sobreyectivo presentado en el capítulo 1.

En el capítulo 3, se demuestra que la controlabilidad del sistema lineal se preserva bajo perturbaciones no lineales, no necesariamente pequeña, esta se lleva a cabo usando el teorema de Arzela-Ascoli y el teorema del punto fijo de Schauder.

Bibliografía

- [1] Do V. N., *Controllability of Semilinear Systems*, Journal of Optimization Theory and Application, Vol. 65, No. 1, 1990.
- [2] Aronsson G., *Global Controllability and Bang-Bang Steering of Certain Non-linear Systems*, SIAM Journal on Control, Vol. 15 pp. 607-619, 1973.
- [3] Dauer J., *Nonlinear Perturbacions of Quasilinear Control Systems*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 54, pp. 717-725, 1976.
- [4] Lee E. B. and Markus L., *Foundation of Optimal Control Theory*, John Wiley and Sons, New York, New York, 1967.
- [5] H. Leiva y H. Zambrano, *Rank Condtion for the controllability of linear time- Varying System*, International Journal of Control, Vol. 72, 920-931, 1999.
- [6] Haïm Brézis, *Análisi Funcional Teoría y Aplicaciones*, Alianza Editorial, S. A., Madrid, 1984.

