B-03

Curso: **Aplicaciones de la Topología al Análisis.**

Pre-requisitos: Topología, Análisis Funcional, Ecuaciones Diferenciales.

Objetivo: Estudiar aplicaciones de la Topología General al Análisis Matemático. Considerar abundantes y significativos ejemplos de dichas aplicaciones. Resolver ejercicios en los cuales se aprecie la riqueza y el alcance de los teoremas expuestos.

Contenido

Capítulo I : **El método de las aproximaciones sucesivas.**

1. El Teorema del punto fijo, de Banah.

2. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.

3. Ecuaciones Integrales.

4. Ecuaciones Lineales en espacios de Banah.

Capítulo II : **El teorema de Baire**

1. El teorema de Baire.

2. El principio de Acotación Uniforme y el teorema de Banach- Steinhaus.

3. El teorema de Aplicación Abierta y el teorema del Gráfico Cerrado.

Capítulo III : **El Teorema de Stone- Weierstrass**

1. El teorema de Stone-Weierstrass.

2. El teorema de Weierstrass Clásico.

3. Bases en espacios de Hilbert.

Capítulo IV : **El Teorema de Ascoli**

1. El teorema de Ascoli.

2. Aplicaciones del teorema de Ascoli.

Capítulo V : **Teoremas de Brouwer y de Schauder**

1. El teorema de Brouwer.

2. Aplicación.

3. El teorema de Schauder.

4. Aplicaciones del teorema de Schauder.

Bibliografía:

Chaim Samuel Hönig: Aplicações da Topologia à Analise. (Projeto Euclides)

Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencias
Universidad de Los Andes

Aplicaciones de la Lógica a la Inteligencia Artificial

Electiva (semestre A2003)

Prof. Ramón Pino Pérez

Objetivo

Este curso cubrirá los temas de la dinámica del conocimiento cuyo problema fundamental es el de tratar de entender cómo cambia el conocimiento a la luz de nuevas observaciones. Se usarán formalizaciones que vienen de la Lógica Matemática. Se hará especial énfasis en los teoremas de representación.

Prerequisito

Estructuras Algebraicas

Temas

1. Principios básicos de la Lógica proposicional: Compacidad. Completitud. Formas normales. Resolución.
2. Expansión, contracción y revisión: nociones básicas y propiedades de racionalidad de esos tipos de cambio.
3. Operadores de revisión. Postulados y teoremas de representación.
4. Iteración en la revision. Proposición de Darwiche y Pearl.
5. Relaciones de consecuencia no monótonas: cumulatividad, preferencialidad y racionalidad. Teoremas de representación.
6. Relaciones racionales y operadores de revisión: dos faces de una misma moneda.

Referencias

[1] C. E. Alchourrón, P. Gärdenfors, and D. Makinson. On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions. *Journal of Symbolic Logic*, 50:510–530, 1985.

[2] P. Gärdenfors. Knowledge in Flux. MIT Press, Cambridge , Massachusetts, 1988.

[3] D. Makinson. General Pattern in nonmonotonic reasoning. In *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming*, volume III, pages 35–110. Clarendon Press, Oxford, 1994.

[4] D. Makinson and P. Gärdenfors. Relations between the logic of theory change and nonmonotonic logic. In *The Logic of Theory Change, Workshop, Konstanz, FRG*, volume 465 of *LNAI*, pages 185–205, 1989.

[5] S. Kraus, D. Lehmann, and M. Magidor. Nonmonotonic reasoning, preferential models and cumulative logics. *Artificial Intelligence*, 44:167–207, 1990.

[6] D. Lehmann and M. Magidor. What does a conditional knowledge base entail? *Artificial Intelligence*, 55:1–60, 1992.

[7] R. Pino Pérez and C. Uzcátegui. On representation theorems for nonmonotonic inference relation. *Journal of Symbolic Logic*, 65(3):1321–1337,2000.

Aval del Grupo de Análisis Funcional

INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA LINEAL DE ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES

Electiva, Semestre A-2003

Profesor: Víctor Padrón.
Textos: 1) Renardy, M. & Rogers, R. [6, cap. 1]. 2) Evans, L.C. [3, cap. 2]. 3) Showalter, R.E. [7, cap. 1].

1 Descripción General

En este curso introductorio a la teoría lineal de Ecuaciones Diferenciales parciales (EDP) se simplifica enormemente el tratamiento habitual, al considerar exclusivamente espacios de Sobolev de funciones de una variable, mientras se preserva intacto el enfoque fundamental de la teoría.

A manera de preámbulo estudiaremos los métodos de energía y de separación de variables aplicados a las ecuaciones de Laplace, del Calor, y de Onda, en dos variables.

Continuaremos con un análisis más detallado de las propiedades básicas de éstas ecuaciones en más de dos variables, como via para delimitar los aspectos fundamentales de la teoría. Las técnicas utilizadas en esta parte son las del cálculo avanzado y el análisis real.

Una vez motivado suficientemente el tema, estudiaremos la resolución de los problemas clásicos de frontera y valores iniciales en dos variables, a través de su formulación abstracta como operadores en espacios de funciones.

2 Objetivos Generales

1. Familiarizar al estudiante con algunos de los métodos fundamentales de la teoría lineal de ecuaciones diferenciales parciales.

2. Que el estudiante adquiera un primer nivel de experticia en el manejo de las herramientas básicas para el estudio e investigación en EDP.

3 Objetivos Específicos

1. Familiarizar al estudiante con los problemas clásicos de la física matemática que dan origen a las ecuaciones fundamentales.
2. Que el estudiante adquiera una buena noción del tipo de interrogantes que se plantean en la teoría.
3. Procurar, a través del estudio comparativo de métodos y resultados, un buen entendimiento de las diferencias y semejanzas entre los distintos operadores diferenciales.
4. Familiarizar al estudiante con la formulación abstracta de EDP en espacios de funciones del tipo Sobolev.
5. Lograr un primer nivel de experticia en el manejo de los métodos de resolución analíticos y geométricos que se presentan en la teoría.

4 Temario

Se cubrirán los siguientes temas:

1. **Ecuaciones de la Física Matemática.** Estudio de las soluciones de las ecuaciones de Laplace, Calor y Onda. Soluciones Fundamentales. Fórmulas del valor medio. Métodos de energía y de separación de variables.
2. **Formulación Abstracta de Problemas de Frontera.** Introducción a los métodos variacionales en espacios de Hilbert. Aplicaciones a problemas elípticos en dos variables.
3. **Ecuaciones Lineales de Evolución** Introducción al estudio de operadores no acotados en espacios de Hilbert. Semigrupos lineales de contracción. El problema de Cauchy. Aplicaciones a ecuaciones parabólicas e hiperbólicas en dos variables.

References

[1] Courant, R. and Hilbert, D., *Methods of Mathematical Physics*, (Vol. 2), Wiley Interscience, 1962.

[2] Castro, Abel, *Curso Básico de Ecuaciones en Derivadas Parciales*, Addison-Wesley Iberoamericana, 1997.

[3] Evans, Lawrence C.*Partial Differential Equations*, Graduate Studies in Mathematics, 19, American Mathematical Society, 1998.

[4] Folland, Gerarld B., *Introduction to Partial Differential Equations*, Princeton

[5] Jhon, Fritz, *Partial Differential Equations*, AMS 1, Fourth Edition, Springer-Verlag. New York, 1982.

[6] Renardy, Michael and Rogers, Robert, *An Introduction to Partial Differential Equations*, TAM 13, Springer-Verlag, New York, 1993.

[7] Showalter, R.E.,*Monotone Operators in Banach Space and Nonlinear Partial Differential Equations* , American Mathematical Society, 1997, 278 pp., SURV/49.E (http://www.ams.org/online_bks/surv49/).

[8] Smoller, Joel, *Shock Waves and Reaction-Difusion Equations*, Springer-Verlag. New York, 1983.

[9] Strauss, Walter A., *Partial Differential Equations, an introduction*, John Wiley & Sons Inc, New York, 1992.

[10] Tikhonov, A.N. and Samarskii A.A., *Equations of Mathematical Physics*, Pergamon Press, Elmsford, New York, 1963.

[11] Treves, François, *Basic Linear Partial Differential Equations*, Academic Press, Inc., 1975.

[12] Vladimirov, V.S., *Equations of Mathematical Physics* , Marcel Dekker Inc, New York, 1971.

[13] Weinberger, Hans F., *A First Course in Partial Differential Equations*, John Wiley & Sons, Inc., 1965.

[14] Zachmanoglou, E.C. and Thoe D.W., *Introduction to Partial Differential Equations with Applications*, Fourth Edition, Springer-Verlag, New York. 1982.

Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencias
Universidad de los Andes

Nociones de Geometría en Espacios de Banach

Curso Tutorial de pregrado (Semestre A 2003)

Prof. José Gimenez

- **Objetivos**

El objetivo fundamental de este curso es el de presentar al estudiante un panorama sobre diversos aspectos geométricos asociados a la noción de reflexividad en espacios de Banach.

- **Prerequisito**

Curso de Análisis Funcional de la licenciatura

- **Temas**

  - Repaso sobre nociones básicas de Análisis Funcional
  - Dualidad
  - Dual de un Subespacio y Espacios Cociente
  - Reflexividad
  - Convexidad
  - Topologías débiles
  - Teorema de Banach-Alaouglu
  - Teorema de Krein-Milman

- Referencias

- Conway, J. B. , *A Course in Functional Analysis*, second Edition GTM, Springer-Verlag, N.Y., 1990

- *Cotlar M. & Signoli R., An Introduction* To Functional Análisis North Holland, Ámsterdam, 1974

- Bollobas, B. *Linear Análisis, An Introductory Course*, Second Edition, CMT, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1990

Aval del Grupo de Análisis funcional

A-03

Maestría

Electiva: Introducción a la geometría de los espacios de Banach.

Profesor: José R. Morales M.

Objetivo:

El objetivo primordial del curso es el de introducir al alumno en el estudio de la teoría de la geometría de los espacios de Banach.

Introducción:

El curso electivo esta orientado a tratar de estudiar y analizar las diferentes propiedades geométricas de los espacios de Banach, las relaciones existentes entre las diferentes nociones, se darán ejemplos y contraejemplos que nos muestran que algunas relaciones se cumplen en una sola dirección.
Es evidente que el presente curso prepara al estudiante para iniciar un trabajo de grado y de esta manera profundizar sus conocimientos en esta dirección.

La electiva esta organizada de la siguiente manera:

Capítulo I: Preliminares.

En este capítulo nuestra intención es dar un breve repaso sobre las diferentes nociones, propiedades y resultados de la teoría de los espacios de Banach que son básicos para el buen desarrollo del curso. En este sentido definiremos los espacios de Banach y los espacios de Hilbert, veremos algunas de sus propiedades más importantes, estudiaremos los teoremas básicos del análisis funcional: teorema de extensión de Hahn-Banach, el teorema de la aplicación abierta, el teorema de la gráfica cerrada, el teorema de acotación uniforme. Analizaremos los espacios separables y los espacios reflexivos, el espacio cociente, el espacio producto, etc.

Capítulo II: Algunas nociones geométricas de los espacios de Banach.

En este capítulo estudiaremos algunas propiedades geométricas de los espacios de Banach. Lo iniciaremos definiendo los espacios uniformemente convexos, noción introducida por J.A. Clarkson en 1936 y a continuación veremos las diferentes generalizaciones de tal propiedad que han ido apareciendo en el transcurso de los años subsiguientes. Así veremos:

Espacios uniformemente convexos, espacios débilmente uniformemente convexos, espacios estrictamente convexos, espacios 2R, kR, ωR, espacios localmente uniformemente convexos, espacios L2R, LkR, LωR, espacios k-UR, espacios Lk-UR, espacios con la propiedad (β), espacios casi uniformente convexos, espacios uniformemente kadec-Klee, espacios con la proiedad (G), espacios con la propiedad (H), espacios con la propiedad (M), espacios con estructura normal, etc.

Capítulo III: Relaciones y propiedades de las nociones geométricas.

Acá en este capítulo veremos las relaciones entre las diferentes nociones geométricas de los espacios de Banach , en este sentido mostraremos entre otros los siguientes resultados:

espacio uniformemente convexo $\Rightarrow$ localmente uniformemente convexo $\Rightarrow$ espacio estrictamente convexo. En ningún caso se cumple el recíproco. También veremos que, espacio uniformemente convexo $\Rightarrow$ espacios casi uniformemente convexos $\Rightarrow$ uniformente Kadec-Klee $\Rightarrow$ propiedad (H);

espacios localmente uniformemente convexos$\Leftrightarrow$ propiedad(M) y espacios estrictamente convexos. Mostraremos que algunas propiedades que son de carácter geométrico implican una propiedad topológica: espacios uniformemente convexos $\Rightarrow$ espacios casi uniformemente convexos $\Rightarrow$ reflexividad , etc.
Veremos que pasa con el subespacio, el espacio producto, el espacio cociente, etc, de algunas de las nociones geométricas.

Capítulo IV: Ejemplos y contraejemplos.

En el presente capítulo estamos interesados en presentar y desarrollar ejemplos referentes a cada una de las propiedades definidas y contraejemplos de las relaciones entre las propiedades que no se cumplen . En este sentido veremos varios ejemplos de los espacios uniformemente convexos, espacios localmente uniformemente convexos, estrictamente convexos, etc, y mostraremos que existen espacios estrictamente convexos que no es localmente uniformemente convexo ni uniformemente convexo, etc.

Capítulo V: Aplicaciones a la teoría del punto fijo para funciones noexpansivas.

Acá estudiaremos algunos resultados de la teoría del punto fijo para funciones noexpansivas y veremos que algunas propiedades geométricas de los espacios de Banach juegan un papel muy importante en el desarrollo de tal teoría. Así, analizaremos los resultados correspondientes dados por Brodwer, Ghodel, Kirk, etc.

Bibliografía:

1.- J.A. Clarkson, Uniformly convex spaces, Trans. A.M.S. 40,(1936),396-414.

2.- D. F. Cudia, The geometry of Banach spaces, smoothness, Trans. A.M.S.,110,(1964),284-314.

3.- J. Diestel, Geometry of Banach spaces: Selected topics. Lecture notes in Math. 485,(1975).

4.- J. Diestel, Sequences and Series in Banach spaces, Graduate texts in math,92, Springer –Verlag-(1984).

5.- R. E. Megginson, Graduate texts in math, Springer-Verlag-(1998).

6.- V.I. Istratescu, Fixed point theory: An introduction. D. Reidel publishing corp., Dordrecht-Boston, 1981.

7.- V.I. Istratescu, Strict convexity and complex strict convexity: theory and applications, Lecture notes in pure and applied mathematics,89,(1984),Marcel deker.

8.- B. Beauzamy, Introduction to Banach spaces and their geometry, Notas de Matemática,68,(1982), Math. Studies, North-Holland.

En la medida que avance el curso se indicará otras referencias bibliográficas.

Evaluación:

La evaluación del curso consistirá:

1.- Lectura, redacción y exposición de un artículo sobre el tópico del curso.

2.- Exposición en clase de algunos ejercicios.

José R. Morales M. ....07-02-2003.

Integral de Henstock-Kurzweil II

Electiva

Profesor Diomedes Bárcenas

Objetivos

1) Continuar el estudio de esta integral iniciado el semestre B-2002.

2) Preparar algunos estudiantes para la elaboración de su Trabajo Especial de Grado

Requisitos

Integral de Henstock-Kurzweil

Contenido

1) Integrabilidad absoluta.

2) Teoremas de Convergencia.

3) Integrabilidad y convergencia en media.

4) Medida, mensurabilidad y multiplicdores.

5) Modos de Convergencia.

6) Aplicaciones al Cálculo.

7) Continuidad absoluta.

Bibliografía

Robert Bartle, *A Modern Theory of Integration*, G.S.M., Amer. Math. Soc. vol. 32, (2001)

GAF:

A -03

ELECTIVA- TEORÍA COMBINATORIA

Prof. José Rodríguez

1. Las elementales funciones de conteo.
   1.1 Principios de conteo. Principios de suma y multiplicación.
   1.2 Permutaciones y Combinaciones en Conjuntos y Multiconjuntos.
   1.3 Número de subconjuntos de un conjunto finito.
   1.4 Número de funciones de un conjunto en otro (finitos).
   1.5 Problemas de ocupación.
      1.5.1 Distribución de objetos distinguibles en celdas distinguibles.
      1.5.2 Distribución de objetos indistinguibles en celdas distinguibles.
      1.5.3 Distribución de objetos distinguibles en celdas indistinguibles.
      1.5.4 Distribución de objetos indistinguibles en celdas indistinguibles.
   1.6 La tabla de las Doce Formas.
2. Coeficientes Binomiales.
   2.1 El Teorema Binomial. Identidades.
   2.2 El Teorema Multinomial.
   2.3 Particiones de un conjunto.
   2.4 Números de Stirling de Primera y Segunda Clase y los Números de Bell.
3. El principio de Inclusión-Exclusión
   3.1 Desarreglos.
4. Relaciones de Recurrencia.
   4.1 La sucesión de Fibonacci.
   4.2 Iteración e Inducción.
   4.3 Números de Catalan.
5. Funciones Generatrices.
   5.1 Teoría de las particiones de un número.
   5.2 Funciones generatrices exponenciales y funciones generatrices para permutaciones.
6. Teoría de Polya.
   6.1 Equivalencia y grupos simétricos.
   6.2 Lema de Burnside.
   6.3 El índice de ciclos.
   6.4 Fórmula de Polya.

Bibliografía

1. Principle of Combinatorics. C. Berge.
2. Introductory Combinatorics. Richard A. Brualdi.
3. Basic Techniques of Combinatorial Theory. Daniel A. Cohen.
4. Combinatorial Group Theory. Roger C. Lyndon-Paul E. Schupp.
5. Counting: The Art of Enumerative Combinatorics. George E. Martin.
6. Applied Combinatorics. Fred S. Roberts.
7. El Arte de Contar. José Rodríguez.
8. Applied Combinatorics. Alan Tucker.

12/03/03

Visto Bueno del Grupo de Álgebra.

Electiva: Introducción a la Teoría del Punto Fijo para Funciones No-expansivas.

Semestre: A-2003.
Profesor: José R. Morales M.

Objetivos:

1.- Introducir al alumno en el estudio de la teoría del punto fijo.

2.- Revisar algunos tópicos de análisis funcional, análisis real, y los espacios métricos.

3.- Estudiar algunas propiedades geométricas de los espacios de Banach:
3.1.- estudiar la estructura normal en espacios de Banach.
3.2.- estudiar algunas propiedades geométricas de los espacios de Banach que implican la estructura normal.

4.- Estudiar las funciones noexpansivas en relación a la teoría del punto fijo.

Prerrequisitos:

1.- Análisis II.
2.- Topología-espacios métricos.
Lo básico del curso de análisis funcional será dado durante el desarrollo de la electiva.

Programa:

Capítulo I: **Espacios de Banach. Espacios de Hilbert. Propiedades y resultados fundamentales de tales espacios.**

Capítulo II: **Algunas propiedades geométricas de los espacios de Banach.**

1.- La estructura normal en espacios de Banach.Definición. Ejemplos. Caracterizaciones. Propiedades fundamentales y algunas generalizaciones de la estructura normal.

2.- Propiedades geométricas de los espacios de Banach que implican la estructura normal. Entre tales propiedades podemos indicar: los espacios uniformemente convexos,(UR), los k-UR espacios, los espacios casi uniformemente convexos,(NUC),los espacios UCED, la propiedad Opial, etc.

Capítulo III: **La teoría del punto fijo para aplicaciones noexpansivas.**

1.- Estudio de las aplicaciones noexpansivas. Definición. Ejemplos. Propiedades.

2.- Resultados del punto fijo para funciones noexpansivas. teoremas de Browder, teoremas de Ghodel, teoremas de Kirk, etc.

Evaluación:

La evaluación del curso será de la siguiente forma:

1.- Ejercicios para exponer en clase.

2.- Lectura, redacción y exposición en clase de un artículo referido al tópico de la electiva.

3.- Búsqueda en Internet de información referente al tópico de la electiva.

Bibliografía:

1.- James Dugundji- Andrzej Granas- Fixed point theory, vol 1, tomo, 61. Monografie Matemaycne, Polska Akademia Nauk., Instytut matematyczne, PWN- Polish Scientific Publ. Warzawa, 1982.

2.- Vasile I. Istratescu, Fixed point theory, An Introduction, D. Reidel Publ. Co. 1981.

3.- Kazimierz Goebel- Simeon Reich- Uniform convexity, Hyperbolic Geometric and nonexpansive mappings, 83, (1983), Pure and Applied Math, A series of monographs and text books, M. Dekker, Inc.

4.- Kasimierz Goebel- W. A. Kirk- Topics in metric fixed point theory, 28,(1990), Cambridge studies in advanced mathematics, Cambridge University Press.

5.- Robert E. Megginson- An Introduction to Banach spaces theory, 183. Graduate text in mathematics, Springer Verlag.

6.- Mohan C. Joshi- Ramendra K. Bose, Some topics in nonlinear functional análisis, A Halsted Press book, 1985.

7.- Enrique Llorens F., Algunos temas del punto fijo, Notas de curso de doctorado, 1996-97.

8.- Tomás Domínguez B., (Editor)- Recent advances on metric fixed point theory, Proceeding of the International Workshop on metric fixed point theory, Universidad de Sevilla, Sevilla-España-1996.

9.- William A. Kirk, A fixed point theorem for mappings which do not increase distances, A.M. Monthly, 72,(1965), 1004-1006.

10.- W. A. Kirk, Fixed point theory for nonexpansive mappings, Fixed point theory,(Proceeding Worshop Univ. Sherbrooke, 1980), Lecture Notes 886, (1981), Springer -Verlag.

11.- W. A. Kirk, Fixed point theory, A brief survey, Notas de Matemáticas, 108,(1980), Dpto. de Matemáticas-ULA.

12.- Felix E. Browder, Nonexpansive nonlinear operator in Banach spaces, Proc. Nat. Acad. Sci. USA, 54,(1965)-1041-1044.

13.- F. E. Browder, Fixed point theorems for noncompact mappings in Hilbert space, Proc. Nat. Acad. Sci. USA,53,(1965)-1272-1276.

14.- Simeon Reich, The fixed point property for nonexpasive mappings, A.M. Monthly, 83,(1976)-266-268.

15.- S. Reich, The fixed point property for nonexpansive mappings,II, A.M. Monthly, 83,(1976), 1292-294.

16.- S. Reich, some problems and results in fixed point theory , contemporary mathematics, 21,(1983). 179-187.

José R. Morales M.....................15-11-2002.

V.B. GAF.

Universidad de Los Andes
Facultad de Ciencias
Departamento de Matemáticas
Semestre A-2003

Electiva enTopología

Profesor: Carlos Uzcátegui

Objetivos generales: Este es un curso introductorio a la topología general a nivel de maestría.

Bibliografía: Topology por J. Munkres, Prentice Hall, 1975.

Prelaciones: Topología y tener aprobado el 80% de las materias de la licenciatura o en su defecto una autorización de la comisión docente.

Sinopsis de contenidos: Se cubrirán los capítulos 2, 3, 4 5 y 7 del libro de Munkres.

1) Espacios topológicos y funciones continuas.
2) Conexidad y compacidad.
3) Axiomas de separación y de numerabilidad.
4) El teorema de Tychonoff.
5) Espacios métricos completos y espacios de funciones.

Mérida, 12 de Marzo de 2003