Unidad 1: **Espacios métricos**

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
1.1 Definición y Ejemplos.	(1) Explicar que una métrica permite introducir una noción de cercanía entre los elementos de un conjunto. (2) Explicar que sobre un conjunto determinado se pueden definir diferentes métricas generando distintos espacios métricos. (3) Explicar el concepto de punto límite de un conjunto en un espacio métrico y ver que una métrica es una manera de introducir este concepto fundamental. (4) Explicar que el concepto de punto límite nos da una noción de cercanía entre un punto y un conjunto. (5) Saber calcular la clausura de un conjunto en un espacio métrico. (6) Explicar que es una bola y que este concepto se puede usar para expresar la noción de punto límite. (7) Explicar que hay métricas distintas que sobre cada conjunto generan los mismos puntos límites.	(a) Definir métrica y espacio métrico. (b) Repasar las métricas euclidianas de R y R^2. (c) Dar ejemplos de espacios métricos. (d) Definir punto límite y calcular puntos límites de conjuntos en diversos espacios métricos. (e) Definir clausura de un conjunto y calcular clausura de conjuntos en distintos espacios métricos. (f) Dar ejemplos de métricas equivalentes sobre un conjunto.

Unidad 1: **Espacios métricos**

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
1.2 Conjuntos y Funciones acotadas	(1) Decidir cuando un conjunto es acotado o no. (2) Explicar que es una función es acotada y decidir cuando una función es acotada o no. (3) Explicar el concepto de distancia de un punto a un conjunto.	(a) Definir diámetro de un conjunto y dar ejemplos. (b) Definir conjunto acotado y dar ejemplos de conjuntos acotados y no acotados en distintos espacios métricos.. (c) Definir función acotada y dar ejemplos. (d) Definir distancia de un punto a un conjunto y dar ejemplos.
1.3 Conjuntos abiertos y cerrados.	(1) Enunciar las propiedades de la clausura de un conjunto. (2) Explicar que un conjunto cerrado es aquel que contiene a sus puntos ¨cercanos¨ y que este concepto depende de la noción de punto límite. (3) Enunciar las propiedades de los conjuntos cerrados. (4) Explicar que es un conjunto abierto y las propiedades de los conjuntos abiertos. (5) Caracterizar el concepto de punto límite en términos de conjuntos abiertos.	(a) Demostrar teorema sobre propiedades de la clausura de un conjunto. (b) Definir conjunto cerrado dar ejemplos de conjuntos cerrados y conjuntos que no lo son. (c) Probar teorema sobre propiedades de los conjuntos cerrados. (d) Definir conjunto abierto dar ejemplos y probar teorema sobre propiedades de los conjuntos abiertos. (e) Demostrar teorema que caracteriza el concepto de punto límite en términos de conjuntos abiertos.

Unidad 1: **Espacios métricos**

Estrategias de evaluación:

- La evaluación de esta unidad será hecha con un examen escrito denominada Primera Prueba de Contenidos.
- Se evaluaran la comprensión de las definiciones y teoremas dados en clase.
- La evaluacion será el miercoles siguiente a la semana en que se termine la exposición de la unidad.
- La evaluación valdrá **10 %** de la nota total.

Recursos:

- Varios ejemplares de los textos recomendados en la bibliografia.
- pizarrón
- tizas o marcadores de color

Cronología:

Tres clases (Semana y media).

Unidad 2: **Espacios Topológicos**

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
2.1 Definición y ejemplos.	(1) Explicar que una topología sobre un conjunto es una forma de introducir la noción de punto límite de un conjunto mas general que en el caso de una métrica y así otra forma de introducir una noción de cercanía de un punto a un conjunto. (2) Explicar como calcular la clausura de un conjunto. (3) Enunciar las propiedades de los conjuntos cerrados y abiertos en espacios topológicos. (4) Identificar los conjuntos abiertos de un espacio topológico con los miembros de la topología. (5) Caracterizar el interior de un conjunto en términos de abiertos. (6) Caracterizar la clausura de un conjunto en términos de cerrados..	(a) Definir topología sobre un conjunto y dar ejemplos. (b) Definir espacio topológico y dar ejemplos. (c) Recordar el teorema del tema 1.3 que expresa la noción de punto límite en términos de conjuntos abiertos para motivar la definición de punto límite en espacios topológicos. (d) Definir clausura de un conjunto, conjunto cerrado, conjunto abierto y demostrar teoremas sobre las propiedades de los conjuntos abiertos y cerrados. (e) Demostrar teorema que caracteriza los conjuntos abiertos de un espacio topológico como los elementos de la topología. (f) Definir interior de un conjunto y demostrar teorema que lo caracteriza en términos de conjuntos abiertos. (g) Demostrar teorema que caracteriza la clausura de un conjunto en términos de conjuntos cerrados.

Unidad 2: **Espacios Topológicos**

Temas	**Objetivos específicos**	**Estrategias metodológicas**
2.2 Base para una topología	(1) Identificar bases para una topología. (2) Caracterizar el concepto de punto límite en términos de una base de la topología. (3) Explicar las propiedades debe tener una familia de conjuntos para ser base de una topología. (4) Explicar que es una subbase de una topología	(a) Definir base para una topología y dar ejemplos. (b) Demostrar teorema que caracteriza la noción de punto límite en términos de una base. (c) Demostrar teorema que caracteriza a una familia de conjuntos para que esta sea una base . (d) Definir subbase y dar ejemplos.
2.3 Subespacios	(1) Explicar que a un subconjunto de un espacio topológico se le puede asignar una topología. (2) Explicar que es un subespacio de un espacio topológico.	(a) Demostrar teorema que dice que la intersecciones de los elementos de una topología con un conjunto fijo forman una topología sobre dicho conjunto . (b) Definir subespacio de un espacio topológico y dar ejemplos.

Unidad 2: **Espacios Topológicos**

Estrategias de evaluación:

- La evaluación de esta unidad será hecha con un examen escrito denominada Segunda Prueba de Contenidos.
- Se evaluaran la comprensión de las definiciones y teoremas dados en clase.
- La evaluacion será el miercoles siguiente a la semana en que se termine la exposición de la unidad.
- La evaluación valdrá **10 %** de la nota total.

Recursos:

- Varios ejemplares de los textos recomendados en la bibliografia.
- pizarrón.
- tizas o marcadores de color.

Cronología:

Cinco clases (Dos semanas y media).

Unidad 3: **Funciones Continuas**

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
3.1 Funciones Continuas.	(1) Expresar que una función continua entre espacios topológicos es aquella que mantiene çerca"los elementos que estan çerca"donde la noción de cercanía puede ser dada mediante una métrica o una topología. . (2) Caracterizar el concepto de continuidad en términos de conjuntos abiertos o en términos de conjuntos cerrados. (3) Interpretar la noción de continuidad en el caso particular de espacios métricos y comparar este concepto con la noción de continuidad estudiada en cursos previos.	(a) Definir función continua y dar ejemplos. (b) Demostrar teorema que caracteriza la continuidad en términos de conjuntos abiertos y dar ejemplos de funciones que son continuas y de funciones que no lo son usando esta caracterización. (c) Demostrar teorema que caracteriza la continuidad en términos de conjuntos cerrados y dar ejemplos de funciones que son continuas y de funciones que no lo son usando esta caracterización. (d) Demostrar teorema que caracteriza la continuidad de una función entre espacios métricos.

Unidad 3: **Funciones Continuas**

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
3.2 Homeomorfismos	(1) Enunciar el concepto de homeomorfismo y caracterzar a éste como aquel que preserva los abiertos y los cerrados entre dichos espacios. (2) Explicar que hay propiedades de conjuntos que son preservadas por homeomorfismos.	(a) Definir funcion cerrada y funcion abierta. (b) Definir homeomorfismo y dar ejemplos de funciones que lo son y de funciones que no lo son. (c) Demostrar teorema que caracteriza homeomorfismos en términos de abiertos y dar ejemplos de funciones que son homeomorfismos y de funciones que no lo son usando esta caracterización . (d) Demostrar teorema que caracteriza homeomorfismos en términos cerrados y dar ejemplos de funciones que son homeomorfismos y de funciones que no lo son usando esta caracterización .
3.3 La topología débil generada por una colección de funciones	(1) Explicar que a un conjunto se le puede asignar una topología mediante una colección de funciones de este conjunto en espacios topológicos. (2) Explicar que en un producto de espacios topológicos se puede definir una topología usando el concepto de topología débil. (3) Comparar las topologías estudiadas previamente como la usual de R^n con la topología producto.	(a) Definir la topología débil generada por una colección de funciones y dar ejemplos. (b) Definir la topología producto y dar ejemplos.

Unidad 3: **Funciones Continuas**

Estrategias de evaluación:

- La evaluación de esta unidad será hecha con un examen escrito denominado Tercera Prueba de Contenidos.
- Se evaluaran la comprensión de las definiciones y teoremas dados en clase.
- La evaluacion será el miercoles siguiente a la semana en que se termine la exposición de la unidad.
- La evaluación valdrá **10 %** de la nota total.

Recursos:

- Varios ejemplares de los textos recomendados en la bibliografia.
- pizarrón.
- tizas o marcadores de color.

Cronología:

Tres clases (Semana y media).

Unidad 4: **Espacios Conexos**

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
4.1 Espacios Conexos.	(1) Explicar que un espacio conexo y describir este como aquel que si es dividido en dos subconjuntos disjuntos propios y no vacios uno de ellos debe contener puntos cercanos al otro. (2) Explicar que es un subconjunto conexo. (3) Identificar la conexidad como una propiedad topológica. (4) Enunciar que al unir conjuntos conexos que se intersectan se obtiene un conjunto conexo.	(a) Definir espacio conexo y dar ejemplos, en particular los intervalos de la recta con la topología usual. (b) Definir subespacio conexo y dar ejemplos. (c) Demostrar que la imagen de un conjunto conexo mediante una función continua es un conexo y usar este resultado para dar diversos ejemplos de conjuntos conexos. (d) Probar teorema que dice que unión de conjuntos conexos con un punto en comun es un conjunto conexo.
4.2 Componentes de un espacio	(1) Enunciar que es una componente en un espacio topológico. (2) Explicar que las componentes son conjuntos conexos maximales.	(a) Definir la relación xRy si existe un conjunto conexo que los contiene y probar que esta es una relación de equivalencia. (b) Definir componente de un espacio topológico y dar ejemplos. (c) Probar que una componente es un conjunto conexo maximal.
4.3 Espacios arcoconexos	(1) Definir que es un camino en un espacio topológico. (2) Explicar que el concepto de camino nos permite definir un caso particular de espacio conexo a saber, espacio arcoconexo. (3) Enunciar que hay espacios conexos que no son arcoconexos.	(a) Definir camino en un espacio topológico. (b) Definir espacio arcoconexo y dar ejemplos. (c) Dar ejemplos de espacios que son conexos pero no arcoconexos.

Unidad 4: **Espacios Conexos**

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
4.4 Conexidad y Espacio Producto	(1) Explicar que la conexidad es preservada mediante productos	(a) Probar que el producto finito de espacios conexos es conexo con la topología producto. (b) Enunciar el Teorema que dice que producto arbitrario de espacio conexo es conexo con la topología producto.

Unidad 4: **Espacios Conexos**

Objetivos de la Unidad:

Estrategias de evaluación:

- Esta unidad será evaluada en un examen escrito denominado Primera Prueba Integral, conjuntamente con las primeras tres unidades y que se realiza al culminar la exposición de la cuarta unidad.
- En esta prueba se plantean problemas que relacionan las técnicas y contenidos de las cuatro primeras unidades.
- La Primera Prueba Integral será el miercoles siguiente a la semana en que se termine la exposición de la unidad 4.
- La Primera Prueba Integral valdrá **25 %** de la nota total.

Recursos:

- textos auténticos
- pizarrón
- tizas o marcadores de color

Cronología:

Tres clases (Semana y media).

Unidad 5: **Espacios Compactos**

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
5.1 Espacios Compactos.	(1) Enunciar el concepto de espacio compacto en términos de cubrimientos del espacio por conjuntos abiertos. (2) Explicar que es un sunconjunto compacto. (3) Explicar que un intervalo cerrado y acotado de R con la topología usual es compacto. (4) Caracterizar el concepto de compacidad en términos de familias de cerrados con la propiedad de intersección finita. (5) Identificar la compacidad como una propiedad topológica. (6) Enunciar que compacidad implica compacidad por punto límite.	(a) Definir espacio compacto y dar ejemplos. (b) Definir subespacio compacto y dar ejemplos. (c) Probar teorema que espresa la compacidad en términos de familias de conjuntos cerrados con la propiedad de intersección finita. (d) Demostrar que la imagen de un conjunto compacto mediante una función continua es un compacto y usar este resultado para dar diversos ejemplos de conjuntos compactos. (e) Probar que todo conjunto infinito de un espacio compacto tiene un punto límite.

Unidad 5: **Espacios Compactos**

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
5.2 Compacidad y espacios de Hausdorff	(1) Saber algunas propiedades que tienen los conjuntos compactos cuando el espacio topológico es Hausdorff. (2) Caracterizar los subconjuntos compactos de los espacios métricos son aquellos cerrados y acotados y ejemplificar el caso de R con la topología usual esta última propiedad es equivalente a compacidad.	(a) Definir que es un espacio Hausdorff. (b) Probar que un subconjunto compacto de un espacio Hausdorff es cerrado. (c) Probar que los subconjuntos compactos de un espacio métrico son acotados. (d) Probar que un subconjunto de R con la topología usual es compacto si y solo si es cerrado y acotado.
5.3 Compacidad y espacio producto	(1) Enunciar que la compacidad es preservada mediante productos.	(a) Probar que el producto finito de compactos es compacto con la topología producto. (b) Enunciar el teorema de Tijonov que dice que producto arbitrario de espacios compactos es compacto con la topología producto.

Unidad 5: **Espacios Compactos**

Objetivos de la Unidad: Estrategias de evaluación:

- La evaluación de esta unidad será hecha con un examen escrito denominado Cuarta Prueba de Contenidos.
- Se evaluaran la comprensión de las definiciones y teoremas dados en clase.
- La evaluacion será el miercoles siguiente a la semana en que se termine la exposición de la unidad.
- La evaluación valdrá **10 %** de la nota total.

Recursos:

- textos auténticos
- pizarrón
- tizas o marcadores de color

Cronología:

Cinco clases (Dos semanas y media).

Unidad 6: **Sucesiones convergencia y completitud**

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
6.1 Sucesiones.	(1) Explicar que un espacio métrico se puede usar el concepto de sucesión para caracterizar los puntos en la clausura de un conjunto. (2) Caracterizar la continuidad de una función de un espacio métrico en un espacio topológico en términos de sucesiones.	(a) Definir sucesión, punto de acumulación de una sucesión, convergencia de una sucesión y dar ejemplos. (b) Demostrar teorema que caracteriza los puntos de la clausura de un conjunto de un espacio métrico en términos de sucesiones y dar ejemplos. (c) Demostrar teorema que caracteriza la continuidad de una función de un espacio métrico en un espacio topológico en téminos de sucesiones.
6.2 Sucesiones y espacios compactos	(1) Caracterizar la compacidad en espacios métricos en términos de los conceptos de sucesión y punto de acumulación. (2) Caracterizar la compacidad en espacios métricos en términos de los conceptos de sucesión y subsusección.	(a) Definir elconcepto de subsucesión de una sucesión y dar ejemplos. (b) Demostrar que un espacio métrico es compacto si y solo si cualquier sucesión tiene un punto de acumulación. (c) Probar que un espacio métrico es compacto si y solo cualquier suseción tiene una subsucesión convergente.
6.3 Espacios métricos completos	(1) Definir los espacios métricos completos e identificar aquellos como los espacios en los cuales las sucesiones de Cauchy coinciden con las sucesiones convergentes. (2) Caracterizar el concepto de acotación total en términos de los conceptos de sucesión y subsucesión de Cauchy. (3) Expresar que las propiedades de completitud y acotación total no son topológicas. (4) Caracterizar la compacidad de un espacio métrico en términos de la completitud y acotación total.	(a) Definir sucesión de Cauchy. (b) Definir espacio métrico completo y dar ejemplos. (c) Probar que un espacio métrico es totalmente acotado si y solo si toda sucesión tiene una subsucesión de Cauchy. (d) Demostrar que un espacio métrico es compacto si y solo si es completo y totalmente acotado.

Unidad 6: **Sucesiones convergencia y completitud**

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
6.4 El Teorema de categoría de Baire	(1) Entender que los espacios métricos completos son "gruesos.en el sentido de que no se pueden expresar como unión numerable de subconjuntos cerrados cada uno con interior vacío. (2) Explicarr que todo espacio métrico se puede inmersar en un espacio métrico completo. (3) Explicar que una contracción de un espacio métrico completo en si mismo tiene un punto fijo.	(a) Probar el Teorema de categoría de Baire. (b) Enunciar el Teorema que dice que todo espacio métrico se puede inmersar en un espacio métrico completo. (c) Definir el concepto de contracción y probar el Teorema del punto fijo de Banach "Toda contracción de un espacio métrico completo en si mismo tiene un punto fijo.

Unidad 6: **Sucesiones convergencia y completitud**

Objetivos de la Unidad:

Estrategias de evaluación:

- ♦ La evaluación de esta unidad será hecha con un examen escrito denominado Quinta Prueba de Contenidos.
- ♦ Se evaluaran la comprensión de las definiciones y teoremas dados en clase.
- ♦ La evaluacion será el miercoles siguiente a la semana en que se termine la exposición de la unidad.
- ♦ La evaluación valdrá **10 %** de la nota total.

Recursos:

- ♦ Varios ejemplares de los textos recomendados en la bibliografia.
- ♦ pizarrón.
- ♦ tizas o marcadores de color.

Cronología:

Seis clases (Tres semanas).

Unidad 7: **Espacios de Funciones**

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
7.1 Definición y Ejemplos.	(1) Explicar que en el conjunto de las funciones de un espacio topológico en otro se pueden definir distintas topologías y por tanto este puede ser considerado como un espacio métrico o topológico. (2) Enunciar que el conjunto de los polinomios es denso en el espacio de las funciones reales continuas definidas sobre un compacto, cuando el espacio tiene la topología de la convergencia uniforme. (3) Caracterizar los conjuntos relativamente compactos en el espacio de las funciones continuas de un espacio métrico compacto en un espacio mérico, cuando se considera la topología de la convergencia uniforme.	(a) dDefinir la métrica de la convergencia uniforme. (b) Probar que el espacio de las funciones reales continuas sobre un compacto es completo si el espacio tiene la métrica de la convergencia uniforme. (c) Definir la topología de la convergencia puntual. (d) Probar el teorema de Ascoli. (e) Probar el Teorema de Stone-Weirstrass.

Unidad 7: **Espacios de Funciones**

Estrategias de evaluación:

- Esta unidad será evaluada en un examen escrito denominado Segunda Prueba Integral, conjuntamente con las unidades 5 y 6 y que se realizará al culminar la exposición de la septima unidad.
- En esta prueba se plantean problemas que relacionan las técnicas y contenidos de las tres últimas unidades.
- La Segunda Prueba Integral será el miercoles de la semana 14.
- La Segunda Prueba Integral valdrá **25 %** de la nota total.

Recursos:

- Varios ejemplares de los textos recomendados en la bibliografia.
- pizarrón
- tizas o marcadores de color

Cronología:

Tres clases (Semana y media).