

## Unidad 1: Espacio de Probabilidad

| Temas                            | Objetivos específicos   | Estrategias metodológicas   |
|----------------------------------|---|---|
| 1.1 Espacios de Probabilidad.    | (1) Breve introducción histórica de las probabilidades<br>(2) Diferencial entre modelos matemáticos determinísticos y probabilísticos<br>(3) Identificar los elementos que pertenecen a un espacio muestral asociado a un experimento E.<br>(4) Dado un suceso <b>A</b> , el alumno debe ser capaz de calcular su frecuencia relativa como un paso previo a la definición de la probabilidad asociada a un evento <b>A</b> .<br>(5) Definir eventos asociado a un experimento $\varepsilon$ , definir $\sigma$ -álgebra de subconjuntos de un espacio muestral $\Omega$ .<br>(6) El alumno debe conocer el concepto de espacio de probabilidad y sus propiedades asociadas. | (a) Ejemplos que ilustren situaciones en el contexto de probabilidades tales como apuestas y juegos, colocación de bolas en celdas, lanzamiento de monedas, etc.<br>(b) Construir un ejemplo que ilustre un espacio de probabilidad $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$ .                 |
| 1.2 Espacios muestrales finitos. | (1) Definición del concepto de espacio muestral finito<br>(2) Desarrollar técnicas combinatorias para contar los elementos de un conjunto dado, para ello dar breve repaso de teoría combinatoria<br>(3) Determinar el número de elementos del espacio muestral y el número de elementos en los eventos asociados al espacio muestral.  | (a) Realizar ejercicios de técnicas de conteo básicas como el lanzamiento de dos dados y calcular el número de elementos de $\Omega$ .<br>(b) Realizar ejemplos de muestreo ordenado con reposición y sin reposición, sin orden y sin reposición, algunas fórmulas combinatorias. |

## Unidad 1: Espacio de Probabilidad

| Temas   | Objetivos específicos   | Estrategias metodológicas  |
|---|---|--|
| 1.3 Probabilidad condicional e independencia de eventos | <ul style="list-style-type: none"><li>(1) Conocer el concepto de probabilidad condicional de un suceso <b>B</b> con respecto a un espacio muestral reducido <b>A</b>.</li><li>(2) Conocer las propiedades básicas de probabilidad condicional.</li><li>(3) Resultados básicos de probabilidad condicional (Teorema de la multiplicación, fórmula de la probabilidad total, fórmula de Bayes).</li><li>(4) Identificar eventos independientes.</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>(a) Ejecutar ejercicios donde la probabilidad de un evento sea afectada por la ocurrencia de otro evento.</li><li>(b) Demostrar las propiedades básicas.</li><li>(c) Efectuar ejercicios donde se ilustre el Teorema de la multiplicación.</li><li>(d) Ilustrar con ejemplos donde se aplique la fórmula de la probabilidad total.</li><li>(e) Ilustrar con ejemplos Teorema de Bayes.</li><li>(f) Ilustrar con ejemplos donde se aprecie la independencia de dos o mas eventos.</li></ul> |

## Unidad 1: **Espacio de Probabilidad**

Objetivos de la Unidad:

- ◆ Adquirir los conocimientos básicos de espacios de probabilidad

Estrategias de evaluación:

- ◆ Elaborar un examen de toda la unidad con un peso del 15 %

Recursos:

- ◆ Libro de texto
- ◆ pizarrón
- ◆ tizas o marcadores de color

Cronología:

8 horas de trabajo en aula. ( 2 semanas ).

## Unidad 2: Variables aleatorias

| Temas   | Objetivos específicos  | Estrategias metodológicas  |
|---|--|--|
| 2.1 Variables aleatorias discretas, función de densidad | (1) Introducción<br>(2) Dado un espacio de Probabilidad $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$ , dar el concepto de variable aleatoria discreta<br>(3) Conocer el concepto de función de masa o función de probabilidad de la variable aleatoria.<br>(4) Identificar el concepto de función de distribución acumulativa y sus propiedades.<br>(5) Identificar algunas variables aleatorias discretas (Bernoulli, Binomial, Poisson, Geométrica e hipergeométrica).<br>(6) Ilustrar la relación entre las variables aleatorias discretas:<br>Bernoulli $\rightarrow$ Binomial $\rightarrow$ Poisson<br>$\uparrow$<br>Hipergeométrica | (a) Efectuar ejemplos que ilustren el concepto de función de distribución acumulativa de una variable aleatoria discreta.<br>(b) Elaborar una lista de ejercicio en donde necesitemos calcular la f.d.a. Encontrar la función de probabilidad.<br>(c) Efectuar ejemplos donde se ilustren cada una de las variables aleatorias discretas presentadas.<br>(d) Elaborar una lista de ejercicios.<br>(e) Utilizar las tablas que se presentan en el libro de probabilidades con el fin de encontrar probabilidades del tipo Binomial o Poisson.<br>(f) Elaborar un algoritmo donde se genera una variable aleatoria uniforme a través de un programa computacional como Matlab. |

## Unidad 2: Variables aleatorias

| Temas  | Objetivos específicos   | Estrategias metodológicas   |
|--|---|---|
| <p>2.2 Variables aleatorias continuas. Funciones de distribución y de densidad</p> | <p>(1) Definir una variable aleatoria continua</p> <p>(2) Definir función de densidad y función de distribución para una variable aleatoria continua.</p> <p>(3) Definición de una variable aleatoria absolutamente continua</p> <p>(4) Definir e ilustrar diversas variables aleatorias continuas tales como la Uniforme, Normal, Exponencial, Gamma, Cauchy y Beta.</p>           | <p>(a) Ilustrar ejemplos de variables aleatoria continuas donde de requiere encontrar la función de distribución y la función de densidad. Hacer la representación gráfica de la función de distribución y de la función de densidad.</p> <p>(b) Utilizar la tabla de una variable aleatoria Gaussiana a fin de encontrar su función de distribución.</p> <p>(c) Efectuar una lista de ejercicios</p> <p>(d) Efectuar lecturas de texto en inglés relacionadas con el tema.</p> |
| <p>2.3 Función de variable aleatoria</p>   | <p>(1) Si <math>X</math> es una variable aleatoria discreta o continua encuentre la función de distribución <math>F_Y</math> de <math>Y = aX + b</math>, donde <math>g</math> es alguna función a valores reales.</p> <p>(2) En el caso discreto encuentre la función de probabilidad o función de masa y en el caso continuo la función de densidad de <math>Y = aX + b</math></p> | <p>(a) Efectuar ejercicios de variables aleatorias discretas y continuas asociado con la función de distribución de <math>g(X) = aX + b</math>, donde <math>X</math> puede ser una variable aleatoria discreta o continua de las mencionadas anteriormente .</p>  |

## Unidad 2: Variables aleatorias

| Temas   | Objetivos específicos   | Estrategias metodológicas  |
|---|---|--|
| 2.4 Momentos. Propiedades de la Esperanza y la varianza | (1) Definir esperanza matemática o valor esperado para variables aleatorias discretas y continuas.<br>(2) Definir la varianza de una variable aleatoria<br>(3) Lemas, proposiciones y propiedades asociadas con la esperanza y varianza, caso discreto y caso continuo.<br>(4) Definición de desviación típica o estándar de $X$ .<br>Desviación media absoluta   | (a) Presentar ejemplos y ejercicios de esperanza y varianza de variables aleatorias discretas tales como la Binomial, Poisson, geométrica y continua como gaussiana, gamma, exponencial, uniforme. Aplicaciones: El juego de San Petersburgo, determinación de Primas de Seguros, juego justo e injusto. |
| 2.5 Función generadora de momentos (fgm)                | (1) Identificar el concepto de función generadora de momentos de una variable aleatoria discreta y una variable aleatoria continua.<br>(2) Enunciar y probar el Teorema de existencia de $E(X^n)$<br>(3) Enunciar el teorema de unicidad para fmg's.<br>(4) Calcular el momento de orden $n$ , $E(x^n)$ , utilizando para ello la función generadora de momentos. | (a) hallar la función generadora de momentos de una variable aleatoria binomial, poisson y normal gaussiana.<br>(b) Encontrar la esperanza y varianza usando la fgm y el teorema de existencia para una variable aleatoria gaussiana.<br>(c) Encontrar la fgm de $aX + b$                                |

## Unidad 2: Variables aleatorias

### Objetivos de la Unidad:

- ◆ El alumno debe ser capaz de identificar el concepto de variable aleatoria, así como la distribución asociada con ella o bien su función de probabilidad o densidad tanto en el caso de una variable aleatoria discreta o continua respectivamente.
- ◆ Conocer la distribución de algunas variables aleatorias discretas y continuas importantes.
- ◆ El alumno debe conocer la esperanza y varianza de algunas variables aleatorias continuas y discretas importantes.

### Estrategias de evaluación:

- ◆ Elaborar una evaluación con un peso del 25 % más 5 % un trabajo de computación.
- ◆

### Recursos:

- ◆ textos auténticos
- ◆ pizarrón
- ◆ tizas o marcadores de color
- ◆ Computadora

### Cronología:

20 horas de trabajo en aula. ( 4 semanas y media ).

### Unidad 3: Vectores Aleatorios

| Temas  | Objetivos específicos   | Estrategias metodológicas   |
|--|---|---|
| 3.1 Definición   | (1) Conocer el concepto de vector aleatorio (caso bidimensional y n-dimensional).   | (a) Ilustrar con ejemplos situaciones en las que el concepto de vector aleatorio sea aplicable.   |
| 3.2 Distribuciones Conjuntas, marginales y condicionales | (1) Conocer la definición de la distribución conjunta, distribución marginal y condicional de dos variables aleatorias $X$ y $Y$ y su generalización al caso de $n$ variables aleatorias (caso discreto y continuo).<br>(2) Conocer y demostrar las propiedades básicas que cumple una función de distribución bidimensional y n-dimensional en general.<br>(3) Conocer la definición de la función de densidad conjunta de dos variables aleatorias $X$ y $Y$ (caso discreto y caso continuo). Conocer las propiedades básicas y demostraciones. Generalización al caso n-dimensional.<br>(4) Conocer el concepto de densidad marginal bidimensional. Propiedades Básicas y demostraciones. generalización al caso n-dimensional.<br>(5) Conocer las densidades condicionales, sus propiedades básicas y demostraciones. | (a) Ilustrar la relación existente entre las densidades marginales y las densidades clásicas unidimensionales.<br>(b) A través de ejemplos calcular las distribuciones conjuntas y marginales, las densidades conjuntas y marginales y compararlas con el caso unidimensional.<br>(c) Efectuar una lista de ejercicios. |

### Unidad 3: Vectores Aleatorios

| Temas                           | Objetivos específicos   | Estrategias metodológicas  |
|---------------------------------|---|--|
| 3.3 Independencia               | (1) Conocer el concepto de variables aleatorias independientes.<br>(2) Saber calcular la función de distribución conjunta, si el conjunto de variables aleatorias es independiente (caso discreto y caso continuo) y compararlo con el producto de variables unidimensionales.                  | (a) Ilustrar mediante ejemplos donde se visualice el concepto de independencia tanto desde el punto de vista conceptual como práctico.<br>(b) Ejercicios.  |
| 3.4 Función de vector aleatorio | (1) Conocer la definición de función de vector aleatorio bidimensional y n-dimensional ya sea discreto ó continuo.<br>(2) Hallar la esperanza de una función de variable aleatoria y propiedades básicas de la esperanza.<br>(3) Reconocer la distribución de $X + Y$ (Convolución de $X, Y$ ). | (a) Encontrar las distribuciones de las variables aleatorias $z = x + y, x/y$ ya sea que $x$ e $y$ sean o no independientes.<br>(b) Hallar $E(X_1 + X_2 + \dots + X_n)$ y $Var(X_1 + X_2 + \dots + X_n)$ donde $X_1 + X_2 + \dots + X_n$ son variables aleatorias independientes.<br>(c) Ejercicios. |
| 3.5 Coeficiente de correlación  | (1) Dadas dos variables aleatorias $X, Y$ conocer la definición de coeficiente de correlación.<br>(2) Conocer la relación existente entre $corr(X, Y) = 0$ e independencia.<br>(3) Conocer las propiedades de la correlación.   | (a) Pruebas de las propiedades de la función de correlación.<br>(b) Ejercicios.  |

### Unidad 3: Vectores Aleatorios

| Temas   | Objetivos específicos  | Estrategias metodológicas   |
|---|--|---|
| 3.6 Distribuciones multidimensionales notables. | (1) Conocer la distribución multinomial discreta.<br>(2) Conocer la distribución normal bivariada. | (a) Ejemplos de aplicación de la distribución multinomial.<br>(b) Presentar algunas propiedades de la distribución normal bivariada.<br>(c) Ejercicios. |

## Unidad 3: Vectores Aleatorios

Objetivos de la Unidad:

- ◆ Saber calcular la distribución marginal y conjunta, calcular la distribución de una suma de variables aleatorias. Conocer algunas distribuciones bidimensionales importantes. Reconocer el concepto de independencia de vectores e interpretar la noción de coeficiente de correlación.

Estrategias de evaluación:

- ◆ Realizar una evaluación con un peso de 25 %

Recursos:

- ◆ textos auténticos
- ◆ pizarrón
- ◆ tizas o marcadores de color

Cronología:

16 horas de trabajo en aula (4 semanas)

#### Unidad 4: Convergencia de sucesiones de variables aleatorias

| Temas  | Objetivos específicos   | Estrategias metodológicas   |
|--|---|---|
| 4.1 Ley débil de los grandes numeros.                                  | (1) Conocer la desigualdad de Markov.<br>(2) Conocer la desigualdad de Chebyshev.<br>(3) Conocer la ley débil de los grandes numeros.   | (a) Prueba de la desigualdad de Markov caso discreto o continuo.<br>(b) Prueba de la desigualdad de Chebyshev.<br>(c) Aplicación de la desigualdad de Chebyshev.<br>(d) Demostración de la Ley de los grandes numeros, ejemplos.<br>(e) Ejercicios. |
| 4.2 Convergencia en probabilidad , media cuadrática y en distribución. | (1) Conocer la convergencia en probabilidad, convergencia casi seguramente (con probabilidad 1), Convergencia en distribución y convergencia en media cuadrática.   | (a) Ilustrar las implicaciones entre los diversos modos de convergencia.<br>(b) Ejercicios.   |
| 4.6 Teorema central del limite   | (1) Conocer el Teoremas central del limite para variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (Moivre-Laplace).<br>(2) Conocer el T.C.L para variables aleatorias no independientes<br>(3) Conocer la ley fuerte de los grandes numeros Caso Bernoulli.<br>(4) | (a) Demostración del T.C.L todos los casos.<br>(b) Aplicaciones<br>(c) Probar la ley fuerte de los grandes numeros para variables aleatorias Bernoulli.<br>(d) Ejercicios.  |

## Unidad 4: **Convergencia de sucesiones de variables aleatorias**

Objetivos de la Unidad:

- ◆ Conocer los diversos modos de convergencia y sus interrelaciones, conocer y aplicar la ley débil y fuerte de los grandes números y el teorema central del límite.

Estrategias de evaluación:

- ◆ Realizar una evaluación de 25 % más una exposición de 5 %

Recursos:

- ◆ textos auténticos
- ◆ pizarrón
- ◆ tizas o marcadores de color

Cronología: 16 horas de trabajo en aula (4 semanas)