

Unidad 1: Combinatoria

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
1.1 Principios básicos de conteo.	(1) Conocer y manejar la regla del Producto y de la suma. (2) Conocer y manejar el Principio de inclusión exclusión. (3) Conocer y manejar los Diagramas de árbol. (4) Conocer y manejar los conceptos de permutaciones, variaciones y combinaciones.	(a) Hacer una introducción histórica del surgimiento de las matemáticas discretas. (b) Dar un panorama del curso y ejemplos motivantes de aplicaciones de cada unidad. (c) A partir de los principios fundamentales desglosar las fórmulas para las variaciones y las combinaciones. (d) Comenzar, mediante ejemplos a dar pruebas combinatorias, vg poniendo en biyección los subconjuntos de un conjunto de cardinalidad n con las sucesiones de ceros y unos de tamaño n , deducir que hay 2^n subconjuntos.
1.2 Principio de las casillas (del palomar).	(1) Conocer, manejar y poder utilizar el Principio de las casillas. (2) Conocer, manejar y poder utilizar el Principio de las casillas generalizado.	(a) Dar algunas aplicaciones elegantes y sorprendentes del principio de las casillas. En particular probar que toda sucesión de $n^2 + 1$ números reales distintos tiene una subsucesión de tamaño $n + 1$ que es estrictamente creciente o estrictamente decreciente. (b) Introducir los números de Ramsey y hablar de este sorprendente matemático y de la Teoría de Ramsey la cual tiene hoy muchas aplicaciones en muchas ramas de la matemática, en particular en el Análisis.

Unidad 1: Combinatoria

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
1.3 Identidades fundamentales.	(1) Conocer y manejar el concepto de pruebas combinatorias. (2) Conocer y manejar el Teorema del binomio. (3) Identidad de Pascal. (4) Identidad de Vandermonde.	(a) Hacer hincapié en la diferencia entre pruebas combinatorias y pruebas algebraicas. Tomar como ejemplo el Teorema del binomio y hacer pruebas de los dos tipos para poner de manifiesto la diferencia. (b) Mostrar ejemplos de pruebas combinatorias además de las identidades fundamentales del tema.
1.4 Permutaciones y combinaciones generalizadas.	(1) Reconocer, comprender y poder utilizar el concepto de permutaciones con repetición. (2) Reconocer, comprender y poder utilizar el concepto de combinaciones con repetición. (3) Reconocer, comprender y poder utilizar el concepto de permutaciones con objetos indistinguibles. (4) Reconocer, comprender y poder utilizar el concepto de distribuciones de objetos en cajas.	(a) Poner en relación el número de soluciones de la ecuación diofántica $x_1 + \dots + x_r = n$ con problemas combinatorios, en particular con las combinaciones con repetición. (b) Poner en relación las permutaciones de objetos indistinguibles con la repartición de objetos en cajas. (c) Dar ejemplos de problemas concretos: permutaciones de palabras, número de manos posibles en un juego de cartas, etc.

Unidad 1: Combinatoria

Objetivos de la Unidad:

- ◆ Dar una visión histórica del desarrollo de la Combinatoria.
- ◆ Familiarizar y preparar al estudiante al uso de las técnicas básicas de conteo.

Estrategias de evaluación:

- ◆ “Quizes” escritos semanales, realmente breves (5 minutos), de verificación de conceptos dados en clase. Por ejemplo: Escriba la definición de n -variación y n -combinación (de un conjunto). Esta actividad vale **15 %** de la nota de la unidad.
- ◆ Interrogatorios orales semanales breves (5 minutos) de verificación de conceptos dados en clase. Por ejemplo: Explique las relaciones entre las sucesiones de ceros y unos de tamaño n y los subconjuntos de un conjunto de tamaño n . Esta actividad vale **5 %** de la nota de la unidad.
- ◆ Un trabajo escrito sobre toda la unidad. Este trabajo vale **20 %** de la nota de la unidad.
- ◆ Una evaluación escrita sobre toda la unidad de dos horas de duración al final de la misma. Esta evaluación valdrá un **60 %** de la nota de la unidad y se realizará durante la **semana 4** del período.

Recursos:

- ◆ Pizarrón.
- ◆ Tizas o marcadores de color.
- ◆ Libros recomendados.

Cronología: 8 sesiones de trabajo en aula, de las cuales 2 asistenciales (3 semanas).

Unidad 2: Probabilidades a eventos discretos

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
2.1 Enfoque histórico preliminar y primeros conceptos.	(1) Conocer y manejar el concepto de probabilidad de Laplace (en espacios finitos). (2) Conocer y manejar el concepto y probabilidad general (en espacios finitos o discretos).	(a) Hacer una introducción histórica del surgimiento de la Teoría de Probabilidades, como respuestas a preguntas sobre los juegos de azar. (b) Poner de manifiesto la necesidad de tener técnicas de conteo robustas para poder calcular probabilidades.
2.2 Conceptos fundamentales de la Probabilidad.	(1) Conocer, manejar y poder utilizar el concepto de probabilidad condicionada. (2) Conocer, manejar y poder utilizar el Teorema de Bayes. (3) Conocer, manejar y poder utilizar el concepto de sucesos independientes. (4) Conocer, manejar y poder utilizar el concepto de pruebas de Bernoulli y la distribución binomial. (5) Conocer, manejar y poder utilizar el concepto de pruebas probabilísticas.	(a) Ilustrar con ejemplos pertinentes el uso de los conceptos introducidos. (b) Poner de manifiesto la fuerza del Teorema de Bayes en las aplicaciones del cálculo de Probabilidades. (c) Ilustrar con un ejemplo pertinente el método probabilístico: prueba de existencia de elementos que tienen cierta propiedad via la demostración de que el evento definido por la propiedad en cuestión tiene probabilidad estrictamente mayor que cero. (d) Poner de manifiesto cuándo se está ante una prueba de Bernoulli: experimentos con dos resultados posibles.

Unidad 2: Probabilidades a eventos discretos

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
2.3 Variables aleatorias.	(1) Conocer y manejar el concepto de variable aleatoria. (2) Conocer y manejar el concepto de distribución de una variable aleatoria. (3) Conocer y manejar el concepto de variables aleatorias independientes. (4) Conocer y manejar el concepto de distribución geométrica.	(a) Hacer hincapié en la noción de variable aleatoria (nombre infeliz, pero tradicional) la cual simplemente designa una función del espacio muestral en \mathbb{R} . (b) Dar ejemplos claros de variables aleatorias y mostrar sus distribuciones. (c) Dar ejemplos y contraejemplos de variables aleatorias independientes.
2.4 Valor esperado y varianza.	(1) Reconocer, comprender y poder utilizar el concepto de valor esperado de una variable aleatoria. (2) Conocer, comprender y poder utilizar la linealidad del valor esperado. (3) Reconocer, comprender y poder utilizar el concepto de varianza de una variable aleatoria. (4) Conocer, comprender y poder utilizar las propiedades de la varianza como la linealidad en el caso de variables independientes. (5) Reconocer, comprender y poder utilizar las desigualdades de Chebyshev y de Markov.	(a) Presentar al valor esperado como una generalización del promedio: un promedio ponderado. (b) Uso de la linealidad para calcular el valor esperado. (c) Mostrar el cálculo del valor esperado de la distribución geométrica y aplicaciones. (d) Mostrar las técnicas de demostración de las desigualdades de Chebyshev y Markov y sus aplicaciones en estimaciones de la probabilidad de ciertos eventos.

Unidad 2: Probabilidades a eventos discretos

Objetivos de la Unidad:

- ◆ Dar una visión histórica del desarrollo de las Probabilidades.
- ◆ Mostrar aplicaciones de la Teoría de Probabilidades a la resolución de interesantes problemas fuera y dentro de la matemáticas
- ◆ Familiarizar y preparar al estudiante al uso de las técnicas básicas de la Teoría de Probabilidades.

Estrategias de evaluación:

- ◆ “Quizes” escritos semanales, realmente breves (5 minutos), de verificación de conceptos dados en clase. Por ejemplo: Escriba la definición de variable aleatoria. Esta actividad vale **15 %** de la nota de la unidad.
- ◆ Interrogatorios orales semanales breves (5 minutos) de verificación de conceptos dados en clase. Por ejemplo: Explique la definición de eventos independientes. Esta actividad vale **5 %** de la nota de la unidad.
- ◆ Un trabajo escrito sobre toda la unidad. Este trabajo vale **20 %** de la nota de la unidad.
- ◆ Una evaluación escrita sobre toda la unidad de dos horas de duración al final de la misma. Esta evaluación valdrá un **60 %** de la nota de la unidad y se realizará durante la **semana 7** del período.

Recursos:

- ◆ Pizarrón.
- ◆ Tizas o marcadores de color.
- ◆ Libros recomendados.

Cronología: 8 sesiones de trabajo en aula, de las cuales 2 asistenciales (3 semanas).

Unidad 3: Teoría de Grafos

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
<p>3.1 Conceptos básicos: Grafo simple, grafo dirigido, multigrafos, aristas incidentes, grado de un vértice, teorema del apretón de manos.</p>	<p>(1) Conocer, manejar y diferenciar los conceptos de grafo simple, de grafo dirigido, de multigrafos.</p> <p>(2) Teorema del apretón de manos. Algunas aplicaciones. Algunas variantes</p>	<p>(a) Hacer una introducción histórica del surgimiento de la Teoría de Grafos con el problema de los puentes de Köninsberg.</p> <p>(b) Ilustrar con grafos adecuados los conceptos y teoremas establecidos.</p>
<p>3.2 Representación e isomorfismos. Noción de camino y de ciclo. Grafos notables: bipartitos, bipartitos completos, completos, ciclos, ruedas, hipercubos. Caracterización de grafos bipartitos.</p>	<p>(1) Diferentes representaciones de grafos. Formas matriciales: matrices de adyacencia y de incidencia.</p> <p>(2) Conocer, manejar y poder utilizar el concepto de isomorfismo de grafos: dados dos grafos establecer con prueba si son o no isomorfos.</p> <p>(3) Distinguir caminos y ciclos.</p> <p>(4) Caracterizar a los grafos bipartitos como aquellos que no tienen ciclos de tamaño impar.</p> <p>(5) Grafos definidos a partir de otros grafos. Noción de subgrafos.</p> <p>(6) Conexidad. Componentes conexas.</p>	<p>(a) Ilustrar con ejemplos pertinentes el uso de los conceptos introducidos.</p> <p>(b) Poner de manifiesto la preservación de algunos invariantes bajo isomorfismo de grafos. Usarlos para ver que ciertos grafos no pueden ser isomorfos. Ver que no bastan algunos invariantes para que dos grafos sean isomorfos, v.g. igual número de vértices y de aristas.</p> <p>(c) Mostrar ejemplos de grafos conexos, disconexos y de sus componentes.</p> <p>(d) Encontrar un algoritmo para encontrar la componente conexa que contiene a un vértice. Ilustrar el fuerte uso de la finitud.</p>

Unidad 3: Teoría de Grafos

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
<p>3.3 Caminos y circuitos particulares: eulerianos y hamiltonianos. Teorema de Euler caracterizando la existencia de un circuito (y de un camino) euleriano. Algoritmo para construir un circuito (camino) euleriano cuando existe. Condiciones suficientes para la existencia de un circuito hamiltoniano: teoremas de Dirac y de Ore.</p>	<p>(1) Entender las técnicas de prueba del teorema de Euler. en particular las construcciones paso a paso de un circuito euleriano cuando existe.</p> <p>(2) Conocer y manejar las técnicas que prueban la existencia de circuitos hamiltonianos a partir de ciertas condiciones. Notar que esas condiciones no son necesarias para la existencia de tales circuitos.</p> <p>(3) Conocer y manejar los teoremas de Dirac y de Ore.</p>	<p>(a) Ilustrar con ejemplos y aplicaciones los principales teoremas de este tema.</p> <p>(b) Dar ejemplos de la construcción algorítmica de circuitos eulerianos cuando estos existen.</p> <p>(c) Dar ejemplos y contraejemplos de grafos donde existen circuitos hamiltonianos y no se cumplen las condiciones de Dirac ni las de Ore. Aprovechar estos ejemplos para hacer la distinción entre condiciones suficientes de necesarias.</p>
<p>3.4 Planaridad. Definición de grafo plano. Teorema de Euler para grafos planos: el número de nodos, menos el número de aristas más el número de regiones es siempre igual a 2. Un corolario del teorema de Euler sobre grafos planos: K_5 no es planar. Noción de homeomorfismo y teorema de Kuratowski (sin prueba).</p>	<p>(1) Entender la noción de planaridad.</p> <p>(2) Poder entender y reproducir la prueba del teorema de Euler ($V-E+R=2$).</p> <p>(3) Probar que $K_{3,3}$ no es planar.</p> <p>(4) Probar que K_5 no es planar.</p> <p>(5) Noción de grafos homeomorfos. Dados dos grafos establecer si son o no homeomorfos.</p> <p>(6) Conocer, comprender y poder aplicar el Teorema de Kuratowski.</p> <p>(7) Probar si un grafo dado no es plano.</p>	<p>(a) Presentar el problema del agua luz y teléfono y su imposibilidad de solución.</p> <p>(b) Dar ejemplos de grafos homeomorfos y de grafos que no son homeomorfos.</p> <p>(c) Ilustrar el teorema de Kuratowski.</p>

Unidad 3: Teoría de Grafos

Objetivos de la Unidad:

- ◆ Dar una visión histórica del desarrollo de la Teoría de Grafos
- ◆ Poner al estudiante frente a grandes Teoremas de la Matemática como el Teorema de los 4 colores y el Teorema de Kuratowski.
- ◆ Familiarizar y preparar al estudiante al uso de las técnicas básicas de la Teoría de Grafos.

Estrategias de evaluación:

- ◆ “Quizes” escritos semanales, realmente breves (5 minutos), de verificación de conceptos dados en clase. Por ejemplo: Decir si un grafo dado es bipartito. Esta actividad vale **15 %** de la nota de la unidad.
- ◆ Interrogatorios orales semanales breves (5 minutos) de verificación de conceptos dados en clase. Por ejemplo: Explique e ilustre la noción de homeomorfismo de grafos. Esta actividad vale **5 %** de la nota de la unidad.
- ◆ Un trabajo escrito sobre toda la unidad. Este trabajo vale **20 %** de la nota de la unidad.
- ◆ Una evaluación escrita sobre toda la unidad de dos horas de duración al final de la misma. Esta evaluación valdrá un **60 %** de la nota de la unidad y se realizará durante la **semana 10** del período.

Recursos:

- ◆ Pizarrón.
- ◆ Tizas o marcadores de color.
- ◆ Libros recomendados.

Cronología: 8 sesiones de trabajo en aula, de las cuales 2 asistenciales (3 semanas).

Unidad 4: Teoría de autómatas y lenguajes formales

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
<p>4.1 Conceptos básicos: Alfabeto, palabra, lenguaje. Concatenación de palabras. La palabra vacía. Concatenación de lenguajes, reunión (suma) de lenguajes, potencias de un lenguaje, la operación estrella de Kleene. Expresiones racionales (regulares) y su lenguaje asociado. Algebra de las expresiones racionales.</p>	<ol style="list-style-type: none"> (1) Conocer y manejar el concepto de expresiones racionales. (2) Hacer pruebas sencillas tales como $r(s+t) = rs + rt$. (3) Reconocer palabras de r^* dado una expresión racional r. 	<ol style="list-style-type: none"> (a) El problema de la palabra. (b) Poner de manifiesto la necesidad de tener técnicas algorítmicas para decidir si $r = s$.
<p>4.2 Autómatas finitos. Representación gráfica y representaciones abstractas. Lenguaje reconocido por un autómata (en términos de etiquetas de buenos caminos). Autómatas deterministas y no deterministas. Lenguaje reconocido por un autómata (en términos de la función de transición). Equivalencia entre autómatas deterministas y no deterministas.</p>	<ol style="list-style-type: none"> (1) Ilustrar diferentes representaciones del concepto de autómata. (2) Diferencias entre determinismo y no determinismo. Poder reconocer cuando un autómata es determinista y cuando no. (3) Transformar un autómata no determinista en un autómata determinista completo equivalente y prueba de la equivalencia. (4) Concepto de autómata determinista completo. 	<ol style="list-style-type: none"> (a) Ilustrar con ejemplos pertinentes el uso de los conceptos introducidos. (b) Poner de manifiesto la simplicidad de los autómatas determinista a la hora de saber si una palabra es o no reconocida por el autómata. (c) Mostrar algunos algoritmos simples para saber si hay palabras reconocidas por un autómata. Los estudiantes deben ser capaces de descubrirlos con una pequeña ayuda.

Unidad 4: Teoría de autómatas y lenguajes formales

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
<p>4.3 Propiedades de clausura de los lenguajes reconocidos por autómatas (rationales): la unión, la concatenación, la operación estrella, la intersección, el complemento. Algoritmos para reconocer si $L(A)$ contiene alguna palabra, si ε</p>	<p>(1) Equivalencia entre las expresiones racionales y los autómatas finitos: la construcción de Thomson. (2) Dado una expresión racional construir un autómata equivalente. (3) Dado un autómata construir una expresión racional equivalente: construcción iterativa de los conjuntos $R_{j,k}^i$</p>	<p>(a) Mostrar que el problema de la palabra se puede resolver via los autómatas. Para ello usar el hecho que $r = s$ ssi $r \subseteq s$ y $s \subseteq r$. Luego reducir el problema de saber si $r \subseteq s$ a $r \cap s^c = \emptyset$.</p>
<p>4.4 Minimización de autómatas. Teorema de Myhill y Nerode. Construcción efectiva de un autómata minimal</p>	<p>(1) Aplicar y probar la corrección del algoritmo de marcage para construir el autómata minimal. (2) dado un autómata construir su autómata determinista minimal.</p>	<p>(a) Mostrar que la existencia de un autómata minimal conduce a una solución fácil del problema de la igualdad de expresiones racionales. (b) Ilustrar concretamente la prueba de que dos expresiones racionales son iguales via la construcción de sus autómatas minimales.</p>

Unidad 4: Teoría de autómatas y lenguajes formales

Objetivos de la Unidad:

- ◆ Dar una visión histórica del desarrollo de la Teoría de autómatas
- ◆ Poner al estudiante frente a problemas de uso diario en el computador: búsqueda de palabras con ciertas características.
- ◆ Familiarizar y preparar al estudiante al uso de las técnicas básicas de la Teoría de lenguajes.

Estrategias de evaluación:

- ◆ “Quizes” escritos semanales, realmente breves (5 minutos), de verificación de conceptos dados en clase. Por ejemplo: Escriba la definición de autómata determinista. Esta actividad vale **15 %** de la nota de la unidad.
- ◆ Interrogatorios orales semanales breves (5 minutos) de verificación de conceptos dados en clase. Por ejemplo: Explique la definición de la operación estrella de Kleene. Esta actividad vale **5 %** de la nota de la unidad.
- ◆ Un trabajo escrito sobre toda la unidad. Este trabajo vale **20 %** de la nota de la unidad.
- ◆ Una evaluación escrita sobre toda la unidad de dos horas de duración al final de la misma. Esta evaluación valdrá un **60 %** de la nota de la unidad y se realizará durante la **semana 14** del período.

Recursos:

- ◆ Pizarrón.
- ◆ Tizas o marcadores de color.
- ◆ Libros recomendados.

Cronología: 8 sesiones de trabajo en aula, de las cuales 2 asistenciales (3 semanas).