Unidad 1: **Sistemas Numéricos**

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
1.1 Dos problemas básicos relativos a los sistemas de números naturales, enteros, racionales y reales: el algebraico, respecto a la resolución de ecuaciones polinómicas; y el geométrico, respecto a la medición de longitudes de segmentos. 1 clase Teórica (2 horas)	(1) Aproximarse a una visión histórica de la evolución de los sistemas numéricos.	(a) Exposición de eventos históricos que ilustran la vinculación entre problemas geométricos y algebraicos y los diferentes sistemas numéricos; por ejemplo: la crisis pitágorica frente a la irracionalidad de la medida de la diagonal del cuadrado; la introducción del número negativo en India por motivos algebraicos.
1.2 Operaciones básicas de los números racionales y sus propiedades. 1 Clase Teórica (2 horas) 2 horas asistenciales (1 clase)	(1) Adquirir destrezas en la demostración de algunas propiedades básicas de las operaciones entre números racionales, a partir de sus propiedades fundamentales, deducibles a su vez de las que poseen los números enteros y sus operaciones. (2) Familiarizarse con el método axiomático.	(a) Exposición de algunas demostraciones como, por ejemplo la prueba de que la suma $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$ está bien definida. (b) Realización de demostraciones del tipo mencionado en (a), por parte de los estudiantes, en grupos; al completar el ejercicio, un miembro del grupo pasa al pizarrón a exponer su trabajo.
1.3 El orden usual de los números racionales y sus propiedades básicas: densidad. Subconjuntos acotados de $\mathbb{Q}$. Máximo y mímino de un conjunto. 2 clases teóricas (4 horas) 1 clase asistencial (2 horas).	(1) Conocer las definiciones y propiedades que conciernen al orden usual en $\mathbb{Q}$. Reforzar la habilidad para el manejo de la estructura lógica de afirmaciones condicionales y sus negaciones y el uso de cuantificadores.	(a) Exposición de ideas y definiciones fundamentales. Discusión abierta de ejemplos con mucho detalle. Por ejemplo: para probar que un conjunto no es acotado superiormente, comenzar por escribir la negación de la propiedad que define a un conjunto como acotado superiormente. Insistir en los principios subyacentes a la estructura de la negación. Solicitar la participación de los estudiantes en el análisis del ejemplo.

Unidad 1: **Sistemas Numéricos**

Temas	**Objetivos específicos**	**Estrategias metodológicas**
1.4 El concepto de supremo, propiedades y el axioma del supremo: incompletitud del orden usual de los números racionales 1 Clase teórica (2 horas)	(1) Obtener una noción intuitiva del concepto de supremo y comprender el significado geométrico y analítico de la incompletitud de $\mathbb{Q}$.	(a) Exposición de ideas fundamentales. Estudio detallado de la definición de supremo y de su significado geométrico, a través de la discusión de diversos ejemplos, con la participación de los estudiantes.
1.5 Noción intuitiva de número real como expresiones decimales y como longitudes de segmentos. Operaciones básicas de los números reales y sus propiedades. 1 Clase teórica (2 horas)	(1) Obtener una noción intuitiva de número real. Reconocimiento de la estructura algebraica de $\mathbb{R}$, como la de $\mathbb{Q}$, y sus diferencias con las de $\mathbb{N}$ y $\mathbb{Z}$. (2) Conocer el significado de los términos "**cuerpo** "y "**anillo** ".	(a) Exposición de elementos históricos relacionados con los irracionales (en particular $\sqrt{2}$, π, e). (b) Ejercicios realizados en grupos, durante la clase, sobre las propiedades de las operaciones básicas en $\mathbb{R}$.
1.6 El orden usual de los números reales y sus propiedades básicas: definiciones equivalentes del concepto de supremo y propiedades: completitud, densidad, propiedad arquimediana. 2 clases teóricas (4 horas) 1 clase asistencial (2 horas)	(1) Conocer y manipular la interpretación geométrica del concepto de supremo e ínfimo de un conjunto de números reales. (2) Conocer y ser capaz de demostrar la equivalencia entre las distintas definiciones de supremo(ínfimo). (3) Reforzar habilidades para el uso del lenguaje matemático formal(construcción de negaciones, recíprocos y contrarecíprocos, uso de cuantificadores). (4) Conocer el concepto de densidad y ser capaz de probar ciertas propiedades básicas de los subconjuntos densos de $\mathbb{R}$.	(a) Exposición, por parte del profesor, de las ideas centrales, primero de manera intuitiva y con apoyo en la interpretación geométrica(tanto para el concepto de supremo como para el de densidad), y después usando los conceptos formales. (b) Discusión de las diversas definiciones con la participación de los estudiantes, resaltando siempre la estructura lógica de las afirmaciones usadas para demostrar lo requerido en cada caso.

Unidad 1: **Sistemas Numéricos**

Temas	**Objetivos específicos**	**Estrategias metodológicas**
1.7 Cálculo de supremo e ínfimo de sucesiones monótonas acotadas de números reales. 2 Clase teórica (4 horas)	(1) Obtener destrezas en las técnicas más usadas para calcular supremo e ínfimo de sucesiones de racionales y demostrar los resultados .	(a) Ejercicios expuestos por el profesor para mostrar las técnicas. (b) Ejercicios propuestos por el profesor para ser realizados por los alumnos en grupos durante la clase y luego exponerlos desde el pizarrón.
1.8 Tratamiento algebraico del problema de las soluciones de ecuaciones polinómicas: números algebraicos y trascendentes(ejemplos). Incompletitud algebraica de $\mathbb{R}$ y enunciado del Teorema Fundamental del Álgebra. 1 Clase teórica (2 horas)	(1) Conocer las nociones de incompletitud algebraica de $\mathbb{R}$ y $\mathbb{Q}$, números algebraicos y trascendentes. (2) Conocer, a grandes rasgos, los momentos históricos cruciales en el desarrollo de la resolución de ecuaciones polinómicas, el surgimiento de los números complejos y el Teorema Fundamental del Álgebra.	(a) Exposición de conceptos y de elmentos básicos del desarrollo histórico de la resolución de ecuaciones polnómicas: Ecuación cuadrática en Babilonia, India, Europa. Ecuación cúbica y cuártica en el Renacimiento italiano. Cardano y el uso del número imaginario "i". Teorema Fundamental del Álgebra e imposibilidad de resolución por radicales para ecuaciones de grado mayor que 4.
1.9 Números complejos. Representación gráfica y operaciones básicas. 1 Clase teórica (2 horas)	(1) Conocer las definiciones y representacines de un número complejo(formas binómica y polar). (2) Conocer las maneras de operar con los números complejos; ser capaz de representar un número complejo en el plano cartesiano e interpretar geométricamente el significado de su módulo.	(a) Exposición de conceptos básicos y discusión de ejemplos con la participación de los estudiantes.

Unidad 1: **Sistemas Numéricos**

Objetivos de la Unidad:

- ♦ Reforzar el desarrollo de habilidades para el uso correcto del lenguaje matemático y para la realización de demostraciones formales.
- ♦ Conocer las definiciones formales vinculadas a las nociones de completitud y densidad relativas al orden en $\mathbb{R}$ y ser capaz de interpretar geométricamente su significado.
- ♦ Conocer las diferencias y analogías entre $\mathbb{N}$,$\mathbb{Z}$,$\mathbb{Q}$,$\mathbb{R}$, y $\mathbb{C}$ en cuanto a sus propiedades algebraicas se refiere.

Estrategias de evaluación:

- ♦ En **la segunda semana** prueba corta escrita evaluando los apartes 1.1 a 1.3 y valdrá **5 %** de la nota total.
- ♦ En **la cuarta semana** prueba corta escrita (15 minutos)evaluando los apartes 1.4 a 1.7 y valdrá **5 %** de la nota total.
- ♦ En **la quinta semana** prueba larga escrita(2 horas) evaluando toda la unidad y valdrá **30 %** de la nota total.
- ♦ Actividad opcional para estudiantes aventajados: estudio individual ó en grupo de la construcción formal de R, a través de sucesiones de Cauchy de números racionales ó cortaduras de Dedekind.

Recursos:

- ♦ textos auténticos
- ♦ pizarrón
- ♦ tizas o marcadores de color

Cronología:

15 sesiones de trabajo en aula. (5 semanas)(30 horas).

Unidad 2: **Funciones**

Temas	**Objetivos específicos**	**Estrategias metodológicas**
2.1 Un problema relativo a los conjuntos infinitos como $\mathbb{N}$ $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ y $\mathbb{R}$. ¿Cuál de ellos tiene más elementos?. Las funciones como herramientas para responder esta pregunta. Relaciones entre conjuntos. Definiciones. Producto cartesiano. Relaciones de orden y equivalencia. 2 clases Teóricas (4 horas)	(1) Adquirir una motivación para el estudio de las funciones, al considerarlas como herramientas de comparación entre dos conjuntos. (2) Conocer las nociones básicas acerca de relaciones, ejemplos sencillos de relación de orden y de equivalencia(el orden en $\mathbb{R}$ y la equivalencia de fracciones)	(a) Exposición de ideas relacionadas con la cardinalidad de conjuntos finitos e infinitos. (b) Exposición de las nociones básicas asociadas al concepto de relación entre conjuntos. Discusión participativa de ejemplos propuestos por el profesor. (c) Breve exposición histórica acerca de la evolución de la noción de función en Matemáticas.
2.2 El concepto de función: dominio, codominio, imagen de un elemento y de un conjunto, rango, preimagen de un elemento y de un conjunto. 1 Clase Teórica (2 horas)	(1) Conocer las definiciones formales asociadas al concepto de función, su significado e interpretaciones geométricas. (2) Ser capaz de determinar imágenes y preimágenes de elementos y conjuntos, dominio y rango de funciones concretas.	(a) Exposición de conceptos. La función como tipo especial de relación. La gráfica de una función real como representación en el plano cartesiano de los pares ordenados que pertenecen a la relación asociada. (b) Discusión de ejemplos variados con participación de los alumnos: Funciones definidas por partes, funciones características, funciones cuyo dominio y/o rango no son conjuntos de números, etc.

Unidad 2: **Funciones**

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
2.3 Inyectividad, Sobreyectividad y biyectividad 2 Clases teóricas (4 horas)	(1) Desarrollar la habilidad para determinar y demostrar la inyectividad y sobreyectividad de funciones variadas. (2) Conocer los criterios gráficos que permiten determinar inyectividad y sobreyectividad de una función a partir de su representación en el plano cartesiano.	(a) Exposición de las definiciones, con énfasis en la estructura lógica de las condiciones que deben satisfacer las funciones inyectivas y sobreyectivas. Discusión de las distintas maneras de escribir formalmente esas condiciones y sus negaciones. Discusión de ejemplos. No solo funciones de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$, sino también de conjuntos finitos en conjuntos finitos, de $P(A)$ en $P(A)$ donde A es un conjunto cualesquiera. Funciones definidas por partes. (b) Proposición de ejercicios a ser resueltos por los alumnos en grupos y luego ser expuestos durante las horas asistenciales.
2.4 Composición de funciones. 2 Clases teóricas (4 horas)	(1) Conocer la definición y las condiciones de existencia de una función compuesta. Conocer las condiciones necesarias y/o suficientes para la inyectividad y sobreyectividad de funciones compuestas.	(a) Demostración de las propiedades de las funciones compuestas, destacando puntos cruciales en las pruebas(momento en que intervienen las hipótesis, por ejemplo). Ejercicios discutidos entre el profesor y los alumnos.
2.5 Función Inversa. 1 clase teórica (2 horas)	(1) Conocer la definición de función inversa, inversa por la derecha e inversa por la izquierda. Ser capaz de probar la unicidad de la función inversa. Conocer las condiciones de existencia de función inversa, e inversas laterales.	(a) Demostración de los resultados que conciernen a la existencia y unicidad de la función inversa, enfatizando detalles importantes de las pruebas y haciendo explícitas las técnicas de demostración usadas: reducción al absurdo,(¿cuál es la contradicción?), contrarrecíproca.

Unidad 2: **Funciones**

Objetivos de la Unidad:

- Conocer las definiciones formales asociadas a la noción de función y ser capaz de interpretar su significado.
- Ser capaz de identificar propiedades básicas de funciones concretas y demostrar la presencia de tales propiedades.

Estrategias de evaluación:

- En **la sexta semana** prueba corta escrita(15 minutos) evaluando el aparte 2.1 y valdrá **5 %** de la nota total.
- Durante **las semanas 7ª y 8ª**, pruebas orales breves (10 minutos) sobre ejercicios propuestos con antelación a los estudiantes en torno a los los apartes 2.2 a 2.4, para ser resueltos en parejas. En las horas asistenciales, estas pruebas orales se harán en presencia de todo el grupo de alumnos y consistirán en la exposición del ejercicio, su resolución, justificación de los argumentos utilizados y respuesta a las posibles preguntas del profesor. Esta actividad valdrá **5 %** de la nota total.
- En **la 9ª semana**, prueba larga escrita, (2 horas) evaluando toda la unidad II. Esta evaluación valdrá **20 %** de la nota total.

Recursos:

- textos auténticos
- pizarrón
- tizas o marcadores de color

Cronología:

12 sesiones de trabajo en aula. (4 semanas)(24 horas).

Unidad 3: **Cardinalidad**

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
3.1 La noción de equipotencia. 2 clases Teóricas (4 horas)	(1) Iniciarse y adquirir destrezas en el uso de las funciones como herramientas para la determinación de la cardinalidad de un conjunto finito. (2) Ser capaz de resolver problemas de aplicación de las fórmulas para la cardinalidad de la unión de dos o más conjuntos finitos.	(a) Exposición de conceptos y demostraciones de proposiciones elementales acerca de la cardinalidad de ciertos conjuntos finitos. (b) Discusión participativa de ejemplos y ejercicios.
3.2 Conjuntos finitos e infinitos. 3 Clases Teóricas (6 horas)	(1) Conocer la caracterización de un conjunto infinito por el hecho de poseer un subconjunto propio equipotente a sí mismo. (2) Conocer la prueba de que $\mathbb{N}$ es infinito y que todo conjunto infinito contiene una copia de $\mathbb{N}$. (3) Captar el poder de las funciones para probar con sencillez la numerabilidad de $\mathbb{Z}$, lo cual en principio resulta contrario a la intuición. (4) Conocer el enunciado del Teorema de Schroeder-Bernstein y algunas aplicaciones.	(a) Exposición de teoremas y sus pruebas. Lecturas compartidas de algunas demostraciones que están hechas en las notas del Prof. Uzcátegui, durante la clase, con participación de los estudiantes en aclaratorias, completación de detalles que se dejan al lector, etc. (b) Lectura compartida del cuento " El Hotel Infinito", y discusión de las ideas que suscita.

Unidad 3: **Cardinalidad**

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
3.3 Conjuntos numerables y no numerables: $\mathbb{R}$ no es numerable (por diagonalización y por el principio de los intervalos encajados; numerabilidad de los algebraicos y no numerabilidad de los trascendentes) 3 Clases teóricas (6 horas)	(1) Conocer las principales operaciones sobre conjuntos que preservan la numerabilidad. (2) Comprender las pruebas de la numerabilidad de $\mathbb{Q}$ y de la no numerabilidad de $\mathbb{R}$. (3) Familiarizarse con las aplicaciones del Teorema de Schroeder-Bernstein.	(a) Exposición de los principales teoremas referidos al tema y sus pruebas, haciendo énfasis en los puntos cruciales. (b) Discusión participativa de ejemplos. (c) Incorporación de elementos históricos sobre la evolución del concepto de conjunto infinito.
3.4 El Teorema de Cantor sobre la cardinalidad del conjunto potencia. 1 Clase teórica (2 horas)	(1) Conocer el enunciado y la prueba del Teorema de Cantor y apreciar su importancia en la teoría de las cardinalidades de conjuntos infinitos. (2) Familiarizarse con el contexto cultural y científico en el que Cantor desarrolló sus ideas sobre los conjuntos infinitos.	(a) Lectura y discusión participativa de la demostración del Teorema de Cantor, en la cual los alumnos detecten los argumentos cruciales. (b) Exposición de los conflictos que tuvo que enfrentar Cantor con la Iglesia Católica y parte de la comunidad científica de su época por las consecuencias del hoy llamado Teorema de Cantor.

Unidad 3: **Cardinalidad**

Objetivos de la Unidad:

- Conocer las pruebas de la numerabilidad de $\mathbb{Z}$ y $\mathbb{Q}$ y la no numerabilidad de $\mathbb{R}$.
- Apreciar el poder de las funciones como herramienta para comparar y ser capaz de usarlas en ejercicios de esa naturaleza.

Estrategias de evaluación:

- En **la 11ª y 12ª semana** exposiciones orales breves de ejercicios propuestos para realización en parejas, evaluando los apartes 3.1 y 3.2 y valdrá **10 %** de la nota total.
- Durante **la semana 14ª**, prueba larga escrita, evaluando toda la unidad. Esta actividad valdrá **20 %** de la nota total.
- Actividad especial para alumnos aventajados: investigar sobre la prueba del Teorema de Schroeder-Bernstein.

Recursos:

- textos auténticos
- pizarrón
- tizas o marcadores de color

Cronología:

15 sesiones de trabajo en aula. (5 semanas)(30 horas).