Unidad 1: Geometría Analítica

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
1.1 El espacio euclidiano tridimensional.	(1) Identificar puntos en $\mathbb{R}^3$ analítica y gráficamente. (2) Caracterizar los puntos situados en los planos XY, YZ, XZ .	(a) Se recomienda hacer muchos ejemplos geométricos en $\mathbb{R}^3$, para familiarizar al estudiante y conducirlo de modo que intuitivamente deduzca o se aproxime a las definiciones y resultados. (b) Se recomienda dar muchos ejemplos de representación geométrica de puntos en $\mathbb{R}^3$, tales como $u = (1, 2, 3)$, $v = (1, -2, 3)$, $w = (-1, 2, -3)$, $p = (-1, -2, -3)$, $q = (1, 2, -3)$.
1.2 Vectores en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$.	(1) Definir vectores linealmente independientes, dependientes y base de $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$. (2) Identificar los vectores canónicos en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$. (3) Establecer una correspondencia biunívoca entre puntos y vectores de $\mathbb{R}^3$. (4) Operar algebraicamente con vectores: suma, resta y producto por un escalar, analítica y gráficamente. (5) Enunciar las propiedades de las operaciones algebraicas con vectores. (6) Aplicar las propiedades de las operaciones algebraicas con vectores.	(a) Mostrar al estudiante que existe una correspondencia biunívoca entre vectores y puntos por medio de ejemplos geométricos. (b) Se recomienda dar ejemplos de operaciones algebraicas con vectores desde un enfoque analítico y geométrico. (c) Antes de dar la definición formal de vectores linealmente independientes y base, se sugiere, motivar geoméricamente estos conceptos. Primero expresar cualquier vector como combinación de los vectores canónicos y luego hacerlo en general.
1.3 Producto Escalar en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$ y sus propiedades.	(1) Definir el producto escalar en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$. (2) Calcular el producto escalar de dos vectores. (3) Enunciar las propiedades del producto escalar. (4) Aplicar las propiedades del producto escalar. (5) Caracterizar la perpendicularidad entre vectores mediante el producto escalar.	(a) Se recomienda trabajar las definiciones y propiedades del producto escalar en $\mathbb{R}^3$ y hacer las aclaratorias respectivas para $\mathbb{R}^2$. (b) Se recomienda probar en clase, o dar como tarea, el criterio de perpendicularidad entre vectores usando el producto escalar, para que el estudiante se vaya familiarizando con demostraciones.

Unidad 1: Geometría Analítica

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
<p>1.4 Distancia euclídea entre puntos de $\mathbb{R}^3$ y su generalización a $\mathbb{R}^n$. Ecuación de la Esfera.</p>	<ol style="list-style-type: none"> (1) Deducir la fórmula de la distancia euclídea entre puntos de $\mathbb{R}^3$. Generalizar la fórmula para $\mathbb{R}^n$. (2) Calcular la longitud de un vector. (3) Obtener la ecuación canónica de una esfera, utilizando la noción de distancia entre puntos. (4) Graficar las esferas a partir de la información dada. (5) Distinguir cuando una expresión cuadrática en tres variables corresponde a una esfera. (6) Obtener las coordenadas del centro y radio de una esfera. (7) Calcular las coordenadas del punto medio de un segmento. 	<ol style="list-style-type: none"> (a) Se recomienda deducir la fórmula de distancia euclídea entre dos puntos P y Q de $\mathbb{R}^3$, usando la geometría de los triángulos rectángulos (Teorema de Pitágoras) que resultarán de considerar el paralelepípedo cuyos vértices diagonalmente opuestos son P y Q. Generalizar la fórmula para $\mathbb{R}^n$. (b) Se recomienda deducir la longitud de un vector a partir de la fórmula de distancia y relacionar esta longitud con el producto escalar de un vector por él mismo. (c) Se recomienda deducir la ecuación canónica de una esfera a partir de su definición y de la noción de distancia euclídea. (d) Dar ejemplos tal como: Determine el centro y el radio de la esfera con ecuación $x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 8y - 12z + 68 = 0$. (e) Dar aplicaciones de la fórmula de punto medio tal como: Determine la ecuación de la esfera tal que uno de sus diámetros es el segmento de recta que une a $(-1, 2, 3)$ y $(5, -2, 7)$.
<p>1.5 Rectas, planos y curvas en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$. Vector tangente y vector normal a una curva en un punto. Interpretaciones geométricas y físicas de las curvas en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$.</p>	<ol style="list-style-type: none"> (1) Deducir la ecuación de un plano que pasa por un punto y es perpendicular a un vector dado. (2) Obtener el vector normal de un plano a partir de su ecuación. (3) Deducir la ecuación paramétrica de una recta en el espacio, ya sea dando dos puntos o un punto y un vector director. (4) Distinguir cuando la ecuación paramétrica de una recta se puede escribir en forma simétrica. (5) Identificar una curva en el espacio. (6) Describir una curva en el espacio. (7) Determinar el vector velocidad y aceleración, y sus magnitudes (norma), a partir del vector posición. (8) Determinar el vector tangente y normal a una curva. 	<ol style="list-style-type: none"> (a) Se recomienda deducir la ecuación de un plano que pasa por un punto y es perpendicular a un vector dado utilizando la noción de producto escalar. A partir de esta deducción, mostrar que los coeficientes de las variables de una ecuación lineal son las coordenadas del vector normal al plano, ejemplo: Sea el plano dado por la ecuación $3x - 4y + 7z = 5$, observemos que el vector $v = (3, -4, 7)$ es el vector normal al plano. (b) Resaltar el hecho de que existe una correspondencia biunívoca entre planos y ecuaciones lineales, e.d. todo plano tiene una ecuación lineal y la gráfica de una ecuación lineal en $\mathbb{R}^3$ es un plano.

Unidad 1: Geometría Analítica

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
		<p>(c) Se recomienda deducir las ecuaciones paramétricas y simétricas de una recta en el espacio. Observar que una recta se obtiene de la intersección de dos planos.</p> <p>(d) Se recomienda hacer la asociación entre el vector de posición y la representación paramétrica de la curva. Luego definir recta tangente a una curva y los vectores velocidad y aceleración. Dar ejemplos aplicados a la física para calcular velocidad y aceleración de partículas.</p>
<p>1.6 Producto Vectorial en $\mathbb{R}^3$ y aplicaciones.</p>	<p>(1) Definir e interpretar geoméricamente el concepto de producto vectorial.</p> <p>(2) Enunciar y aplicar las propiedades del producto vectorial.</p> <p>(3) Utilizar la noción de producto vectorial y escalar para el cálculo de áreas de paralelogramos y volúmenes de paralelepípedos.</p> <p>(4) Utilizar las nociones de producto vectorial y escalar para determinar las posiciones relativas entre planos, y planos y rectas.</p>	<p>(a) Se recomienda usar la sección 14.3 del libro de Purcell.</p> <p>(b) Dar la definición de producto vectorial usando determinantes y mostrar su interpretación geométrica y por qué no se puede definir este concepto en dimensiones menores a 3. Dar las propiedades algebraicas.</p> <p>(c) Se recomienda demostrar, o dejar como tarea, que dos vectores $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ son paralelos si y sólo si $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \mathbf{0}$.</p> <p>(d) Dar ejemplos en donde se aplique este concepto, por ejemplo: Encuentre la ecuación del plano que pasa por los puntos $p_1 = (1, -2, 3)$, $p_2 = (1, 1, -2)$ y $p_3 = (-2, -3, 0)$.</p> <p>(e) Otros ejemplos importantes para desarrollar en clase, o para proponer de tarea, son:</p> <ol style="list-style-type: none"> Demuestre que el área de un paralelogramo cuyos lados adyacentes son $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ es $\ \mathbf{u} \times \mathbf{v}\$. Sean $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ tres vectores que no están en el mismo plano. Demuestre que el volumen del paralelepípedo que determinan es $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \times \mathbf{w} \rangle$.

Unidad 1: Geometría Analítica

Estrategias de evaluación:

- ◆ 1 prueba corta en donde se evalúen los subtemas 1.1 y 1.2. La nota de éste se sumará con las de las otras pruebas cortas realizadas durante el desarrollo del curso. Las pruebas cortas, tareas y participación en clases tendrán un peso del 20 % de la nota definitiva.
- ◆ 1 prueba escrita de desarrollo donde se evalúe todo el Tema 1, esta prueba vale 10 % de la nota definitiva del curso.
- ◆ 2 tareas, las cuales consisten en: una biografía de algún matemático relacionado con el Tema 1 y un ejercicio específico que requiera más tiempo, ingenio y concentración para resolverlo, y que sirva para afianzar los conceptos dados en clases, preferiblemente algún ejercicio donde deba demostrar algún enunciado.

Recursos:

- ◆ Pizarrón, tiza y marcadores.
- ◆ Libro: Purcell, E.; Varberg, D., Cálculo. 8va Ed. Prentice Hall. México, 2001.
Otros libros adecuados.
- ◆ Acceso a internet.

Cronología:

Cuatro clases (2 semanas).

Unidad 2: Funciones Reales de Varias Variables Reales

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
2.1 El concepto de función real de varias variables reales.	(1) Definir función real de varias variables reales. (2) Identificar funciones reales de varias variables. (3) Dar ejemplos de funciones reales de varias variables.	(a) Se recomienda dar la definición de función en general, considerar $f : D \subset \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ y diferenciar según sean m y n , y dar ejemplos.
2.2 Dominio más amplio de definición de una función real. Rango.	(1) Definir dominio y rango de una función real de varias variables reales. (2) Diferenciar variables independientes y dependientes.	(a) Dar ejemplos de cálculo de dominio y rango de funciones reales de dos o tres variables.
2.3 Álgebra y composición de funciones.	(1) Operar algebraicamente con funciones reales de varias variables reales siempre y cuando las funciones estén definidas sobre un mismo dominio. (2) Componer funciones reales de varias variables reales con funciones reales de una variable. (3) Escribir funciones complicadas como composición de funciones más simples.	(a) Hacer ejemplos donde se opera algebraicamente con funciones reales de varias variables reales. (b) Usar representaciones geométricas para explicar la composición de funciones. (c) Mostrar ejemplos donde se observe claramente que el orden de la composición influye en la dimensión de los espacios tanto de partida como de llegada.
2.4 Biyectividad y función inversa.	(1) Definir función inyectiva, sobreyectiva y biyectiva. (2) Definir función inversa. (3) Identificar si una función es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva o ninguna de estas posibilidades.	(a) Dar ejemplos geométricos de cómo se interpretan estos conceptos en funciones reales de varias variables.

Unidad 2: Funciones Reales de Varias Variables Reales

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
2.5 Bosquejo de las representaciones gráficas de las funciones elementales y estudio de sus propiedades mediante curvas de nivel.	(1) Definir gráfica de una función real de varias variables reales y determinar en que espacio vive la gráfica. (2) Describir las secciones transversales y trazas de una superficie en tres dimensiones. (3) Bosquejar la gráfica de una función a partir de sus curvas de nivel.	(a) Se recomienda hacer ejercicios para bosquejar la gráfica de una función a partir del mapa de contorno y usando las trazas. (b) Se recomienda realizar una práctica de graficación en el laboratorio de computación.
2.6 Superficies cuádricas .	(1) Identificar las cuádricas según sea la ecuación. (2) Graficar las cuádricas según sea la ecuación. (3) Graficar las cuádricas usando las trazas.	(a) Se recomienda iniciar la clase con un repaso de cónicas. (b) Se recomienda dar una clase teórica y otra clase de práctica haciendo uso del Laboratorio de Computación, graficar varios ejemplos de cuádricas usando Maple.

Unidad 2: Funciones Reales de Varias Variables Reales

Estrategias de evaluación:

- ◆ 1 prueba corta en donde se evalúen algunos de los conceptos enseñados en esta unidad. La nota de éste se sumará con las de las otras pruebas cortas realizadas durante el desarrollo del curso.

Recursos:

- ◆ Pizarrón, tiza y marcadores.

- ◆ Libros:

1. Larson, Hostetler, Edwards. Cálculo, Vol. 2. 6^a Ed. Mc Graw-Hill. México, 2000.
2. Marsden, J.; Tromba, A. Cálculo Vectorial. 4ta Ed. Prentice Hall. México, 1998.
3. Purcell, E.; Varberg, D., Cálculo. 8va Ed. Prentice Hall. México, 2001.

- ◆ Laboratorio de Computación con equipos que tengan instalado Maple o cualquier otro graficador.

Cronología:

Tres clases (1 1/2 semanas).

Unidad 3: Comportamiento local de una función en un punto de $\mathbb{R}^2$

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
3.1 Punto interior, frontera y punto de acumulación de un subconjunto de $\mathbb{R}^2$.	(1) Definir bola abierta en $\mathbb{R}^2$. (2) Definir punto interior de un conjunto. (3) Definir conjunto abierto. (4) Definir punto de frontera. (5) Definir punto de acumulación.	(a) Utilizar ejemplos geométricos para que puedan entender las definiciones de bola abierta, punto interior, conjunto abierto, punto de frontera y punto de acumulación. (b) Mostrar que las bolas abiertas van a depender de cual sea la métrica que se está considerando e iniciarlos intuitivamente en el hecho de que todas las normas en $\mathbb{R}^2$ son equivalentes. Dar ejemplos de otras normas, tales como $\ u\ _1 = \max\{ u_1 , u_2 \}$ y $\ u\ _2 = u_1 + u_2 $, y mostrar geoméricamente cuales son las bolas abiertas que generan.
3.2 Concepto de límite finito, límite iterados y direccionales.	(1) Definir límite en términos de conjuntos abiertos y en términos de $\varepsilon - \delta$. (2) Interpretar geoméricamente la definición de límite para funciones de $\mathbb{R}^2$ a $\mathbb{R}$.	(a) Mostrar que la definición de límite es independiente de la trayectoria de aproximación al punto (x_0, y_0) donde se está estudiando el comportamiento local. Enfatizar el hecho de que si existen dos trayectorias diferentes que pasan por el punto (x_0, y_0) que conducen a resultados distintos, entonces el límite no existe, es decir, si el límite existe es único . (b) Resaltar que la función no necesariamente está definida en (x_0, y_0) y que esta definición de límite se puede generalizar para más dimensiones.
3.3 Cálculo de límites y sus reglas.	(1) Calcular límites usando la definición y haciendo uso de las propiedades de límites. (2) Determinar si un límite dado existe o no.	(a) Resolver ejercicios de cálculo de límite por definición y también haciendo uso de las propiedades de límites.

Unidad 3: Comportamiento local de una función en un punto de $\mathbb{R}^2$

Estrategias de evaluación:

- ◆ 1 prueba corta en donde se evalúe calcular límites por definición. La nota de éste se sumará con las de las otras pruebas cortas realizadas durante el desarrollo del curso.

Recursos:

- ◆ Pizarrón, tiza y marcadores.
- ◆ Libros:

1. Marsden, J.; Tromba, A. Cálculo Vectorial. 4ta Ed. Prentice Hall. México, 1998.
2. Purcell, E.; Varberg, D., Cálculo. 8va Ed. Prentice Hall. México, 2001.

Cronología:

Dos clases (1 semana).

Unidad 4: Continuidad

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
4.1 El concepto de continuidad de una función de dos variables reales en un punto de $\mathbb{R}^2$. Continuidad en subconjuntos de $\mathbb{R}^2$.	(1) Definir continuidad de una función de dos variables reales en un punto de $\mathbb{R}^2$. (2) Definir continuidad de una función de dos variables reales en subconjuntos de $\mathbb{R}^2$. (3) Interpretar geoméricamente la continuidad de una función de dos variables reales en un punto de $\mathbb{R}^2$. (4) Determinar el dominio de continuidad de una función de dos variables reales. (5) Identificar si una función es continua o no en un punto.	(a) Se recomienda hacer ejemplos para determinar el dominio de continuidad de una función real de dos variables reales y trabajar ejercicios con funciones definidas por parte para que el estudiante distinga la diferencia entre <i>dominio</i> de la función y <i>dominio de continuidad</i> de la función.
4.2 Álgebra y composición de funciones continuas.	(1) Enunciar y aplicar las propiedades de las funciones continuas: suma, producto, cociente y composición. (2) Dar ejemplos de funciones continuas haciendo uso de las propiedades de las funciones continuas.	(a) Se recomienda hacer varios ejercicios para poner en práctica el álgebra y composición de funciones continuas.
4.3 Continuidad de las funciones elementales y tipos de discontinuidades.	(1) Distinguir el tipo de discontinuidad de una función, si es evitable o esencial.	(a) Se recomienda trabajar ejercicios con funciones definidas por parte para que el estudiante distinga la diferencia entre <i>discontinuidad evitable</i> y <i>discontinuidad esencial</i> .

Unidad 4: Continuidad

Estrategias de evaluación:

- ◆ 1 prueba escrita de desarrollo donde se evalúen los Temas 2, 3 y 4, esta prueba vale 20 % de la nota definitiva del curso.
- ◆ 2 tareas, las cuales consisten en: una biografía de algún matemático relacionado con el Tema 2, 3 ó 4 y un (o varios) ejercicio(s) relacionado(s) con el Tema 2, 3 ó 4 que requiera más tiempo, ingenio y concentración para resolverlo, y que sirva para afianzar los conceptos dados en clases, preferiblemente algún ejercicio donde deba demostrar algún enunciado.

Recursos:

- ◆ Pizarrón, tiza y marcadores.
- ◆ Libros:
 1. Marsden, J.; Tromba, A. Cálculo Vectorial. 4ta Ed. Prentice Hall. México, 1998.
 2. Purcell, E.; Varberg, D., Cálculo. 8va Ed. Prentice Hall. México, 2001.

Cronología:

Dos clases (1 semana).

Unidad 5: Diferenciabilidad de funciones de varias variables reales

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
<p>5.1 Concepto de Derivada Parcial: definición e interpretación geométrica. Cálculo de derivadas parciales.</p>	<ol style="list-style-type: none"> (1) Definir derivada parcial para funciones reales de dos variables. (2) Generalizar el concepto de derivada parcial para funciones reales de tres o más variables. (3) Interpretar geométrica y físicamente a la derivada parcial. (4) Calcular derivadas parciales de funciones reales de varias variables reales. 	<ol style="list-style-type: none"> (a) Se recomienda que para explicar el concepto de derivada parcial se debe considerar siempre constantes a las variables distintas a la cual se esta derivando y usar las reglas de derivación de funciones de una variable. (b) Para dar la interpretación geométrica usar simultáneamente un dibujo que indique el proceso que se está explicando. En la interpretación física, como estas siempre representan razones de cambio, pueden representar velocidad u otras cantidades físicas, resaltando que estos cambios se producen en planos paralelos a los planos coordenados XZ ó YZ si la función es de dos variables.
<p>5.2 Derivadas parciales de orden superior. Teorema de Schwarz (sobre la igualdad de las parciales mixtas).</p>	<ol style="list-style-type: none"> (1) Calcular derivadas parciales de orden superior a funciones reales de dos variables. (2) Generalizar el concepto de derivadas parciales de orden superior para funciones reales de tres o más variables. (3) Usar el teorema de Schwarz. 	<ol style="list-style-type: none"> (a) Se recomienda explicar el concepto de derivada parcial de orden superior para funciones de dos variables y luego hacer la generalización para funciones de tres o más variables.

Unidad 5: Diferenciabilidad de funciones de varias variables reales

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
<p>5.3 Diferenciabilidad. Condición necesaria de diferenciabilidad. Relaciones entre continuidad y diferenciabilidad. La diferencial. Aplicación al cálculo aproximado. Relación entre diferencial y derivadas parciales.</p>	<ol style="list-style-type: none"> (1) Definir diferenciabilidad de una función real de varias variables reales. (2) Detectar la condición necesaria de diferenciabilidad. (3) Indicar la condición suficiente de diferenciabilidad. (4) Relacionar diferenciabilidad con gradiente. (5) Enunciar y aplicar las propiedades del gradiente. (6) Calcular el gradiente de una función real de varias variables. (7) Escribir la ecuación del plano tangente a una superficie en un determinado punto haciendo uso del gradiente. (8) Relacionar la diferenciabilidad con la continuidad de una función de varias variables. 	<ol style="list-style-type: none"> (a) Se recomienda dar una motivación tanto geométrica como conceptual antes de dar la definición formal de diferenciabilidad, haciendo uso del concepto de derivada para funciones de una variable. (b) Dar la definición de diferenciabilidad para funciones reales de dos variables reales para que se pueda dar una interpretación geométrica y así introducir el concepto de gradiente y plano tangente a una superficie. (c) Se recomienda dar ejemplos de funciones donde se observe que son continuas pero no diferenciables, así se resalta el hecho de que diferenciabilidad implica continuidad pero el recíproco no es cierto.
<p>5.4 Derivadas direccionales y su relación con el gradiente. Teorema del valor medio para funciones de varias variables. Curvas de nivel y gradiente.</p>	<ol style="list-style-type: none"> (1) Definir derivada direccional de una función de varias variables en un punto fijo en la dirección dada. (2) Interpretar geoméricamente la derivada direccional. (3) Usar la derivada direccional para estudiar la razón de cambio de una función en cualquier dirección arbitraria. (4) Calcular la derivada direccional haciendo uso del gradiente. (5) Utilizar la derivada direccional para determinar la razón y dirección de máximo cambio de una función. (6) Enunciar y aplicar el teorema del valor medio para funciones de varias variables. (7) Dar un criterio de perpendicularidad entre el gradiente y las curvas de nivel. 	<ol style="list-style-type: none"> (a) Se recomienda asociar la definición de derivada direccional con la de derivadas parciales. (b) Mostrar como se puede calcular la derivada direccional haciendo uso del gradiente y del producto escalar. (c) Deducir cual es la dirección (y la razón) de más rápido crecimiento y decrecimiento de una función usando la derivada direccional. (d) Se recomienda usar el hecho de que $D_u f(P_0) = 0$, donde u es un vector unitario tangente a la curva de nivel de f que pasa por P_0, para deducir que el gradiente de f en P_0 es perpendicular a la curva de nivel de f que pasa por P_0.

Unidad 5: Diferenciabilidad de funciones de varias variables reales

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
5.5 Regla de la Cadena.	(1) Enunciar y aplicar la regla de la cadena para funciones de varias variables.	(a) Se recomienda dar una introducción usando la regla de la cadena para funciones de una variable y usarlo para introducir la regla para funciones de varias variables. (b) Separar la regla de la cadena en dos casos, uno para funciones del tipo $z = f(x(t), y(t))$ y otro para funciones del tipo $z = f(x(s, t), y(s, t))$. (c) Dar ejemplos de aplicación que justifiquen el uso de la regla, tal como: Supongamos que se calienta un cilindro circular recto sólido cuyo radio aumenta a razón de $0,2\text{cm} \times h$ y su altura $0,5\text{cm} \times h$. Encuentre la razón de aumento del área con respecto al tiempo, cuando el radio mide 10cm y la altura 100cm.
5.6 Derivación de funciones implícitas de una y dos variables. Sistema de dos funciones implícitas. Jacobianos.	(1) Derivar funciones dadas de manera implícita. (2) Calcular la matriz jacobiana de funciones del tipo $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$. (3) Calcular el jacobiano a funciones del tipo $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$. (4) Calcular las derivadas parciales a funciones definidas de manera implícita por un sistema de ecuaciones. (5) Determinar las ecuaciones de los planos tangentes a las superficies generadas por las funciones implícitas.	(a) Se recomienda deducir las fórmulas para calcular las derivadas parciales a funciones dadas de manera implícita por un sistema de ecuaciones, usando la regla de Cramer. (b) Se recomienda hacer una prueba corta para evaluar este subtema, ya que los ejercicios pueden resultar muy largos y trabajosos como para evaluarlos en una prueba global del tema.
5.7 Superficies en $\mathbb{R}^2$. Gradientes. Plano Tangente a una superficie en un punto. Recta Normal. Diferenciales y aproximación.	(1) Definir plano tangente a superficies determinadas por $F(x, y, z) = c$, con F diferenciable en P y $\nabla F(P) \neq 0$. (2) Determinar la ecuación del plano tangente y de la recta normal dada la ecuación de la superficie y el punto. (3) Definir la diferencial total de una función de dos variables. (4) Usar la diferencial total para el cálculo aproximado.	(a) Se recomienda usar la definición de plano, con producto escalar, para deducir la ecuación del plano tangente. (b) Se recomienda dar la interpretación geométrica de la importancia del diferencial total y su uso para el cálculo aproximado.

Unidad 5: Diferenciabilidad de funciones de varias variables reales

Estrategias de evaluación:

- ◆ 1 prueba corta en donde se evalúe el subtema 5.6. La nota de éste se sumará con las de las otras pruebas cortas realizadas durante el desarrollo del curso.

Recursos:

- ◆ Pizarrón, tiza y marcadores.

◆ Libros:

1. Marsden, J.; Tromba, A. Cálculo Vectorial. 4ta Ed. Prentice Hall. México, 1998.
2. Pita Ruiz, C. Cálculo Vectorial. 1ra Ed. Pearson Hall. México, 1995.
3. Purcell, E.; Varberg, D. Cálculo. 8va Ed. Prentice Hall. México, 2001.

Cronología:

Cinco clases (2 1/2 semanas).

Unidad 6: Aplicaciones del Cálculo Diferencial

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
6.1 Extremos locales o relativos de funciones de dos variables. Puntos estacionarios y clasificación de los puntos estacionarios. El Hessiano.	(1) Definir valor máximo y mínimo global de una función real de varias variables. (2) Definir valor máximo y mínimo local de una función real de varias variables. (3) Clasificar e identificar los tipos de puntos críticos: puntos de frontera, puntos de equilibrio y puntos singulares. (4) Recordar la condición necesaria de existencia de punto crítico. (5) Definir punto de silla. (6) Enunciar y aplicar el criterio de las segundas derivadas parciales para funciones de dos y tres variables.	(a) Se recomienda resaltar el hecho de que $\nabla f(P) = 0$ no garantiza que exista un extremo local en P . Ejemplo: Determine los valores máximos y mínimos locales de $f(x, y) = \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2}$. (b) Se recomienda dar el criterio de las segundas derivadas parciales para funciones de dos variables y luego el caso para tres variables.
6.2 Extremos relativos condicionados. Multiplicadores de Lagrange.	(1) Resolver problemas de extremos relativos condicionados usando el método de multiplicadores de Lagrange.	(a) Se recomienda dar una motivación de para qué se utiliza el método de los multiplicadores de Lagrange y dar una interpretación geométrica del método para justificarlo. (b) Se recomienda usar una función auxiliar $F(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda g(x, y)$ donde se involucre a la función f a la cual se le quiere calcular los valores extremos y la restricción $g(x, y) = 0$ a la cual está sujeto el problema. Así, se transforma el problema en calcular los puntos críticos de F de la manera usada en el subtema 6.1.

Unidad 6: Aplicaciones del Cálculo Diferencial

Estrategias de evaluación:

- ◆ 1 prueba escrita de desarrollo donde se evalúen los Temas 5 y 6, esta prueba vale 20 % de la nota definitiva del curso.
- ◆ 2 tareas, las cuales consisten en: una biografía de algún matemático relacionado con el Tema 5 y\ ó 6 y un (o varios) ejercicio(s) relacionado(s) con el Tema 5 y\ ó 6 que requiera más tiempo, ingenio y concentración para resolverlo, y que sirva para afianzar los conceptos dados en clases, preferiblemente algún ejercicio donde deba demostrar algún enunciado.

Recursos:

- ◆ Pizarrón, tiza y marcadores.
- ◆ Libros:
 1. Marsden, J.; Tromba, A. Cálculo Vectorial. 4ta Ed. Prentice Hall. México, 1998.
 2. Purcell, E.; Varberg, D., Cálculo. 8va Ed. Prentice Hall. México, 2001.

Cronología:

Tres clases (1 1/2 semanas).

Unidad 7: Series de números reales

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
7.1 Sucesiones de números reales: monótonas, de Cauchy, límites, principio del sandwich.	(1) Definir sucesión y subsucesión. (2) Definir sucesión acotada superiormente, acotada inferiormente y acotada. (3) Definir sucesión creciente, decreciente, no decreciente y no creciente. (4) Definir sucesión de Cauchy. (5) Definir límite de una sucesión, sucesión convergente y divergente. (6) Enunciar criterios suficientes de convergencia de sucesiones. (7) Enunciar y aplicar el principio del sandwich. (8) Enunciar algunos resultados importantes de sucesiones. (9) Operar algebraicamente con sucesiones convergentes.	(a) Este tema se presta para introducir a los estudiantes en pruebas de teoremas. Se recomienda probar los siguientes resultados: <ol style="list-style-type: none"> 1. Toda sucesión convergente es acotada. 2. Toda sucesión monótona y acotada es convergente. 3. Una sucesión de números reales es convergente si y sólo si es de Cauchy. (b) Se recomienda preparar una guía teórica con ejemplos importantes de sucesiones: sucesión de potencias, sucesión de las sumas parciales de la serie geométrica, sucesión de las sumas parciales de la serie $\frac{1}{n!}$ y la del número e.
7.2 Series de números reales, convergencia de series y propiedades.	(1) Definir serie de números reales. (2) Definir serie convergente y divergente. (3) Identificar una serie geométrica y una serie telescópica, y calcular su suma. (4) Operar algebraicamente con series convergentes. (5) Enunciar y aplicar el criterio para la divergencia (condición necesaria de convergencia).	(a) Se recomienda dar el ejemplo de la serie armónica, para resaltar el hecho de que si el límite del término general de una serie es cero, la serie no necesariamente converge.

Unidad 7: Series de números reales

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
7.3 Criterios de convergencia de series de términos positivos: pruebas de comparación, criterios de la raíz y el cociente, criterio de Raabe, criterio de la integral.	(1) Enunciar y aplicar los criterios de convergencia de series de términos positivos: prueba de comparación, prueba de comparación de límites, criterios de la integral, de Cauchy, del cociente(D'Alembert), de la raíz(Cauchy), de Raabe.	(a) Se recomienda dar ejemplos donde se utilicen los criterios que están siendo enunciados de manera simultánea.
7.4 Criterios de convergencia para series alternadas. Convergencia absoluta y condicional.	(1) Definir serie absolutamente convergente y condicionalmente convergente. (2) Definir serie alternada. (3) Enunciar y aplicar los criterios de convergencia para series alternadas: criterios de Leibniz, de Abel y de Dirichlet.	(a) Se recomienda dar el ejemplo de la serie armónica alternada para mostrar una serie que es condicionalmente convergente.
7.5 Series de potencias. Radio de convergencia, intervalo de convergencia. Operaciones sobre series de potencias.	(1) Identificar una serie de potencias. (2) Definir conjunto de convergencia de una serie de potencias. (3) Caracterizar el conjunto de convergencia de una serie de potencias como un punto, un intervalo o todo $\mathbb{R}$. (4) Determinar el radio de convergencia de una serie de potencias. (5) Operar con series de potencias: integración y derivación. (6) Determinar la representación en serie de potencias de ciertas funciones a partir de otras series de potencias.	(a) Se recomienda comenzar el tema con series del tipo $\sum a_n x^n$ y hacer la analogía para series del tipo $\sum a_n (x - a)^n$. (b) También se recomienda dar ejemplos donde se calculen radios de convergencia de series de potencias donde se observe que el intervalo de convergencia puede ser un punto, un intervalo o $\mathbb{R}$. (c) Se recomienda obtener nuevas series a partir de otras series de potencias usando la derivación e integración.

Unidad 7: Series de números reales

Temas	Objetivos específicos	Estrategias metodológicas
7.6 Serie de Taylor de una función y propiedades. Serie binomial.	(1) Calcular la serie de Taylor de una función. (2) Determinar la serie de Maclaurin de una función. (3) Escribir la serie binomial. (4) Usar la serie binomial para representar funciones de la forma $(1 + x)^p$, con $p \in \mathbb{R}$, en una serie de Maclaurin en el intervalo de convergencia. (5) Usar el desarrollo en serie de Taylor para el cálculo aproximado.	(a) Se recomienda asumir la existencia de la representación en serie de potencias de una función cualquiera para deducir como va a ser el término general y así se obtiene la unicidad de la representación. (b) Se recomienda hacer ejercicios donde se calcule la serie de Taylor o Maclaurin de alguna función y probar que efectivamente representa a dicha función. (c) Para la serie binomial, se recomienda desarrollar $\binom{p}{k}$, para que pueda ser usada para todo $p \in \mathbb{R}$ y $k \in \mathbb{N}$.

Unidad 7: Series de números reales

Estrategias de evaluación:

- ◆ 1 prueba corta. La nota de éste se sumará con las de las otras pruebas cortas realizadas durante el desarrollo del curso.
- ◆ 1 prueba escrita de desarrollo donde se evalúe todo el Tema 7, esta prueba vale 20 % de la nota definitiva del curso.
- ◆ 2 tareas, las cuales consisten en: una biografía de algún matemático relacionado con el Tema 7 y/ó un(os) ejercicio(s) específico(s) que requiera(n) más tiempo, ingenio y concentración para resolverlo(s), y que sirva para afianzar los conceptos dados en clases, preferiblemente algún ejercicio donde deba demostrar algún enunciado.

Recursos:

- ◆ Pizarrón, tiza y marcadores.
- ◆ Libros:
 1. Salas, S; Hill, E. Calculus de una y varias variables. 2da Ed. Editorial reverté, S.A. Caracas, 1984.
 2. Purcell, E.; Varberg, D., Cálculo. 8va Ed. Prentice Hall. México, 2001.
- ◆ Guía con ejemplos de sucesiones importantes que serán de ayuda para el desarrollo del tema.

Cronología:

Siete clases (3 1/2 semanas).