

TAREA I

- 1) El principio de Fermat establece que la propagación de la luz entre dos puntos dados en un medio sigue la trayectoria de mínimo tiempo. Determine la trayectoria de un rayo de luz dentro de un disco cristalino de radio a , grosor despreciable, y cuyo índice de refracción n varía radialmente como
 - a) $n(r) = a/r$.
 - b) $n(r) = a/r^2$.
 - c) Encuentre $n(r)$ tal que un rayo de luz dentro de este disco describa una trayectoria circular.

- 2) Calcule la trayectoria que da la distancia más corta entre dos puntos sobre un cono invertido, con ángulo de vértice α . Use coordenadas cilíndricas.

- 3) Una partícula de masa m se desliza sin fricción en un aro sin masa de radio a , el cual rota con velocidad angular constante ω alrededor de su diámetro horizontal.
 - a) Encuentre la ecuación de movimiento de la partícula.
 - b) Indique si hay cantidades conservadas.

- 4) Una partícula de masa m y carga q está sujeta a un potencial electromagnético dado por $\phi = 0$ y $\mathbf{A} = \frac{1}{2}\mathbf{B} \times \mathbf{r}$, donde \mathbf{B} es un campo magnético uniforme y constante.
 - a) Encuentre las ecuaciones de movimiento de la partícula en coordenadas cilíndricas.
 - b) Encuentre las cantidades conservadas.

- 5) Una partícula de masa m y carga q se mueve sin fricción dentro de un cascarón esférico de radio R . Otra carga q se encuentra fija en el punto más bajo de la esfera.
 - a) Encuentre las ecuaciones de movimiento de la primera carga.
 - b) Identifique las cantidades conservadas.
 - c) Encuentre la posición de equilibrio de la primera carga.

Tarea II

1) Se observa que un cometa está a 10^8 km del Sol y se mueve con una velocidad de 50.9 km/s que forma un ángulo de 45° con el radio vector dirigido desde el Sol.

- Determine los parámetros de la órbita del cometa.
- Calcule el ángulo al cual fue observado el cometa.
- Calcule el período del cometa.

2) Una partícula de masa m se mueve bajo la fuerza central de Yukawa,

$$f(r) = -\frac{k}{r^2} e^{(-r/a)},$$

donde $k > 0$ y $a > 0$ son constantes.

- Encuentre la condición para que una órbita circular de radio r_o sea estable.
- Determine el período de pequeñas oscilaciones radiales alrededor de esta órbita circular.
- Encuentre el ángulo de precesión del perihelio en este caso.

3) El vehículo espacial *Mariner 4* fue diseñado para viajar de la Tierra a Marte en una órbita elíptica alrededor del sol, con perihelio igual al radio de la órbita terrestre, $R_T = 1\text{UA}$, y afelio igual al radio de la órbita de Marte, $R_M = 1.5\text{UA}$. Ambas órbitas pueden considerarse aproximadamente circulares. Desprecie los efectos gravitacionales de ambos planetas sobre *Mariner 4*.

- ¿Cuántos meses tardó el vehículo en llegar a Marte?
- Calcule la velocidad relativa a la Tierra y su dirección con la cual debió ser lanzado el *Mariner 4*.

4) Una partícula se mueve en una órbita dada por $r = ke^{-\alpha\theta}$, donde k y α son constantes.

- Encuentre la fuerza que causa esta órbita.
- Si la partícula se encuentra inicialmente a una distancia R del centro de atracción, calcule el tiempo que tarda en caer al centro.
- ¿Cuántas revoluciones completa la partícula hasta alcanzar el centro?

5) Considere un sistema formado por 3 partículas de masa m cada una, las cuales se mueven sin fricción sobre una circunferencia de radio R , conectadas entre sí por resortes idénticos de constante k a lo largo de la circunferencia.

- Encuentre las frecuencias para pequeñas oscilaciones de este sistema.
- Encuentre y dibuje esquemáticamente la configuración de los modos normales correspondientes a esta frecuencias.