



Universidad de Los Andes
Centro de Física Fundamental
Area de Caos y Sistemas Complejos

**Efecto de la localidad en el
surgimiento de la cooperación**

Trabajo de grado presentado ante la ilustre
Universidad de Los Andes
como requisito parcial para optar al Título de:
Licenciada en Física

Presentado por:
Br. Adriana C. Torres H.

Tutor:
Dr. Kay Tucci

Mérida, Septiembre de 2010

*Un buen amigo que señale los errores
y las imperfecciones y reprende el mal
ha de ser respetado como si revelara
un secreto de un tesoro escondido.*

Buddha

Agradecimientos

A mi madre *Yolanda*, de quién he recibido todo. Su amor, su ejemplo, su fuerza, su constancia, su protección, su ayuda me han hecho la mujer que hoy soy, eres mi guía luminosa en este difícil pero gratificante camino desconocido al que llamo vida.

A la magna casa de estudios de la *Universidad de Los Andes*, poseedora de una de las facultades de Ciencias con el personal docente mejor preparado del país, que me brindaron la educación y la preparación para alcanzar mi título.

Al profesor *Kay Tucci*, tutor que siempre tuvo la disposición incondicional de apoyarme, ayudarme y darme ánimo en momentos difíciles, y sobre todo por ser tan buen y humilde servidor de su amplio conocimiento.

Al grupo de caóticos del cual me siento honrada de formar parte, por su constante incentivo a la investigación, por una generosidad colectiva hacia el conocimiento, por exponer semanalmente seminarios enriquecedores a nuestra comunidad científica dando el ejemplo de cómo debe trabajar un grupo de investigación proactivo. Es mi deseo mencionar los nombres de las personas de las que he recibido mayor impacto e influencia de este grupo: *Mario Cosenza, Kay Tucci, Antonio Parravano, Mayerlyn Uzcátegui, Jose Luis Herrera, Miguel Angel Escalona, Leonardo Molina, Diego Ortíz, Jorge Moreno, Victor Márquez y Andrea Valdez.*

A *Maikel* y mi *Sol*, por ustedes, los amo.

A *Roberto Rouse* por ayudarme siempre en momentos críticos, gracias por brindarme tu amistad incondicional.

A todas las personas que han creído en mí siempre y que me siguen dando ánimo día tras día, Gracias.

Resumen

En este trabajo se investiga el efecto que produce la localidad de las interacciones en el surgimiento, mantenimiento y evolución de la cooperación como comportamiento emergente en sistemas complejos. El modelo implementado, usando la plataforma de simulación ISyS, se simula sobre dos topologías de red distintas: acoplamiento local mas global y redes de pequeño mundo; que permiten, mediante la variación de un parámetro, modificar el grado de localidad de las interacciones entre elementos. Cada celda del arreglo puede ser ocupada por un individuo con estrategia altruista o egoísta, que interactua con sus vecinos jugando un paso del Dilema del Prisionero que aumenta o disminuye su probabilidad de reproducción según su estrategia y la disponibilidad de espacio, de esta forma, se reproducen asexualmente creando nueva descendencia. Para ambos tipos de redes se calcula la fracción de individuos altruistas al variar la benevolencia del entorno b y el parámetro de conexiones de largo alcance p . Se obtienen los diagramas de fase en el espacio de parámetros (b, p) en los que se observa una transición de orden superior entre una fase cooperativa, donde la fracción de altruistas es grande, y una fase egoísta, donde esta fracción cae significativamente. Los diagramas de fase para los dos tipos de redes son similares lo que hace pensar que la dinámica no discrimina entre una red parcialmente desordenada y estática, como lo es la de pequeño mundo, y una red también parcialmente desordenada pero dinámica, como lo es la de acoplamiento local mas global.

Índice general

Agradecimiento	I
Resumen	III
Introducción	1
1. Cooperación y Altruismo	5
1.1. Modelo sobre Cooperación de Axelrod	7
1.1.1. Dilema del Prisionero	9
1.1.2. Dinámica de Interacción en el Modelo de Hammond y Axelrod	11
1.2. Resultados del modelo de Hammond y Axelrod	14
1.3. Redes	18
1.3.1. Redes de acoplamiento Local mas Global	19
1.3.2. Redes de Pequeño Mundo	20
2. Efecto de la localidad en el surgimiento de la cooperación	24
2.1. Redes con acoplamiento local mas global	26
2.2. Redes de pequeño mundo	31
Conclusiones	38
Bibliografía	40

*“There is no logical way to the discovery
of these elemental laws.
There is only the way of intuition,
which is helped by a feeling for the order lying
behind the appearance.”*

Albert Einstein

Introducción

Cuando observamos nuestro entorno, podemos encontrar una infinidad de sistemas que dan lugar a la aparición de estructuras, formas y patrones; que dentro de sus irregularidades suelen maravillarnos por su gracia, simetría y funcionalidad, tal es el caso de las galaxias, constelaciones, cambios atmosféricos, flujos turbulentos, organización de seres vivientes, grupos sociales, el cerebro humano, entre otros.

Un sistema es un conjunto de unidades recíprocamente relacionadas que forman un todo unitario. Posee dos aspectos fundamentales: primero, que existe una influencia mutua entre sus elementos componentes, es decir, que el cambio experimentado en uno de ellos repercute y afecta inevitablemente al resto; y segundo, los elementos, como también las relaciones, definen una distribución que trata siempre de alcanzar un objetivo, con o sin intención. En otras palabras, para que el comportamiento de un sistema esté adecuadamente descrito, se debe detallar tanto la estructura como la función del sistema, dos enfoques complementarios de una misma realidad.

Un sistema es algo más que la simple suma de sus elementos constitutivos. Por un lado, emergen propiedades nuevas que no pueden atribuirse a ninguno de sus elementos constituyentes; y por otra parte, se reprimen o inhiben algunas de sus propiedades intrínsecas. Los cardúmenes, los enjambres y las manadas se comportan en conjunto de manera distinta a como lo hacen sus individuos componentes. Una neurona por sí misma no posee ningún tipo de inteligencia, pero miles de millones de

ellas interactuando entre sí pueden originar una mente, algo totalmente diferente. Este comportamiento surge únicamente cuando el sistema se considera como un todo, como algo global y colectivo.

Existe un grupo de sistemas a los que se denominan complejos que se caracterizan fundamentalmente porque su comportamiento está entre lo previsible y lo imprevisible. Sin embargo, complejidad no es sinónimo de complicación: en realidad, no existe una definición precisa y absolutamente aceptada de lo que es un sistema complejo, pero pueden darse algunas peculiaridades comunes. En primer término, está compuesto por una gran cantidad de elementos relativamente simples. Por ejemplo, las células en un organismo, o las personas en una sociedad. En segundo lugar, hay interacción entre sus elementos que origina un comportamiento emergente que no puede explicarse a partir de dichos elementos tomados aisladamente. Por último, es muy difícil predecir su evolución dinámica futura; o sea, es prácticamente imposible vaticinar lo que ocurrirá más allá de un cierto horizonte temporal.

En la naturaleza se pueden encontrar una gran cantidad de ejemplos de sistemas complejos que se extienden desde la física hasta la neurología, desde la economía hasta la biología molecular, desde la sociología hasta las matemáticas. Esta clase de sistemas no constituyen casos raros ni excepcionales sino que representan una fracción importante de los sistemas en general. Sin embargo, y a pesar de su gran diversidad y abundancia, se pueden identificar conductas dinámicas genéricas, sin importar su naturaleza (física, química, biológica o social); entre ellas, las leyes de crecimiento, la autorganización y los procesos colectivos emergentes. Como ejemplos de sistemas complejos se pueden mencionar: una célula, un cerebro, una computadora, un ecosistema o la economía.

Muchos de los sistemas complejos son inestables, se mantienen delicadamente equilibrados. Cualquier variación mínima entre sus elementos componentes puede modificar de forma imprevisible las interrelaciones y, por lo tanto, el comportamiento de todo el sistema. Así, la evolución de esta clase de sistemas se caracteriza por la fluctuación, aquella situación en la que el orden y el desorden se alternan constantemente. Sus estados evolutivos no transcurren a través de procesos continuos y graduales, sino que suceden por medio de reorganizaciones y saltos.

Actualmente, el estudio de los sistemas complejos es un problema de frontera que atrae investigadores de diversas disciplinas, estableciendo un nuevo enfoque en

la búsqueda de conceptos para la descripción de la naturaleza según la tradición unificadora de la Física en la búsqueda de principios y propiedades universales para la explicación de los fenómenos naturales, que permite abordar el estudio de áreas que aparentemente no tenían relación, abriendo nuevas áreas de conocimiento tal como es el caso de la Sociofísica. La Sociofísica consiste en el estudio de la dinámica y de las propiedades de sistemas sociales vistos como sistemas complejos.

Este trabajo de tesis se desarrolla en el enfoque de la concepción interdisciplinaria de la Física, más concretamente, la investigación se basa en el estudio sociofísico de la emergencia de comportamientos en un modelo de interacción dinámica en sistemas sociales.

El objetivo principal es estudiar el efecto de la localidad de las interacciones en la emergencia, mantenimiento y evolución del comportamiento cooperativo en un sistema compuesto por individuos con distintas características observables.

Nuestro trabajo es una extensión del modelo sobre la evolución de la cooperación propuesto por el matemático Ross Hammond y el sociólogo Robert Axelrod [1], en el que se introducen variaciones en la estructura del modelo. Nuestro modelo fue simulado usando la plataforma de simulación ISyS. Los resultados obtenidos nos permitieron asentar analogías entre nuestro modelo de dinámica social y sistemas termodinámicos, debido al hecho que se exhiben comportamientos de transición de fase.

Este manuscrito está estructurado de la siguiente manera:

En el capítulo 1 se describe el problema sobre el cual nos basamos para nuestro estudio. Se explica el modelo de evolución de la cooperación propuesto por R. Hammond y R. Axelrod [1], haciendo el análisis detallado de la dinámica y estableciendo una formulación matemática apropiada. Luego se muestran los resultados de su modelo. Por último, se describen los tipos de redes, de acoplamiento local mas global y de pequeño mundo, que seran usados en nuestro modelo sobre el problema de cooperación. Estas redes se caracterizan por la introducción de un parámetro que rige sobre la topología de conectividad de las mismas.

Nuestro trabajo se concreta en el capítulo 2. En él se realiza un estudio del modelo de la evolución de la cooperación de Hammond y Axelrod, sobre las dos estructuras de redes que propusimos. Observando el rol que juega el parámetro de la topología de conectividad y el cambio sobre la benevolencia del entorno para obtener recursos

en el surgimiento y el mantenimiento del comportamiento cooperativo. Pudimos verificar la ocurrencia de transiciones de fase de orden superior en el modelo.

Finalmente se presentan las conclusiones que derivan de este trabajo.

*In the long history of humankind
(and animal kind, too)
those who learned to collaborate
and improvise most effectively
have prevailed.*

Charles Darwin

Capítulo 1

Cooperación y Altruismo

Según la teoría de la selección de las especies aquellos individuos de una población que posean los caracteres más ventajosos dejarán proporcionalmente más descendencia en la siguiente generación; y si tales caracteres se deben a diferencias genéticas, que pueden transmitirse a los descendientes, tenderá a cambiar la composición genética de la población, aumentando el número de individuos con dichos caracteres. De esta forma, la población completa de seres vivos se adapta a las circunstancias variables de su entorno. El resultado final es que los seres vivos tienden a perfeccionarse en relación con las circunstancias que los envuelven. En conclusión: la población cambia (evoluciona) hacia la figura del más fuerte; dando pie a una discusión acerca de cómo lo hacen, por qué lo hacen, y hacia dónde se dirige la evolución.

La teoría de la selección de las especies argumenta que la evolución de los seres vivos en la naturaleza se produce gracias a la competencia y la lucha entre los individuos. Este argumento responde al cómo y aparentemente el mismo argumento ilustra el porqué, ya que los seres vivos evolucionan porque no pueden dejar de hacerlo: los seres vivos pueden tener o no esta actitud de competencia, tal vez puedan

decidir si participar o no en estas luchas contra otros, pero en cualquier caso los que no luchan morirán o se reproducirán en menor grado, por lo que un comportamiento pacífico tendería a desaparecer. A partir de la premisa de la competitividad entre individuos, se puede pensar que la evolución, en función de favorecer este comportamiento, hace que los individuos se muestren menos propensos a crear relaciones de colaboración con los demás con el paso del tiempo.

Hoy en día, la selección de especies constituye un argumento fundamental para defender la competitividad propia del mundo occidental. A esto se le ha llamado darwinismo social, que hoy en día se lleva a la práctica en gran parte de una forma supuestamente civilizada a través de decisiones políticas o comerciales, como bloqueos económicos, en vez de con dientes y garras tal como hacen los animales. Las conclusiones que se pueden extraer de lo anterior para su aplicación en la vida real parecen muy peligrosas si se aplican al ser humano (¡sobre todo si estas premisas resultan ser falsas!) [2].

Ahora bien, existiendo tantísimos ejemplos de colaboración entre los individuos agrupados en manadas, familias, etc. se observa que no es tanta la lucha por la supervivencia de unos contra otros como la lucha por la supervivencia contra un entorno hostil, por ejemplo, en el caso de unas aves que en invierno y ante la escasez de alimentos deciden emigrar en grupo a otras tierras, en lugar de luchar entre ellas por un escaso alimento.

Entonces podemos decir que para que exista evolución es necesaria una selección (de los mejores), y para que exista dicha selección, los recursos deben ser escasos, no infinitos. De esta forma la cooperación entra como un factor adicional de evolución. La metáfora ‘los individuos compiten por ser seleccionados’ es válida, pero puede malinterpretarse, porque puede suponerse más de lo que se dice. Esta viene a ser otra vertiente de la dirección de la evolución respecto de la competencia del más apto, y nuestro punto de partida para el entendimiento de la cooperación.

En resumidas cuentas se obtiene que la cooperación se da más en situaciones de adversidad, mientras que la competencia en el caso de habitar en un entorno benévolo. Son dos caras de una misma moneda: un entorno ‘malvado’ genera ‘bondad’, y un entorno ‘bueno’ genera ‘maldad’ ¿Se tenderá por tanto a una distribución determinada de ‘buenos’ y ‘malvados’?, ¿o a unos individuos con cierta probabilidad de mostrarse como ‘buenos’ o como ‘malvados’?, en la naturaleza los animales viven

por lo general en entornos de gran adversidad, y por tanto la mejor opción es la colaboración y no la competencia. La gran mayoría de los seres vivos mueren de hambre, o a causa de cambios de temperatura, en muchísimos casos poco tiempo después de nacer, en una lucha contra el entorno, pero no contra otros de su misma especie.

En las células, en las plantas, en los animales, en la sociedad humana e incluso en los programas informáticos se encuentran comportamientos muy distintos con una infinidad de todo tipo de estrategias de cooperación, emergiendo de las interacciones entre individuos cuyos comportamientos a su vez podríamos definirlo como *egoísmo* o *altruismo*. Un comportamiento *altruista* es aquel que contribuya al bienestar ajeno a expensas del propio y uno *egoísta* es exactamente lo contrario. Cuando un individuo contribuye al éxito de otro y esto se repite para una gran cantidad de individuos entonces decimos que el sistema muestra un comportamiento cooperativo [3].

Este trabajo de tesis tiene como base las investigaciones realizadas sobre el problema de la cooperación [4, 5, 6], siendo este uno de los problemas aplicables a muchos fenómenos en el acontecer contemporáneo dentro de las ciencias sociales. Este capítulo hace una revisión del modelo propuesto por el sociólogo Robert Axelrod y Ross Hammond en su artículo [1] que aborda el problema sobre la emergencia y evolución de la cooperación mediante un modelo dinámico conceptualmente simple, de tipo autómatas celular, basado en agentes que interactúan entre sí y que permiten estudiar el mecanismo de emergencia de la cooperación en entornos de interacción variables.

1.1. Modelo sobre Cooperación de Axelrod

Axelrod comienza su libro sobre este tema haciendo la siguiente pregunta [8]:

¿Bajo qué condiciones emergerá la cooperación en un mundo de egoístas sin una autoridad central?

Axelrod estudia cómo actuarán individuos que buscan sus propios intereses, para luego hacer un análisis sobre qué efectos esto tendrá para el sistema como un todo. El objetivo de su investigación es descubrir los ingredientes necesarios para el surgimiento de la cooperación. Todo esto con la esperanza de que entendiendo las

condiciones que permiten su surgimiento, se puedan diseñar acciones apropiadas que pueden ser llevadas a cabo para nutrir el desarrollo de la cooperación en una situación específica.

La investigación está basada sobre individuos que persiguen sus intereses propios sin la ayuda de una autoridad central que los force a cooperar entre ellos. La razón por la que se supone el interés propio es porque permite una examinación del caso en el cual la cooperación no está basada en el interés genuino sobre los demás o sobre el bienestar del grupo como un todo. Por lo tanto, debe enfatizarse que esta suposición es realmente menos restrictiva de lo que aparenta. Por lo general los problemas aparecen cuando ese interés por lo propio de cada individuo conlleva a un resultado indeseado para todos. Para entender y representar las numerosas combinaciones que resultan de esta propiedad se cuenta con lo que en teoría de juegos se conoce como el *Dilema del Prisionero* que será explicado posteriormente en la sección 1.1.1.

La mera existencia de la cooperación en un sin número de sistemas sugiere que existe un conjunto mínimo de exigencias para su surgimiento. Encontrar a estas condiciones mínimas para la evolución de la cooperación viene a ser uno de los ejes de los mayores programas de investigación en esta área. En este sentido existen dos líneas principales de investigación:

- Una línea de trabajo usa estrategias que tienden a favorecer a aquellos individuos que tienen características de parientes cercanos. El aspecto más importante de esta estrategia es la selección de parentesco o *kin selection*[7]. Se ha observado que aún con estrategias que se basan sólo en estimaciones de parentesco, hasta una etiqueta (heredable, observable e inicialmente arbitraria) puede sustentar la evolución de la cooperación.
- La segunda línea de trabajo asume la interacción continua, entre individuos o líneas de descendencia. En relaciones recíprocas donde pares de individuos con interacciones continuas pueden mantener la evolución de la cooperación al hacer su comportamiento contingente como resultado de sus interacciones previas [8, 9]. La cooperación entre líneas de descendientes puede ser sustentada por la *viscosidad de población* facilitando la cooperación y creando correlaciones positivas de parentesco entre vecinos espacialmente cercanos.

Cualquier explicación para entender la evolución de la cooperación requiere benevolencia del entorno y capacidad individual. La benevolencia del entorno es determinada no sólo por la magnitud del costo que debe ser asumida al proveer algún beneficio a otro, sino también por el patrón de correlación de quienes interactúan. La capacidad de un individuo es medida en parte en cuán refinada es su habilidad para detectar y explotar información de su entorno social y físico.

La propuesta de Robert Axelrod y Ross Hammond [1], consiste en explorar el potencial para la evolución de las estrategias altruistas y el comportamiento cooperativo variando la benevolencia del entorno y la capacidad individual empleando un sistema de simulación en el cual se combinan las dos líneas de investigación ya expuestas. En el modelo los individuos cumplen una función de reproducción asexual basada en el grado de éxito del Dilema del Prisionero. Sus resultados muestran que un indicador de parentesco débil y posiblemente engañoso contribuye en la evolución de la tendencia de favorecer a los aparentemente similares, y para sorpresa, esta tendencia no se expande sin viscosidad.

1.1.1. Dilema del Prisionero

Viene a ser un ejemplo muy conocido de la aplicación de la teoría de juegos al estudio de fenómenos sociales [10]. A pesar de lo sencillo de su planteamiento, este dilema tiene implicaciones que resultan útiles para comprender la naturaleza de la cooperación. La enunciación clásica del dilema del prisionero que se muestra en la figura 1.1 es:

La policía acaba de arrestar a dos sospechosos de un crimen. No se han encontrado pruebas suficientes para condenarlos y, tras haberlos separado, un oficial de policía los visita y les ofrece el mismo trato. Si uno confiesa y su cómplice no, el cómplice será condenado a veinte años de prisión mientras que el delator será liberado. Por el contrario, si calla y el cómplice confiesa, el primero recibirá esa pena y el cómplice será quien salga libre. Pero si ambos confiesan el crimen, cada uno recibirá una condena menor, de sólo cinco años. Si ninguno confiesa, ante la falta de pruebas, no pasarán más de un año en la cárcel acusados de un cargo menor.

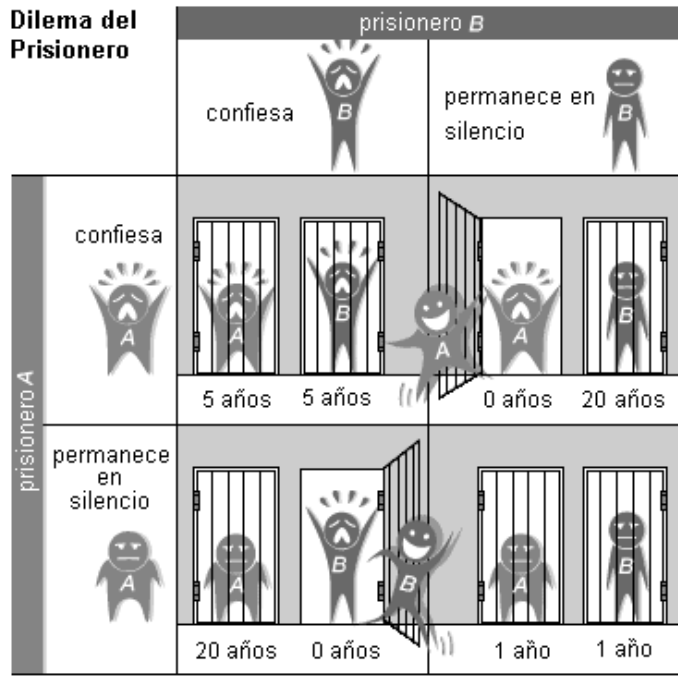


Figura 1.1: Matriz del juego del Dilema del Prisionero

El tiempo que pasarán en la cárcel depende básicamente de lo altruistas o egoístas que sean los dos delincuentes. Cada prisionero tiene dos opciones: cooperar con su cómplice permaneciendo en silencio con la esperanza que su “socio” haga lo mismo y quedar ambos libres en un año, o traicionarlo confesando para quedar libre de inmediato siempre que su “socio” no haga lo mismo y pase 20 años entre rejas. Lo que hace interesante el dilema es el hecho de que el resultado de cada elección depende de la elección del cómplice, y cada uno desconoce qué ha elegido hacer el otro, ya que están separados.

Al suponer que ambos tienen como única meta reducir el tiempo que pasarán detenidos, cada prisionero podría suponer que el otro ha elegido permanecer en silencio para salir en un año. Esto hace que la tentación de ser el primero en confesar sea enorme, ya que significaría su libertad inmediata y una condena de 20 años para su cómplice. Por supuesto, el otro detenido seguramente está razonando de la misma manera, buscando la forma de salir en libertad de inmediato. Si ambos son egoístas, la posibilidad de que ambos confiesen y pasen 5 años entre rejas es muy grande.

En este problema de teoría de juegos, como en otros muchos, se supone que cada jugador, de modo independiente, trata de aumentar al máximo su propia ventaja sin

importarle el resultado del otro jugador. Las técnicas de análisis de la teoría de juegos estándar, pueden llevar a cada jugador a escoger traicionar al otro, pero curiosamente ambos jugadores obtendrían un resultado mejor si cooperasen. Desgraciadamente (para los prisioneros), cada jugador está incentivado individualmente para defraudar al otro, incluso tras prometerle colaborar. Éste es el punto clave del dilema [11].

Robert Axelrod estudió una extensión al escenario clásico del dilema del prisionero que denominó dilema del prisionero iterado (DPI) [6, 8]. Aquí, los jugadores deben escoger una y otra vez su estrategia, y tienen memoria de sus encuentros previos. Axelrod descubrió que cuando se repiten estos encuentros durante un largo periodo de tiempo con muchos jugadores, cada uno con distintas estrategias, las estrategias ‘egoístas’ tendían a ser peores a largo plazo, mientras que las estrategias ‘altruistas’ son mejores, juzgándolas únicamente con respecto al interés propio. Usó esto para mostrar un posible mecanismo que explicase lo que antes había sido un difícil punto en la teoría de la evolución: ¿cómo puede evolucionar un comportamiento altruista desde mecanismos puramente egoístas en la selección natural?

1.1.2. Dinámica de Interacción en el Modelo de Hammond y Axelrod

El modelo está comprendido por una red de celdas, donde cada una de ellas puede estar ocupada por un individuo o no. Cada celda posee una vecindad y los individuos interactúan con otros individuos pertenecientes a la vecindad. Un individuo viene definido por 4 valores que son:

- T , representa las características hereditarias observables por otros individuos. Una celda vacía se identifica al tener $T = 0$.
- $\alpha \in \{0, 1\}$, define la estrategia a utilizar por el individuo en el Dilema del Prisionero al interactuar con otro individuo cuyas características observables T sean iguales a las de él. La estrategia α es una característica heredable pero no observable entre individuos. Cuando $\alpha = 1$, el individuo se comporta de manera altruista mientras que cuando $\alpha = 0$ lo hace de manera egoísta.
- $\omega \in \{0, 1\}$, define, de manera análoga, la estrategia a utilizar por el individuo en el Dilema del Prisionero al interactuar con otro individuo cuyas carac-

terísticas T sean distintas a las de él. La característica ω es heredable pero no observable entre individuos. Cuando $\omega = 1$, el individuo se comporta de manera altruista mientras que cuando $\omega = 0$ lo hace de manera egoísta.

- $R \in [0, 1]$, es potencial de reproducción que se ve afectado por la interacción entre individuos. Esta característica no es observable ni heredable, y determina la probabilidad de reproducción asexual que tiene cada individuo siempre y cuando haya espacio libre en su entorno.

De los modelos estudiados por Hammond y Axelrod sobre la evolución de la cooperación, se escogió el más general, al cual denominamos *Viscoso-Etiquetado*, que combina las condiciones en las que la viscosidad proporciona estructura al entorno, haciendo que los individuos estén fijos y que su interacción y reproducción se hagan en su vecindad, y además los individuos puede condicionar su interacción según el uso de una etiqueta T , la cual puede tener distintos valores para diferenciar a los individuos. El modelo ejecuta cuatro acciones en cada iteración: inmigración, interacción, reproducción y muerte.

Inmigración

En cada iteración, mientras existan celdas vacías en el arreglo, celdas con $T = 0$, un individuo puede ingresar y ocupar una celda. El individuo ingresa al sistema con estrategia α y ω aleatorias. El valor de su etiqueta también es aleatorio, $T \in \{1, 2, 3, 4\}$. El potencial de reproducción inicial del nuevo individuo es constante $R = R_0$.

Interacción

Cada individuo i escoge al azar de su vecindad un individuo j para interactuar según el Dilema del Prisionero. En promedio, el individuo jugará dos veces en cada iteración: uno a través de su propio apareamiento y otra a través del apareamiento de otro individuo. En esta etapa los cuatro rasgos que definen al individuo muestran su función dentro del modelo.

Dependiendo de las estrategias α y ω de los individuos, al cooperar se debe pagar un costo c por cada donación, y al recibir ayuda se gana un beneficio b (ver cuadro 1.1). La repercusión de los valores c y b se ve reflejada en el valor de la probabilidad

Estrategia		ΔR	
i	j	ΔR_i	ΔR_j
Altruista	Altruista	$b - c$	$b - c$
Altruista	Egoísta	$-c$	b
Egoísta	Altruista	b	$-c$
Egoísta	Egoísta	0	0

Cuadro 1.1: Dilema del Prisionero dentro del sistema para el estudio de la evolución de la cooperación. ΔR representa la variación en la probabilidad de reproducción. ΔR_i y ΔR_j representan la ganancia o pérdida en la probabilidad de reproducción para los individuos i y j respectivamente según su estrategia.

de reproducción R de cada individuo según las ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 R_i &= \begin{cases} R_0 + b\alpha_j - c\alpha_i & \text{si } T_i = T_j \\ R_0 + b\omega_j - c\omega_i & \text{si } T_i \neq T_j \end{cases} \\
 R_j &= \begin{cases} R_0 + b\alpha_i - c\alpha_j & \text{si } T_i = T_j \\ R_0 + b\omega_i - c\omega_j & \text{si } T_i \neq T_j \end{cases}
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

Reproducción

En el modelo la reproducción es asexual y consiste en crear una descendencia que recibe la etiqueta T y las estrategias α y ω de su progenitor, teniendo en cuenta una probabilidad de mutación m , que viene a ser un cambio espontáneo del valor de alguno de los valores que definen al nuevo individuo.

En la reproducción cada individuo es escogido aleatoriamente reproduciéndose con una probabilidad igual a su nuevo R , siempre y cuando haya espacio libre en su vecindad.

Muerte

Cada individuo tiene una probabilidad D de morir, dejando un espacio vacío $T = 0$ para las siguientes iteraciones.

Vale acotar que en la iteración donde un individuo es creado, este no se reproduce ni muere, y para cada iteración todos los individuos del sistema vuelven a tener el

mismo valor de potencial de reproducción R_0 .

1.2. Resultados del modelo de Hammond y Axelrod

A partir del modelo *Viscoso-Etiquetado* que explora la evolución de las estrategias altruistas y el comportamiento cooperativo [1], Hammond y Axelrod estudian los casos particulares que componen este modelo general, investigando el impacto de los cambios en la estructura de población.

Filas	Modelos	Fracción de Altruistas
a	<i>Modelo Nulo</i>	0.046 ± 0.003
b	<i>Modelo Viscoso</i>	0.74 ± 0.01
c	con Alto Costo	0.14 ± 0.01
d	con Baja Viscosidad	0.44 ± 0.02
e	<i>Modelo Etiquetado</i>	0.22 ± 0.02
f	<i>Modelo Viscoso-Etiquetado</i>	0.890 ± 0.007
g	con Alto Costo	0.68 ± 0.01
h	con Baja Viscosidad	0.78 ± 0.01
i	con Indicador Debilitado de Parentezco	0.868 ± 0.006
j	con Percepción Inexacta	0.880 ± 0.006
k	Todos comienzan siendo egoístas	0.907 ± 0.005

Cuadro 1.2: Resultados de la simulación hecha por Axelrod y Hammond para cada modelo, mostrando la fracción de individuos con estrategia altruista en el sistema.

Los parámetros empleados para la simulación de sus modelos fueron: Un conjunto de 2500 celdas, el potencial de reproducción inicial $R_0 = 0.12$, un costo $c = 0.01$, beneficio $b = 0.03$, una probabilidad de mutación $m = 0.005$. Cada caso fue replicado 10 veces y los datos promediados sobre las últimas 100 iteraciones de 2000. Los resultados obtenidos por Hammond y Axelrod para cada modelo y sus particularidades, son mostrados en el cuadro 1.2.

En primer lugar, el modelo particular más simple es el *Modelo Nulo*:

Este modelo no posee estructura del entorno de la vecindad, es decir, la red posee un acoplamiento de tipo global. Las interacciones son con cualquier individuo del sistema, los nuevos individuos producto de la reproducción de los mismos son ubicados en cualquier espacio libre. Todos los individuos poseen la misma etiqueta $T = 1$, indicando que todos son iguales en la característica observable, por lo tanto, la única estrategia posibles entre los individuos puede ser altruista o egoísta, es decir que solamente interviene el valor α al momento de la interacción.

Las simulaciones hechas muestra que la fracción de individuos con estrategia altruista es $A = 0.05$ (fila a del cuadro 1.2). Este fracaso de la cooperación no sorprende ya que no hay nada para refutar el hecho que por la interacción de parejas, los individuos con estrategia egoísta van a tener más descendencia que aquellos individuos altruistas, por lo tanto, las condiciones del modelo no son suficientes para lograr el surgimiento de la cooperación.

Luego se considera el *Modelo Viscoso*:

Este modelo es el mismo modelo Viscoso-Etiquetado, es decir, los individuos interactúan localmente pero en este modelo las etiquetas son iguales, $T = 1$. Por lo tanto, individuos iguales superficialmente interactúan en sus vecindades. La vecindad en el modelo es de una red cuadrada con acoplamiento local de grado $k = 4$. Las estrategias de los individuos son determinadas sólo por su valor α . La descendencia se crea sólo si puede ser ubicada en una celda vacía adyacente a la de su progenitor. Esto crea competencia por recursos escasos, que en este caso es el espacio para la descendencia.

Los resultados muestran que la localidad llamada viscosidad, puede ser suficiente para el surgimiento y mantenimiento de la cooperación al mantener una fracción de individuos con estrategia altruista en el sistema de $A > 0.7$ (ver fila b). Esto es así sólo si el entorno es lo suficientemente benigno en términos de una baja proporción de costo/beneficio y si los niveles de viscosidad son altos, es decir que las interacciones se hagan sólo entre los primeros vecinos. Las modificaciones realizadas en la proporción de costo/beneficio al llevar el costo a $c = 0.02$ en lugar de 0.01, fila c, provocan una caída en la fracción de altruistas $A = 0.14$. También se muestra la influencia de los niveles de viscosidad cuando se interactúa con una probabilidad de 0.5 mediante el modelo nulo y con probabilidad 0.5 mediante el modelo viscoso (ver

fila d).

El siguiente modelo es el *Modelo Etiquetado*:

Este modelo es el tercer caso particular del modelo *Viscoso-Etiquetado*, modelo que le otorga a cada individuo la capacidad de detectar y condicionar su interacción mediante el uso de etiquetas que proveen una información rudimentaria sobre las características observables de cada individuo. Esta etiqueta toma la forma de un rasgo heredable al que puede llamarse “color”. Al no haber enlace entre color y estrategia, observar si un individuo posee o no el mismo color que otro, no provee información sobre su estrategia. Con la habilidad de distinguir entre cuatro colores, las etiquetas proporcionan un indicador de relación débil y posiblemente engañoso.

Según las etiquetas y las estrategias, los comportamientos de las interacciones entre individuos varían. El rasgo T no define la estrategia del individuo más si la condiciona, de aquí surge el individuo *altruista contingente* que aparece según la combinación binaria que define su comportamiento como muestra el cuadro 1.2.

α	ω	Comportamiento
1	1	Altruista puro
1	0	Altruista contingente tipo I
0	1	Altruista contingente tipo II
0	0	Egoista

Cuadro 1.3: Distintos tipos de comportamientos cooperativos según combinación de valores en los rasgos α y ω .

Como ejemplo, los individuos que tienen estrategia ($\alpha = 1, \omega = 1$) y ($\alpha = 0, \omega = 0$) son respectivamente altruistas y egoístas puros. Ellos sencillamente se comportan de la misma forma con cualquier individuo con quien interactúen, así sus etiquetas sean iguales o no. En el caso de los altruistas contingentes, estos sí tienen sus estrategias condicionadas según la etiqueta del individuo con quien interactúen. El altruista contingente tipo I, ($\alpha = 1, \omega = 0$), condiciona su estrategia como altruista para aquellos individuos de etiquetas iguales a sí mismo y es egoísta con los individuos distintos a él. El altruista contingente tipo II, ($\alpha = 0, \omega = 1$), es el contrario al tipo I, es altruista con los individuos de etiquetas distintas a sí mismo

y egoísta con los de su misma etiqueta.

En este modelo, los individuos no poseen una estructura del entorno, por lo que la vecindad emplea una red de acoplamiento global, de esta forma la escogencia aleatoria del individuo a interactuar o para encontrar espacio para la descendencia se hace sobre todo el sistema.

Ya que las etiquetas y las estrategias no están enlazadas y sólo las etiquetas son observables, el modelo permite la posibilidad para ‘imitadores’ que reciben ayuda de individuos del mismo color mientras estos no proporcionan ayuda a ninguno. Debido a esta razón, las etiquetas por sí solas no son suficientes para mantener altos niveles de cooperación, a pesar de desenvolverse en un entorno benévolo, a penas la fracción de individuos con estrategias altruistas (de cualquier tipo) llegan a un quinto de la población del sistema como se aprecia en la fila e del cuadro 1.2.

Volviendo al *Modelo Viscoso-Etiquetado*:

La vecindad de los individuos al igual que en el *modelo Viscoso*, en este modelo se estableció sobre una red cuadrada con acoplamiento local de grado $k = 4$.

Hammond y Axelrod mostraron que, bajo la combinación del acoplamiento local más el uso de etiquetas entre individuos, altos niveles de cooperación pueden surgir y mantenerse, como aparece en la fila f del cuadro 1.2. En un ambiente donde el costo de la cooperación es dos tercios en lugar de un tercio del beneficio, la habilidad de discriminación basado en las etiquetas es suficiente para el mantenimiento de la cooperación (comparar fila c con fila g). También para bajos niveles de viscosidad, se mantiene alta la fracción de altruistas A (comparar filas d y h).

El éxito del altruismo en este modelo es consistente en un amplio rango de cambios del sistema, incluso en una población con acoplamiento local, las etiquetas pueden mantener la estrategia altruista a pesar de tener la capacidad individual de distinción superficial entre individuos debilitada, esto es cuando se distinguen sólo dos en lugar de cuatro etiquetas, (fila i) o si el 10 % de las percepciones de la similaridad entre etiquetas es inexacta, (fila j). Este modelo provoca que la estrategia altruista invada, por mutación, un arreglo inicialmente lleno de individuos con estrategia egoísta, sin necesidad de emplear el beneficio de la inmigración (ver fila k).

En la figura 1.2 se muestra que al incluir etiquetas en el sistema viscoso se incre-

mentan los niveles de cooperación para cualquier nivel de austeridad del entorno, y que las etiquetas permiten mantener un cierto nivel de altruismo en ambientes aún más austeros.

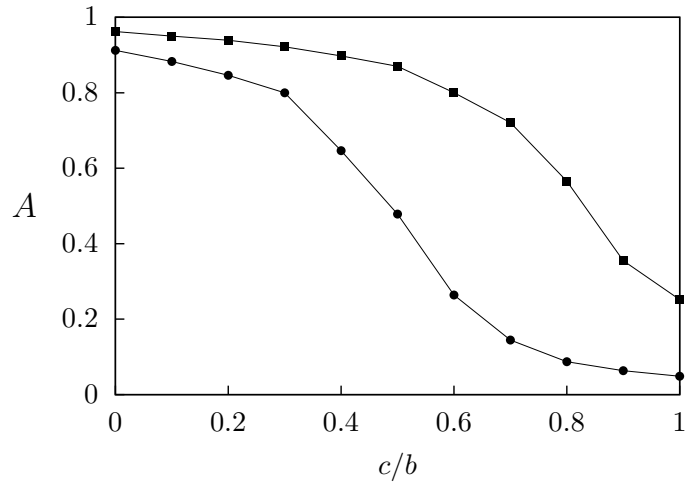


Figura 1.2: Fracción del altruismo en función de la austeridad del entorno medida en términos de la proporción costo-beneficio (c/b), modelo viscoso (●) y modelo viscoso-etiquetado (■).

1.3. Redes

Como ya fue mencionado, el objetivo de este trabajo de tesis es estudiar el surgimiento, mantenimiento y evolución de la cooperación como un fenómeno de transición de fase sobre la estructura de entorno llamada viscosidad, haciendo uso de redes de tipo sociales.

Las redes sociales están conformadas por un conjunto de individuos (nodos) que están vinculados (conectados) por una o más tipos de interdependencias específicas, tales como la localidad, parentesco, interés común, intercambio de recursos, entre otros. A la disposición de los elementos de una red (nodos y enlaces) se le llama topología de red, y según dicha topología, cada red tendrá diferentes propiedades específicas [12].

Se emplearon dos tipos de redes cuya topología puede variar mediante el uso de un parámetro de probabilidad de conexión entre los nodos de la red, y de esta forma

se logra conocer el efecto de la localidad en el modelo estudiado.

1.3.1. Redes de acoplamiento Local mas Global

Existe una variedad de procesos que ocurren en sistemas dinámicos espacio- temporales donde las interacciones locales y globales contribuyen en formas diferentes y competitivas permitiendo el surgimiento de comportamientos colectivos [13, 14, 15].

Las interacciones locales implican que los elementos individuales de un sistema interactúan unos con otros dentro de un entorno local que es mucho más pequeño que el tamaño del sistema. En otras palabras, se interactúa con los individuos en la vecindad inmediata.

Por otra parte, en las interacciones globales cada elemento individual experimenta la influencia de un entorno común actuando sobre el sistema entero, de esta forma, cada individuo interactúa con cualquier otro individuo del sistema, es decir, todos los individuos son vecinos entre sí.

La adición de interacciones globales a un sistema localmente acoplado es capaz de inducir fenómenos no presentes en ese sistema. El problema de la competencia entre interacciones locales y globales, en particular, es relevante para los estudios recientes sobre fenómenos sociales en el marco general de sistemas complejos, el objetivo es entender cómo los comportamientos colectivos surgen en los sistemas sociales [16].

En un sistema de acoplamiento local mas global, un individuo i busca a un individuo j para interactuar, ya sea de su vecindad local ν_i o en todo el sistema de N celdas, según lo indique un parámetro de probabilidad p_g . Cuando $p_g = 0$, el sistema está acoplado localmente, y cuando $p_g = 1$ el sistema está acoplado globalmente.

$$j \in \begin{cases} \{1, \dots, N\} - \{i\}, & \text{con probabilidad } p_g \\ \nu_i, & \text{con probabilidad } 1 - p_g \end{cases} \quad (1.2)$$

Hammond y Axelrod realizaron su estudio de surgimiento de la cooperación utilizando una red regular bidimensional cuadrada con un entorno local de grado $k = 4$ (primeros vecinos), estudiando parcialmente el acoplamiento local mas global para los valores $p_g = 1$ (*modelo nulo*), $p_g = 0.5$ (*modelo viscoso con baja viscosidad*), y $p_g = 0$ (*modelo viscoso*) como se muestra en la sección 1.2. Para esta tesis, se quiso ampliar el estudio del acoplamiento local mas global mediante un barrido en el

parámetro $p_g \in \{0, 1\}$. Además, el grado de la red regular también fue variado a $k = 4, 8$ y 12 (primeros, segundos y terceros vecinos) para conocer el efecto de cambios en la localidad (ver figura 1.3).

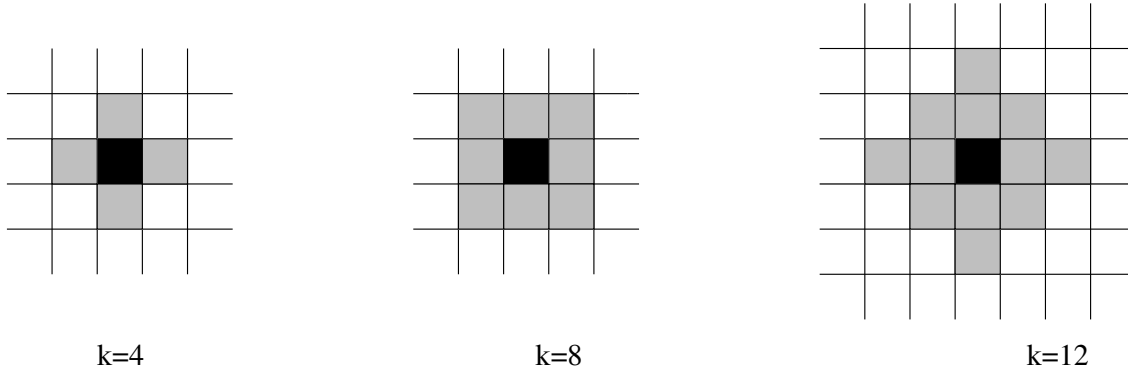


Figura 1.3: El conjunto de celdas grises son la vecindad correspondiente a la celda negra para una red bidimensional de grado: $k = 4$ izquierda, $k = 8$ centro, $k = 12$ derecha.

1.3.2. Redes de Pequeño Mundo

Otra forma de variar la localidad es mediante la utilización de las llamadas redes de pequeño mundo, caracterizadas básicamente por dos magnitudes: El coeficiente de agrupamiento que es relativamente alto y la longitud característica que es relativamente baja [17, 18, 20].

Coefficiente de Agrupamiento:

El coeficiente de agrupamiento C de una red (clustering coefficient), está definido de la siguiente forma: Si un nodo i posee k_i vecinos, entonces entre estos podrán existir hasta $k_i(k_i - 1)/2$ enlaces entre los k_i vecinos del nodo: C_i , el coeficiente de agrupamiento del nodo i denota la fracción de estos posibles enlaces que efectivamente existen; y C se define como el promedio de los C_i sobre todos los nodos i de la red [19]. Analíticamente, el coeficiente de agrupamiento o clustering del nodo i viene dado por

$$C_i = \frac{E_i}{\frac{1}{2}k_i(k_i - 1)}, \quad (1.3)$$

donde E_i es el número de enlaces existentes entre los k_i nodos vecinos de i . El máximo valor de C_i posible será 1, esto si todos los vecinos de i son también vecinos entre

ellos; y el mínimo valor será 0, si ningún par de los vecinos de i son vecinos entre sí. Entonces, el coeficiente de agrupamiento C de la red se define como el promedio del coeficiente del agrupamiento de todos los nodos que la conforman

$$C = \langle C_i \rangle_i = \left\langle \frac{2E_i}{\frac{1}{2}k_i(k_i - 1)} \right\rangle_i . \quad (1.4)$$

En otras palabras, el coeficiente de agrupamiento nos dice en qué grado los vecinos del nodo i son vecinos entre sí.

Longitud Característica:

La longitud característica de una red indica que tan cerca o lejos se encuentran los elementos de la misma. Se define como la distancia entre dos nodos a la longitud del camino más corto entre ellos. La distancia entre un nodo consigo mismo es cero, y cuando dos nodos están desconectados, su distancia se define como infinita. La longitud característica l de una red, es definida como el número de enlaces en el camino más corto entre dos nodos, promediado sobre todos los pares de nodos [19]. En otras palabras, l es la distancia promedio de todos los pares de nodos de la red, conocida también como longitud media. El promedio de las distancias al nodo i es

$$l(i) = \langle l_{min}(i, j) \rangle , \quad (1.5)$$

donde $l_{min}(i, j)$ representa la distancia más corta desde el nodo i al nodo j . La longitud característica mide la separación típica entre dos nodos en una red y es una propiedad global. Matemáticamente l puede escribirse como

$$l = \langle l(i) \rangle = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i,j} l_{min}(i, j) . \quad (1.6)$$

En las redes de pequeño mundo, se puede tener un alto agrupamiento, como en las redes regulares y a la vez una pequeña longitud característica, como en las redes aleatorias. El algoritmo propuesto por Watts y Strogatz [12, 21, 22] logra alcanzar este estado intermedio, partiendo de redes regulares donde se modifican algunos enlaces con el fin de introducir cantidades crecientes de desorden en las mismas.

En este algoritmo, para pasar de redes regulares a aleatorias se emplea un procedimiento donde se cambian al azar algunos enlaces entre los nodos existentes en una red regular, mediante un parámetro llamado ‘probabilidad de reconexión p_r ’, también conocido como *recableado*.

El procedimiento parte con una red regular de grado k . Luego, cada uno de los enlaces originales es recableado con una probabilidad p_r . Así se adapta la red a través del parámetro p_r , entre la regularidad ($p_r = 0$) y la aleatoriedad ($p_r = 1$). Los recableados se realizan de forma tal que no se altere el número de enlaces en la red ni el número de elementos, ni se permitan conexiones dobles entre dos nodos ni autoconexiones.

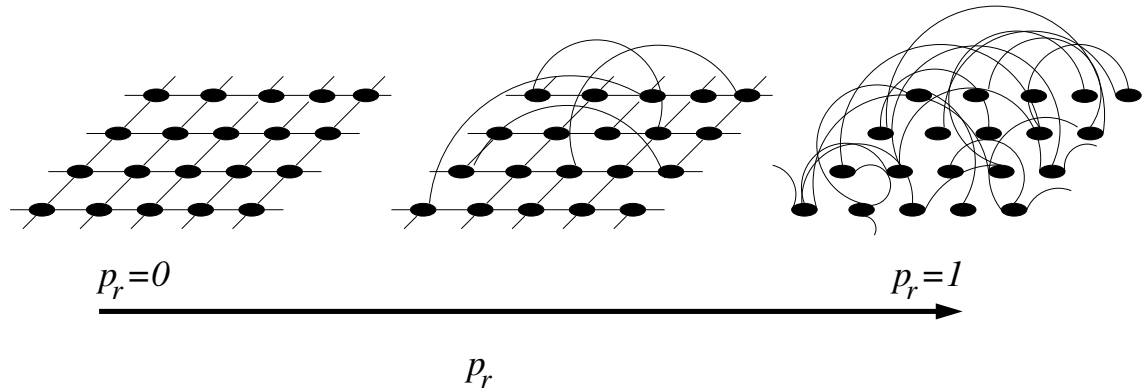


Figura 1.4: Cómo se pasa de la regularidad a la aleatoriedad mientras p_r aumenta.

En la figura 1.4 se presenta un ejemplo de una red regular bidimensional periódica de grado $k = 4$, sometida al proceso de recableado para tres valores del parámetro p_r . Para el valor $p_r = 0$, la red regular se mantiene sin cambios, incrementando p_r , la red se hace más desordenada, hasta llegar a $p_r = 1$, donde todos los enlaces han sido recableados aleatoriamente. Para valores intermedios de p_r se tienen redes de pequeño mundo altamente agrupadas como las redes regulares y, aún así, con una longitud característica pequeña como las redes aleatorias.

El coeficiente de agrupamiento $C(p_r)$ y la longitud característica $l(p_r)$ se calculan en función del parámetro p_r . Los casos límites sugieren que un coeficiente de agrupamiento alto o bajo está asociado a una longitud característica alta o baja respectivamente. A pesar de esto, existe un rango de valores del parámetro de recableado p_r para el cual $l(p_r) \approx l(1)$ a la vez que $C(p_r) \approx C(0)$, ver figura 1.5.

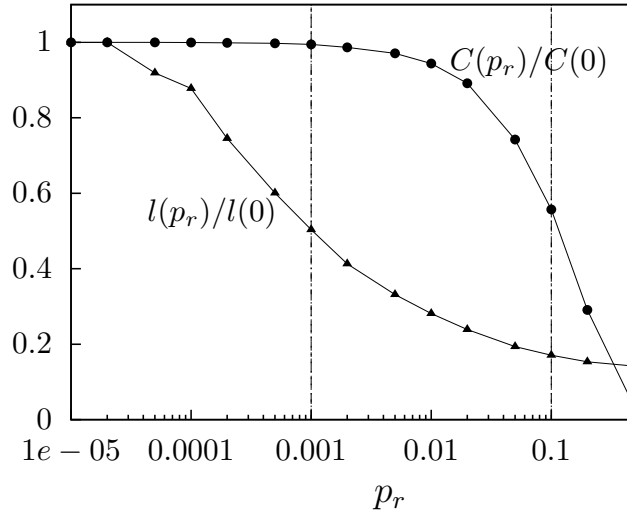


Figura 1.5: l y C en función de la probabilidad de recableado p_r . Los valores de longitud característica y coeficiente de agrupamiento para la red regular inicial se representa por $l(0)$ y $C(0)$ respectivamente. La región $p_r \in [0.001, 0.1]$ es el rango donde la red tiene propiedades de pequeño mundo.

El efecto de pequeño mundo en las redes se debe a la caída brusca de $l(p_r)$ lograda con la introducción de pocos enlaces de largo alcance, ‘atajos’, que conectan nodos que de otra manera estarían conectados por caminos mucho más largos. Dichos atajos no sólo acortan las distancias entre pares de nodos, sino también entre vecindades.

En el caso usado en esta tesis, la red empleada es bidimensional de grados $k = 4, 8$ y 12 ; y un barrido del parámetro de recableado $p_r \in [0.001, 0.1]$ en intervalos de argumento de logaritmo, ya que para nuestro propósito esta es la región de pequeño mundo.

*The saddest aspect of life right now
is that science gathers knowledge
faster than society gathers wisdom.*

Isaac Asimov

Capítulo 2

Efecto de la localidad en el surgimiento de la cooperación

Nosotros empleamos como base de investigación el modelo *Viscoso-Etiquetado* presentado en la sección 1.2, por ser el modelo más general y que muestra la mejor sustentabilidad de las estrategias altruistas al mantener la evolución de la cooperación en un colectivo [1]. Con este modelo se profundizó el estudio del efecto de la localidad mediante la variación del parámetro de recableado para redes de pequeño mundo y de la probabilidad de interacción global para redes de acoplamiento local mas global. Ambas redes se construyeron en espacios bidimensionales, periódicas para tres grados de vecindad $k = 4, 8$ y 12 . Además se hizo variar el parámetro que rige la benevolencia del entorno, $b \in [0.01, 0.03]$. De esta forma, se obtuvo información más completa sobre el surgimiento de la cooperación en el sistema y el efecto que tiene la localidad y la benevolencia en el mismo.

Los parámetros empleados para la simulación son: Un conjunto de $N = 10000$ celdas en un arreglo bidimensional con condiciones de borde periódicas, el potencial de reproducción estandar $R_0 = 0.12$, un costo $c = 0.01$, el beneficio se estudia en un rango de valores $b \in [0.01, 0.03]$ en intervalos de 0.001 , una probabilidad de muerte $D = 0.1$, sin probabilidad de mutación. Cada simulación comienza con las celdas

vacías, representadas con la etiqueta $T = 0$, y en cada iteración inmigra un individuo al sistema. Cada simulación fue replicada 10 veces. Los datos promediados sobre los últimos 2000 periodos en corridas de 4000 periodos.

A partir de los parámetros usados y la estructura del sistema, se desea obtener el promedio temporal de la fracción de altruistas A , conformada por aquellos individuos en el sistema que tienen estrategia altruista, pura o contingente, en un lapso de tiempo de una simulación. Primero se necesita obtener la cantidad de celdas ocupadas por individuos vivos en un instante t , definido por:

$$\eta_t = \sum_{i=1}^N (1 - \delta_{(T_t^i, 0)}) , \quad (2.1)$$

donde T_t^i es la etiqueta de un individuo ubicado en la celda i para el tiempo t , η_t es la sumatoria de todos los individuos que ocupan una celda en el sistema. Como se observa en la ecuación 2.1, mientras se recorre el arreglo completo de N celdas, cuando se encuentra una celda vacía $T_t^i = 0$, se obtiene $\delta = 1$, y a η_t se le suma cero.

Al tener la cantidad de celdas ocupadas, se calcula la fracción de altruistas A_t para el tiempo t , definida por:

$$A_t = \frac{1}{\eta_t} \sum_{i=1}^{\eta_t} (\alpha_i \vee \omega_i) , \quad (2.2)$$

donde en cada celda ocupada se verifica que el individuo posea algún comportamiento altruista, empleando el símbolo de relación lógico \vee en la ecuación 2.2 se busca si el individuo tiene entre sus valores $\alpha_i = 1$ y/o $\omega_i = 1$, adicionandolo de esta forma a la sumatoria. Una vez que se tiene la fracción de altruistas A_t para un periodo t , se obtiene el promedio temporal de la fracción de altruistas en una simulación en un lapso de tiempo τ al que se denomina A_s :

$$A_s = \frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} A_t . \quad (2.3)$$

La desviación estandar para el promedio de la fracción de altruistas en una simulación se obtiene mediante:

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{\sum (A_s - A_t)^2}{\tau - 1}} \quad (2.4)$$

El sistema llega al estado de equilibrio (estado en el que el sistema logra mantener una estrategia dominante sin fluctuaciones drásticas) luego de 1000 periodos

aproximadamente de haber comenzado la simulación, por esta razón se obtienen los datos de los últimos 2000 periodos de 4000, para asegurarse de estudiar los valores más apropiados.

En esta estudio se realizaron 10 simulaciones, por lo tanto se tienen 10 valores de A_s y de σ_s que se promedian y así se obtiene el promedio general de la fracción de altruistas A y de su desviación estandar σ en función de la benevolencia del entorno b y del parámetro de probabilidad de conexión p_g (si se emplea la red con acoplamiento local mas global) o de recableado p_r (si se emplea la red de pequeño mundo).

2.1. Redes con acoplamiento local mas global

Se usaron dos parámetros de probabilidad de conexión, p_g de tipo global (explicado en la sección 1.3.1) y v , parámetro de probabilidad de conexión local que llamamos viscosidad, definido por $v = 1 - p_g$. Cuando $v = 1$, el sistema tiene una estructura de entorno viscosa, es decir, la red empleada es con acoplamiento local, y cuando $v = 0$, la red tiene acoplamiento global. Esta utilización de dos parametros es con la finalidad de tener dos perspectivas en el analisis de las gráficas.

A continuación se muestran tres gráficas tridimensionales del comportamiento del sistema, la fracción de altruistas A en función de p_g y b , correspondientes a los grados de vecindad estudiados.

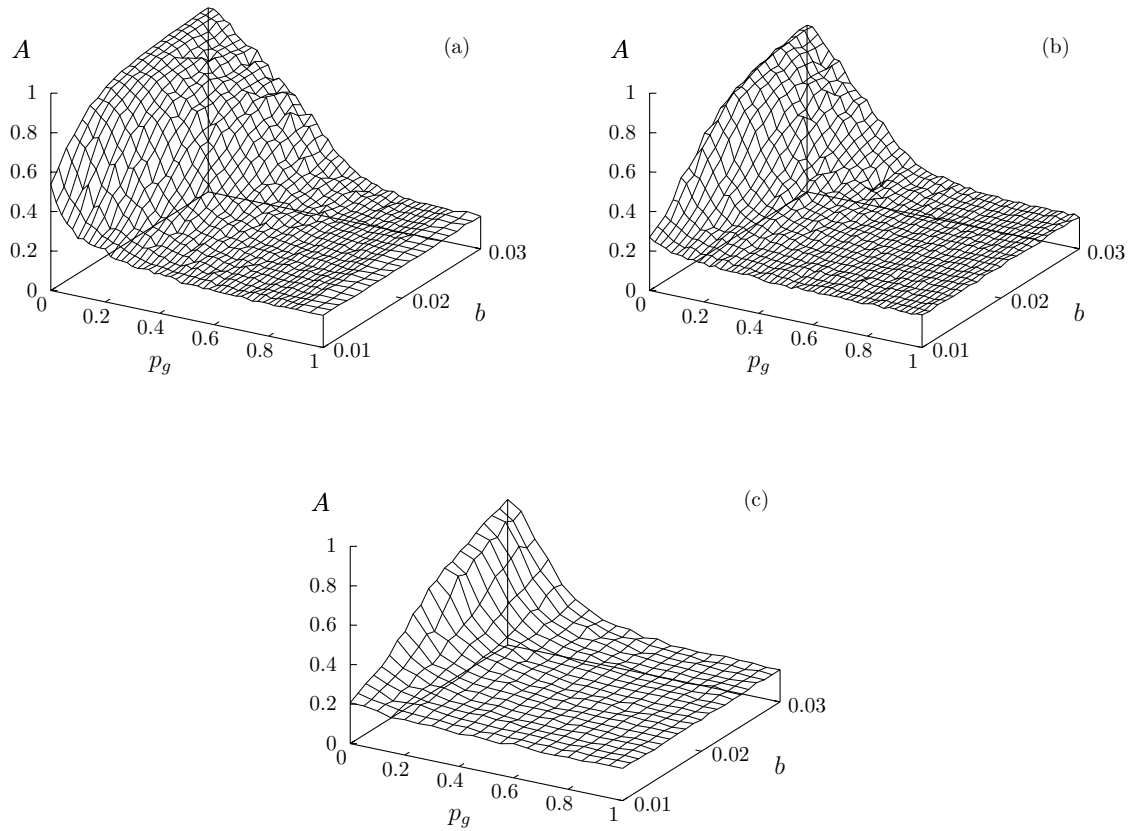


Figura 2.1: Fracción de altruistas A en función del parámetro probabilidad de conexión global p_g y el beneficio b . Redes de acoplamiento local mas global para grados: (a) $k = 4$, (b) $k = 8$ y (c) $k = 12$.

En la figura 2.1 se puede observar que la estrategia altruista se mantiene como estrategia predominante en el sistema cuando las interacciones entre individuos se hacen locales, para $p_g \rightarrow 0$ y para entornos benévolos, es decir, valores altos de b .

Se destaca el hecho de cómo afectan las variaciones en la localidad, cuando se usan los primeros, segundos y terceros vecinos. A medida que la vecindad se hace más amplia, el surgimiento y mantenimiento de la estrategia altruista en el sistema se hace más limitado (comparar figuras (a), (b) y (c)), donde se observa que para una vecindad de grado $k = 4$ predomina el comportamiento altruista en entornos más austeros que en redes con grados $k = 8$ y $k = 12$.

A continuación se muestran las gráficas tridimensionales de la desviación estándar de la fracción de altruistas σ en función de p_g y b para los tres grados de vecindad estudiados.

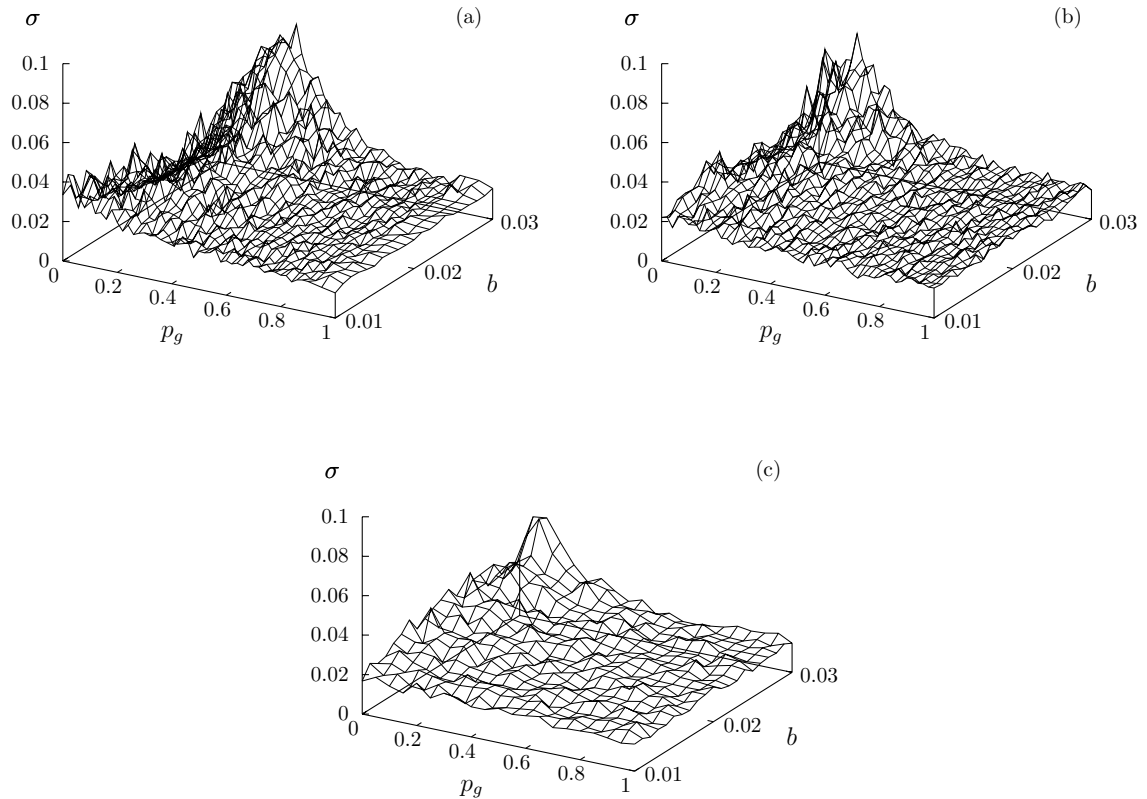


Figura 2.2: Desviación estándar de la fracción de altruistas σ en función del parámetro probabilidad de conexión global p_g y el beneficio b . Redes de acoplamiento local mas global para grados: (a) $k = 4$, (b) $k = 8$ y (c) $k = 12$.

En la figura 2.2 se muestra la desviación estándar para los tres casos estudiados de acoplamiento local mas global. Se observa que en la región en la que comienza a aumentar la estrategia altruista en el sistema, aparece un aumento en la desviación. Para observar bien esta curva se emplea la otra perspectiva disponible mediante el parámetro v .

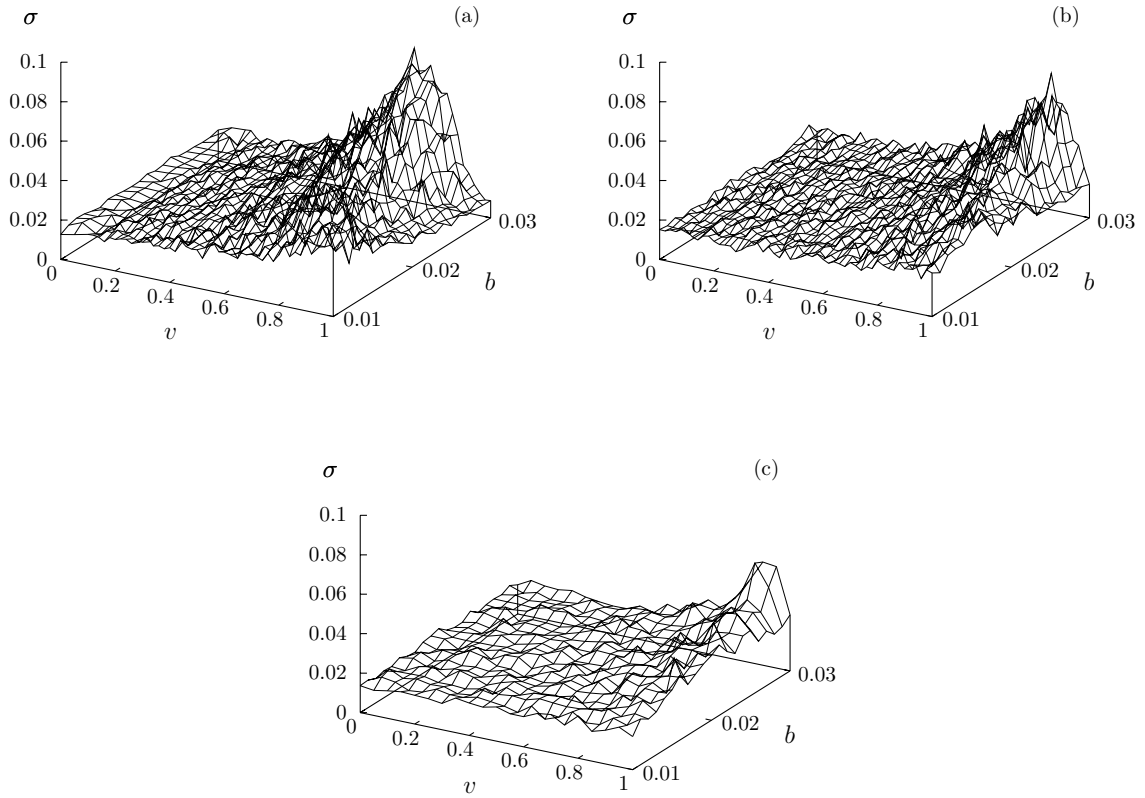


Figura 2.3: Desviación estandar de la fracción de altruistas σ en función del parámetro de probabilidad de conexión local v y el beneficio b . Redes de acoplamiento local mas global, para grados: (a) $k = 4$, (b) $k = 8$ y (c) $k = 12$.

El parámetro v proporciona la vista por el lado contrario de la región donde aumenta la desviación (figura 2.3), y gracias a este se logra observar la formación de una franja que bordea la región de aumento de la fracción de altruistas. Al observar las figuras 2.3 y 2.2 se puede presumir que existe una transición de fase de orden superior, para así emplear los valores máximos de la desviación estandar como criterio para determinar los valores críticos de los parámetros para los cuales ocurre la transición de la fase donde predomina el comportamiento egoísta a la fase donde emerge la cooperación debido a que predomina el comportamiento altruista.

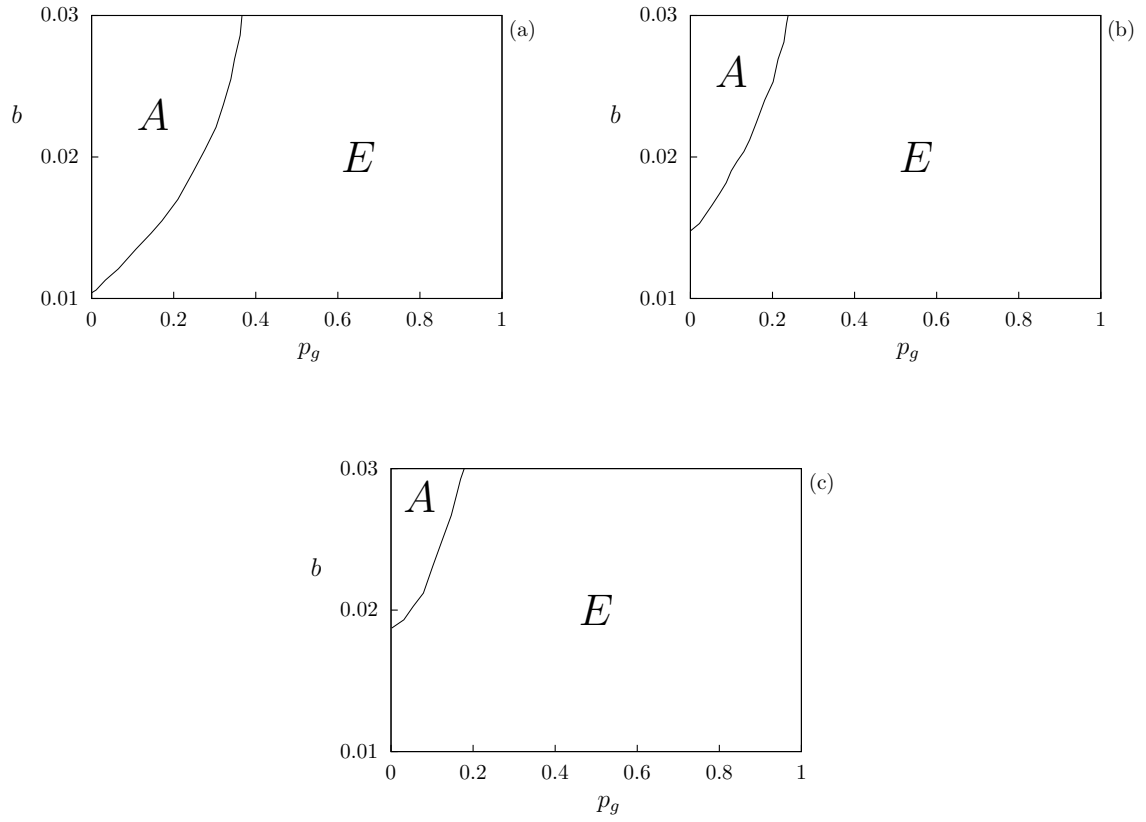


Figura 2.4: Diagrama de fase del modelo en el espacio de parámetros (p_g, b) en redes de acoplamiento local mas global, para grados: (a) $k = 4$, (b) $k = 8$ y (c) $k = 12$. En la región A predomina la estrategia altruista, en la región E predomina la estrategia egoísta.

La figura 2.4 muestra los diagramas de fase para las redes de acoplamiento local mas global de grados $k = 4, 8$ y 12 . En las tres gráficas de se pueden observar la aparición de dos regiones, en la región A la estrategia altruista domina, es decir que bajo el rango obtenido de parámetros la cooperación surge y se mantiene estable. En la región E la estrategia dominante en el sistema según los parámetros es la egoísta.

Los diagramas de fase muestran una clara dependencia del grado de vecindad en el surgimiento de la estrategia altruista en el sistema. Para un valor bajo del parámetro de probabilidad de conexión, en la red de grado $k = 4$ el altruismo surge en entornos austeros mientras que en las redes de grado $k = 8$ y $k = 12$ el surgimiento

de la estrategia altruista se traslada hacia entornos más benévolos. De aquí se puede extraer que a medida que aumenta el grado de vecindad, el dominio de la estrategia altruista requiere de entornos cada vez más benévolos.

También se observa que con el aumento de la vecindad en la red, el rango de p_g para el cual logra mantenerse la estrategia altruista se hace más corto. Cuando las interacciones entre los individuos dejan de hacerse en un entorno estrictamente local, la cooperación se hace muy difícil de mantener, por esta razón se observa en los diagramas de fase el dominio de la estrategia egoísta.

2.2. Redes de pequeño mundo

Al igual que con acoplamiento local mas global, para las simulaciones de esta sección, las redes de pequeño mundo se construyeron sobre la base de redes bidimensionales regulares de grado $k = 4, 8$ y 12 . El parámetro de de probabilidad de recableado se estudia para $p_r \in [0.001, 0.1]$ en intervalos logarítmicos que corresponde al rango resaltado en la figura 1.5. En esta región se cumplen los requisitos de la definición de una red de pequeño mundo, ya que se observa que la disminución del valor de coeficiente de agrupamiento $C(p_r)$ no es muy significativo respecto al de una red regular (30 %), mientras que se puede observar una disminución considerable de la longitud característica $l(p_r)$ con respecto al de una red regular (70 %), llevandonos al valor aproximado de la longitud característica de una red aleatoria.

Conociendo los parámetros usados y la estructura del sistema, se desea estudiar la fracción de altruistas A y su desviación estandar σ en función del parámetro de probabilidad de recableado p_r y de la benevolencia del entorno b . A continuación se muestran tres gráficas tridimensionales del comportamiento del sistema, la fracción de altruistas A en función de p_r y b , correspondientes a los grados de vecindad estudiados.

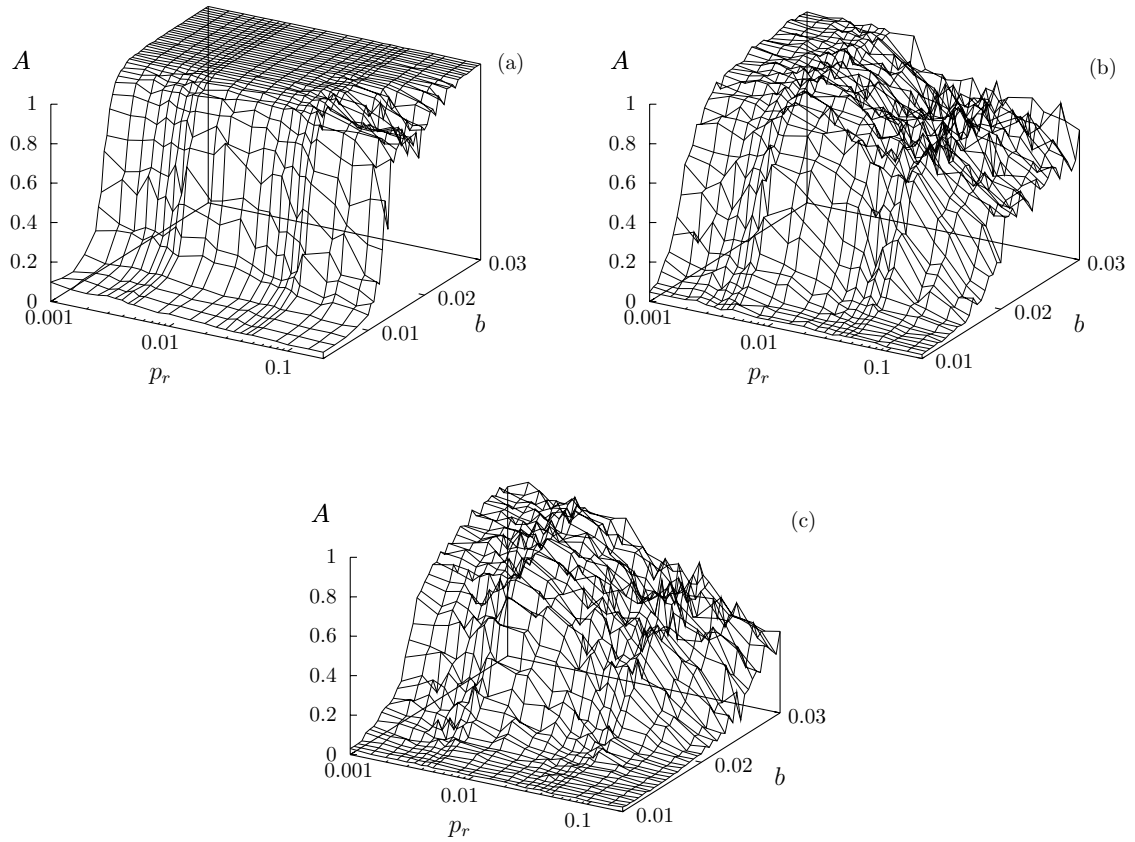


Figura 2.5: Fracción de altruistas A en función del parámetro probabilidad de recableado p_r y el beneficio b . Redes de pequeño mundo de grados: (a) $k = 4$, (b) $k = 8$ y (c) $k = 12$.

Se observa en la figura 2.5 que la estrategia altruista se mantiene para los tres casos en entornos benévolos, es decir, valores altos de b , y para valores bajos del parámetro de recableado p_r .

Las variaciones en la localidad tienen un efecto considerable en el surgimiento y mantenimiento de la fracción de altruistas. Para $k = 4$, la estrategia altruista logra mantenerse durante todo el barrido p_r para $b > 0.02$ (para el límite superior de valores posibles de p_r decae levemente la fracción de altruistas). El aumento de la vecindad produce una destrucción de la estabilidad en la fracción de altruistas, y mientras aumenta el desorden en la red, se observa que la estrategia altruista no se mantiene fácilmente como se puede apreciar al comparar las gráficas (b) y (c) con

(a) de la figura 2.5. Continuando, se muestran las gráficas tridimensionales de la desviación estandar de la fracción de altruistas σ en función de p_r y b .

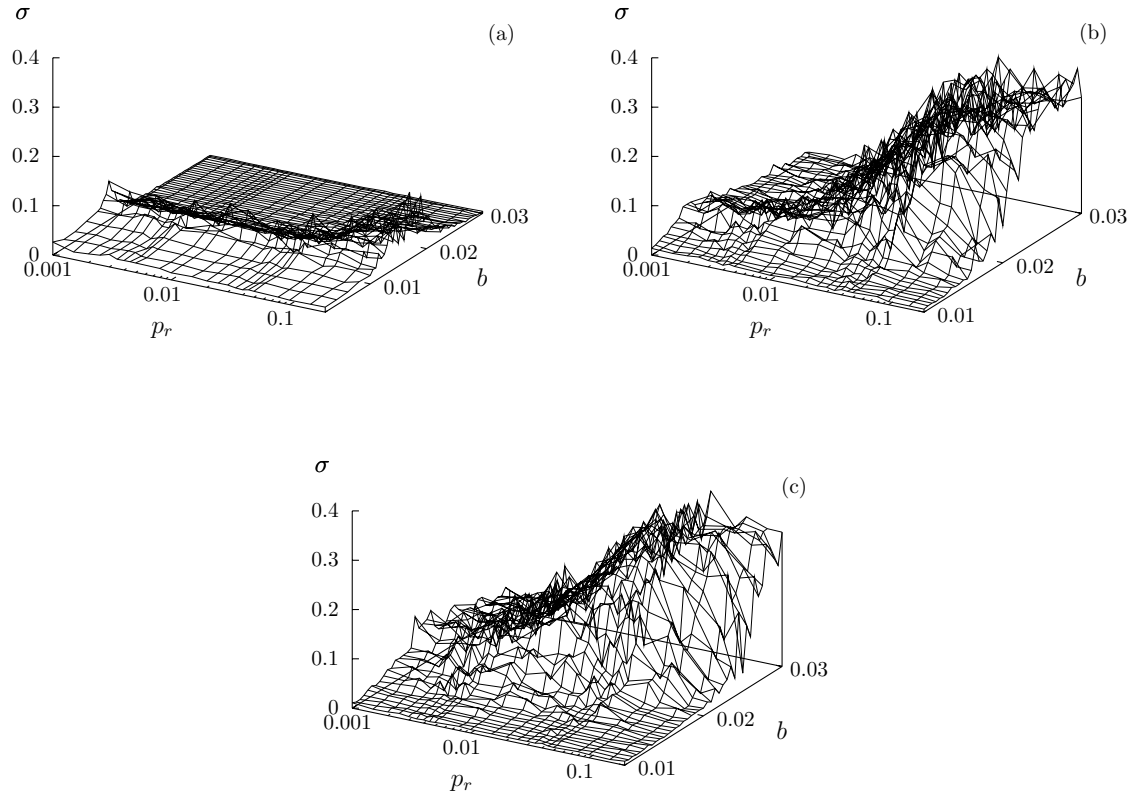


Figura 2.6: Desviación estandar de la fracción de altruistas σ en función del parámetro de recableado p_r y el beneficio b sobre redes de pequeño mundo, para grados: (a) $k = 4$, (b) $k = 8$ y (c) $k = 12$.

En la figura 2.6 se muestra la desviación estandar de la fracción de altruistas σ para los tres casos de vecindades estudiados en redes de pequeño mundo. De la figura se puede apreciar, que al igual que en el caso de las redes de acoplamiento local mas global, la transición de fase es de orden superior. Se utilizaron los valores máximos de la desviación estandar como criterio para determinar los valores críticos de los parámetros para los cuales ocurre la transición.

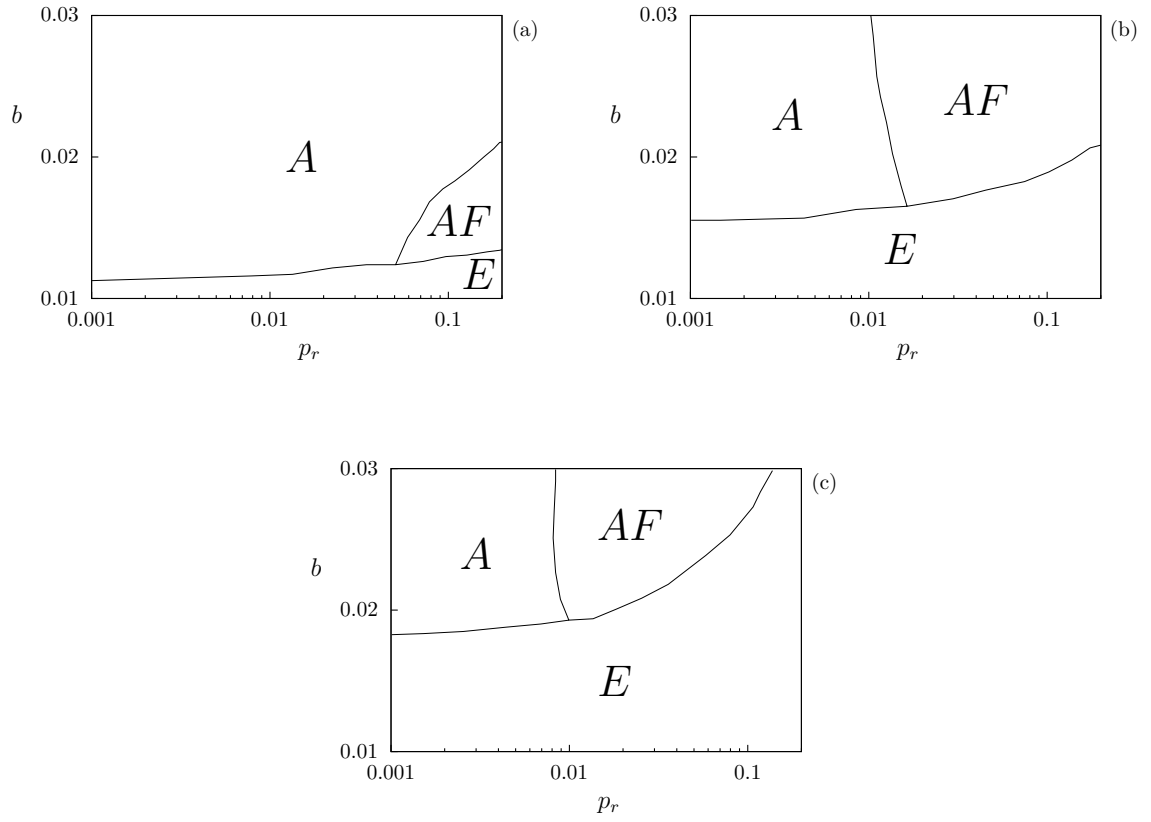


Figura 2.7: Diagrama de fase del modelo en el espacio de parámetros (p_r, b) . Redes de pequeño mundo, para grados: (a) $k = 4$, (b) $k = 8$ y (c) $k = 12$. En la región A predomina la estrategia altruista sin fluctuaciones, en la región AF la predominancia de la estrategia altruista fluctúa y en la región E predomina la estrategia egoísta.

La figura 2.7 muestra los diagramas de fase para las redes de pequeño mundo de grados $k = 4, 8$ y 12 en los que se observa la aparición de tres regiones para los tres grados de vecindad. En la región A la estrategia altruista domina en el sistema sin fluctuaciones. La región AF representa el dominio de la estrategia altruista pero que fluctúa, es decir que en esta región no se logra mantener estable el comportamiento cooperativo. En la tercera región, E , la estrategia dominante en el sistema según los parámetros es la egoísta.

Los diagramas de fase muestran una dependencia del grado de vecindad en el surgimiento de la estrategia altruista en el sistema similarmente al caso de redes

con acoplamiento local mas global. Para un valor bajo del parámetro de probabilidad de recableado, en la red de grado $k = 4$, el altruismo surge ampliamente y se mantiene en entornos austeros mientras que en las redes de grado $k = 8$ y $k = 12$, el surgimiento de la estrategia altruista se traslada hacia entornos cada vez más benévolos. Entonces se puede extraer que a medida que aumenta el grado de vecindad, la estrategia altruista surge en entornos cada vez más benévolos.

Las gráficas muestran que la región AF es una prolongación de la región A , pero lo que hace que esta región tenga fluctuaciones en el mantenimiento de la estrategia altruista es el hecho que esta se aproxima al valor máximo del rango del parámetro de recableado, valor que ocasiona desorden en la red de pequeño mundo al acercarla a la red aleatoria donde el coeficiente de agrupamiento comienza a bajar rápidamente y la longitud característica aumenta.

Cuando las interacciones entre los individuos dejan de hacerse en un entorno estrictamente local, la cooperación se hace muy difícil de mantener, por esta razón se observa en los diagramas de fase el dominio de la estrategia egoísta en la región E .

A continuación se muestra una comparación entre las gráficas de diagramas de fases con las redes con acoplamiento local mas global y las redes de pequeño mundo según los tres grados de vecindad estudiados. Las gráficas correspondientes a las redes con acoplamiento local mas global se presentan con el eje del parámetro p_g en escala logarítmica para poder hacer una comparación apropiada entre las regiones obtenidas en el espacio de parámetros, ya que el parámetro de recableado p_r fue estudiado en intervalos logarítmicos.

La idea de hacer esta comparación es verificar cuanto abarcan las regiones de transición encontradas, para observar y tratar de entender mejor la incidencia de la topología de las redes para el surgimiento y mantenimiento de la cooperación bajo el mismo formato.

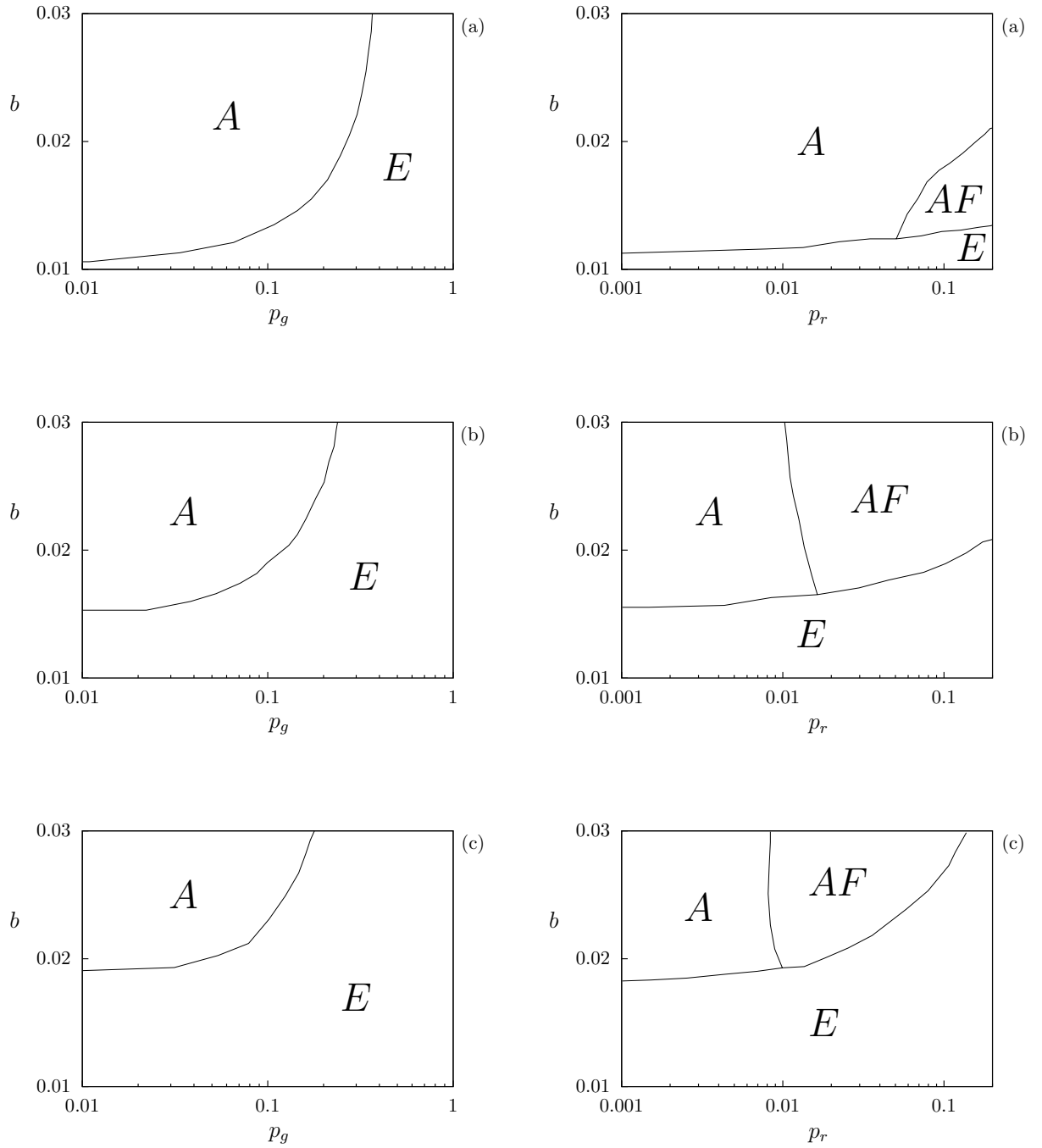


Figura 2.8: Comparación de diagramas de fase en el espacio de parámetros (p_g, b) y (p_r, b) entre redes de acoplamiento local mas global y redes de pequeño mundo, para grados: (a) $k = 4$, (b) $k = 8$ y (c) $k = 12$. En ambos casos, los parámetros de conexión, p_g y p_r estan en escala logarítmica para hacer la comparación apropiada.

*La esencia del conocimiento es,
teniendolo,
aplicarlo,
no teniendolo,
confesar tu ignorancia.*

Confucio

Conclusiones

La Sociofísica tiene entre sus objetivos principales hallar y comprender las variables esenciales que influyen en las propiedades globales de los sistemas sociales mediante la implementación de sistemas físicos análogos.

Esta tesis se basa en el modelo propuesto por Ross Hammond y Robert Axelrod [1] que permite simular el surgimiento y mantenimiento de la cooperación. El modelo se implementó sobre la plataforma de simulación ISyS, estudiándolo sobre redes con acoplamiento local mas global y redes de pequeño mundo.

Las topologías usadas en este estudio presentan diferencias esenciales en su estructura. En las redes de pequeño mundo, las conexiones entre los nodos para cada simulación son estáticas, no varían en el tiempo, mientras que, la estructura interna en las redes con acoplamiento local mas global usadas las conexiones son dinámicas, lo que significa que las conexiones para una simulación varían en cada iteración.

Existiendo estas diferencias estructurales entre las redes resalta el hecho que en ambos casos hay similitudes en los resultados:

- A partir de las gráficas mostradas en las figuras 2.4 y 2.7 se observa que para que surja y se mantenga el altruismo en el sistema, en las dos topologías de red empleadas, se requiere de un medio más benévolo a medida que aumenta el grado de vecindad.

- En la figura 2.8, al comparar los diagramas de fase en el espacio de parámetros con el eje p_g en escala logarítmica, se aprecia la similitud existente entre el comportamiento del sistema sobre redes de pequeño mundo y redes de acoplamiento local mas global. Para ambos tipos de redes la cooperación surge, según los grados de vecindad, aproximadamente en el mismo rango de benevolencia del entorno. Para una verificación más exacta de la similitud entre las regiones en los diagramas de fase, es interesante ampliar el estudio en el eje p_r en la red de pequeño mundo hasta el valor $p_r = 1$ para observar si los dominios de las regiones se extienden de forma similar al caso con red de acoplamiento local mas global. Esto no se realizó porque el estudio en la red de pequeño mundo se hizo dentro rango donde la red tiene propiedades de pequeño mundo.
- Las figuras 2.1, 2.2, 2.5 y 2.6 obtenidas sugieren que la transición de fase es de orden superior obteniendo un estimado de los valores críticos para que cual se da el cambio entre las fases.

La diferencia notable de los resultados obtenidos en los diagramas de fase de las figuras 2.4 y 2.7 para las dos topologías de redes, es que en las redes de pequeño mundo se observa una fase de altruismo con fluctuaciones, región AF , que no se observa en las redes de acoplamiento local mas global.

Con la finalidad de tener argumentos más válidos para la explicación de cómo se produce esta variación en la conformación de los individuos del sistema según su estrategia dominante, se sugiere realizar estudios detallados empleando otro tipo de redes, se propone usar redes libres de escala, redes de comunidades, redes coevolutivas o redes fractales.

Este trabajo de tesis es un ejemplo más de el aporte que puede hacer la física en múltiples disciplinas para generar conceptos y herramientas que permitan explicar y modelar fenómenos y propiedades de las dinámicas sociales. La necesidad propia de la física de universalizar la explicación de los fenómenos de la naturaleza es posible gracias a la nuevas áreas de estudio como es la sociofísica.

Bibliografía

- [1] Hammond, R. A. y Axelrod, R. 2006. Evolution of contingent altruism when cooperation is expensive. *Theor. Pop. Biol.* 69, 333-338.
- [2] Dawkins, R. *El gen egoísta*. Salvat (1993).
- [3] Wikipedia, the free encyclopedia - Category: The Evolution of Cooperation. Marzo 2010:
<http://en.wikipedia.org/wiki/Cooperation>;
http://en.wikipedia.org/wiki/The_Evolution_of_Cooperation.
- [4] Van den Assem, M. J., Van Dolder, D. y Thaler, R. H. 2010. Split or Steal? Cooperative Behavior When the Stakes are Large. Social Science Electronic Publishing.
- [5] McMurtry, J. 1991. How Competition Goes Wrong. *Journal of Applied Philosophy*.
- [6] Axelrod, R. *La complejidad de la cooperación*. Fondo de Cultura Económica (2003).
- [7] Hamilton, W. D. 1964. The genetical evolution of social behaviour. I and II. *J. Theor. Biol.* 7, 1-52.
- [8] Axelrod, R. *The Evolution of Cooperation*. Basic Books (1984).
- [9] Axelrod, R. y Hamilton, W. D. 1981. The Evolution of Cooperation. *Science*. 211, 1390-1396.

- [10] Wikipedia, the free encyclopedia - Category: Game Theory. Marzo 2010:
http://en.wikipedia.org/wiki/Game_theory;
http://en.wikipedia.org/wiki/Prisoner's_dilemma.
- [11] Turocy, T. y von Stengel, B. 2001. Game Theory. CDAM Research Report LSE-CDAM-2001-09.
- [12] Newman, M. 2008. The physics of networks. *Physics Today*. pp. 33-38.
- [13] Pineda, M. Patrones espaciotemporales en sistemas caóticos con interacciones locales y globales. Tesis de Licenciatura, Universidad de Los Andes (2001).
- [14] Gonzalez, J. C., Eguíluz, V., Cosenza, M. G., Klemm, K., Herrera, J. L. y San Miguel, M. 2006. Local versus global interactions in nonequilibrium transitions: A model of social dynamics. *Physical Review*.
- [15] Cosenza, M. G., Pineda, M. y Parravano, A. 2003. Emergence of patterns in driven and in autonomous spatiotemporal systems. *Physical Review*.
- [16] Gonzalez, J. C. Introducción de Tesis Doctoral. Universidad de Los Andes.
- [17] Costa, L., Rodrigues, F. y Travieso, G. 2006. Characterization of Complex Networks: A Survey of Measurements.
- [18] Dorogovtsev, S. N. y Mendes J. F. 2004. The shortest path to complex networks.
- [19] Wikipedia, the free encyclopedia - Category: Network Theory. Junio 2010:
http://en.wikipedia.org/wiki/Network_theory;
http://en.wikipedia.org/wiki/Clustering_coefficient;
http://en.wikipedia.org/wiki/Average_path_length.
- [20] Herrera, J. L. Modelo dinámico de la influencia del entorno en redes sociales de pequeño mundo. Tesis de Licenciatura, Universidad de Los Andes (2005).
- [21] Watts, D. J. y Strogatz, S. H. 1998. Collective dynamics in “smallworld” networks. *Nature*.
- [22] Reka, A. y Barabasi, A. 2002. Statistical mechanics of complex networks. *Reviews of Modern Physics*, V. 74.

- [23] González, J. C. Efecto de la propaganda en un modelo dinámico espaciotemporal de influencia cultural. Tesis de Licenciatura, Universidad de Los Andes (2003).
- [24] Moreno, J. Desarrollo de un algoritmo para generar redes apolonias y su aplicación en dinámica social. Tesis de Licenciatura, Universidad de Los Andes (2010).