



Universidad de los Andes
Mérida-Venezuela
Seminario

Modelos Epidemiológicos

Sobre Redes Complejas

Br. Ivana Rondón

Centro de Física Fundamental
Grupo de Caos y Sistemas Complejos
<http://www.ciens.ula.ve/cff/caoticos>



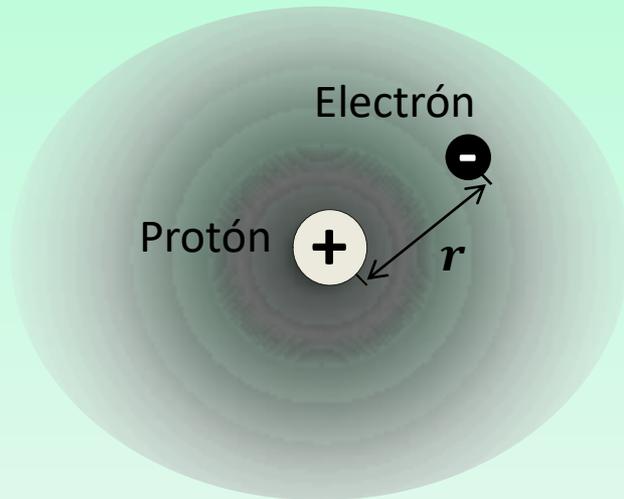
¿Qué es un modelo?



Representación abstracta, conceptual, física, gráfica o visual de la realidad que permite explicar un fenómeno en particular

Algunos modelos matemáticos

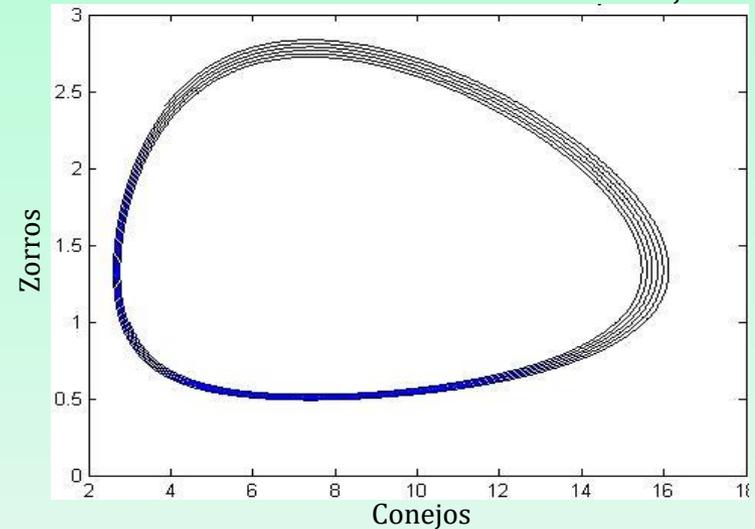
El Átomo de Hidrógeno



$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla_e^2 - \frac{\hbar^2}{2m_p} \nabla_p^2 + V(r) \right] \psi(\vec{r}_e, \vec{r}_p, t) = i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}_e, \vec{r}_p, t)}{\partial t}$$

Modelo de Lotka-Volterra

Población de zorros en función de la de conejos

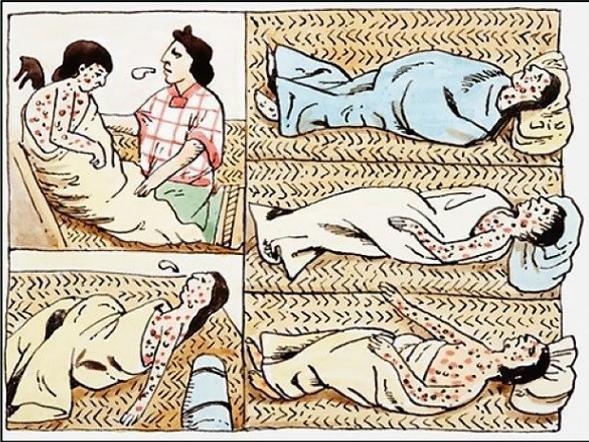


$$f_1(c, z) = \dot{c} = \alpha c - \beta cz$$

$$f_2(c, z) = \dot{z} = -\gamma z + \delta cz$$

¿Por qué el interés en los Modelos Epidemiológicos?

Viruela



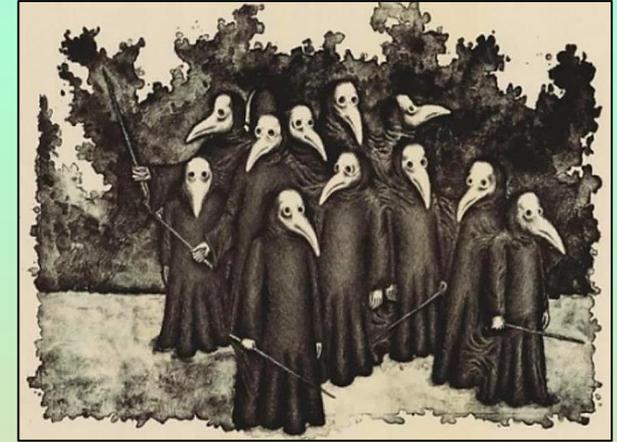
Más de 300 millones

Sarampión



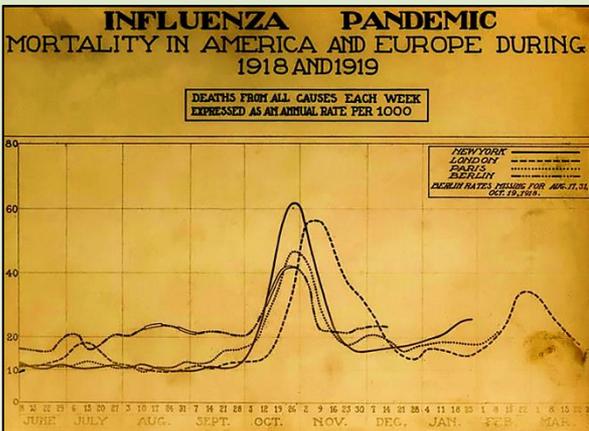
Más de 200 millones

Peste negra



Unos 75 millones

Fiebre Española



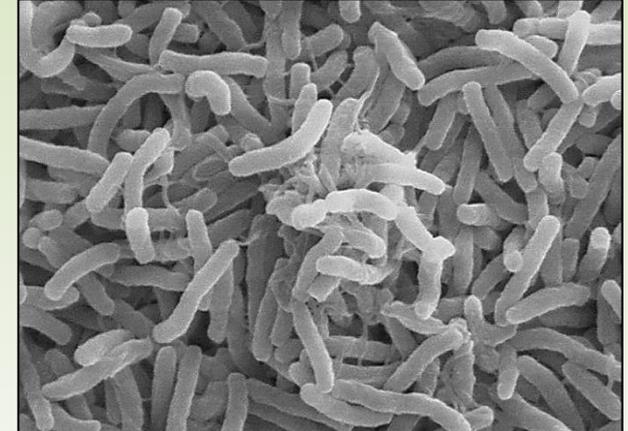
Entre 50 y 100 millones

Tifus



Unos 4 millones

Cólera



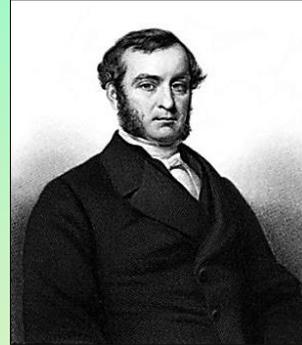
Alrededor de 3 millones

Breve historia de los Modelos Epidemiológicos



Daniel Bernoulli

Primer modelo matemático
Estudió la efectividad de las técnicas del cálculo de variacional, utilizando la viruela como enfermedad (1760)



William Heaton Hamer

Modelo discreto (sarampión)
Postuló que el curso de una epidemia depende de la tasa de contactos entre individuos susceptibles e infectados, uno de los conceptos más importantes en la epidemiología matemática (1906)



Sir Ronald Ross

Modelo epidemiológico empleando ecuaciones diferenciales (Enfermedad modelada: La malaria)
(1911)

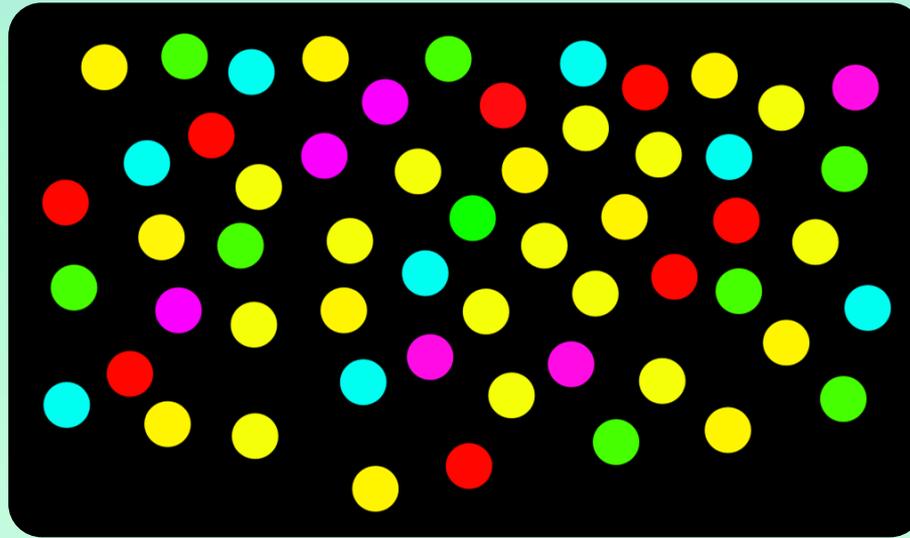


William Kermack y Anderson Gray McKendrick

Modelo matemático basado en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (peste negra)
Primer modelo compartimental.
(1927)

Modelos Epidemiológicos Compartimentales

 = Nodo



Población

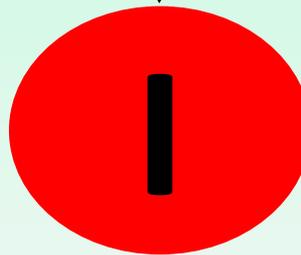
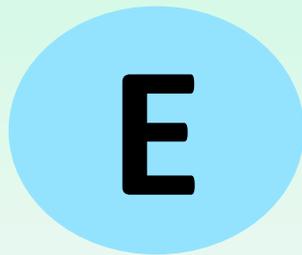
Susceptibles

Incubación

Infectados

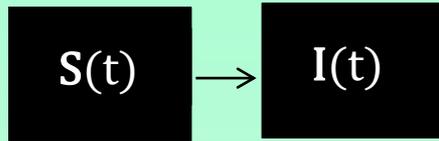
Recuperados

Inmunidad pasiva

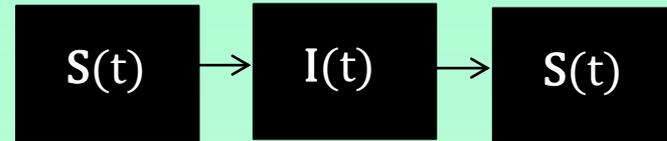


Modelos compartimentales más usados

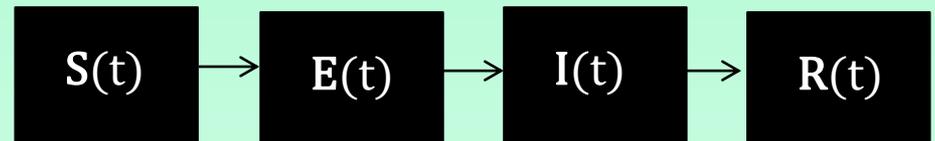
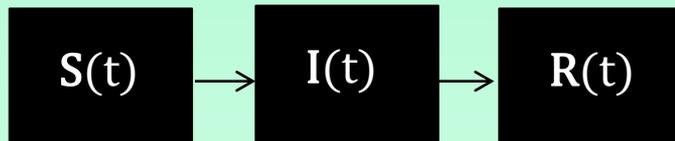
SI (VIH)



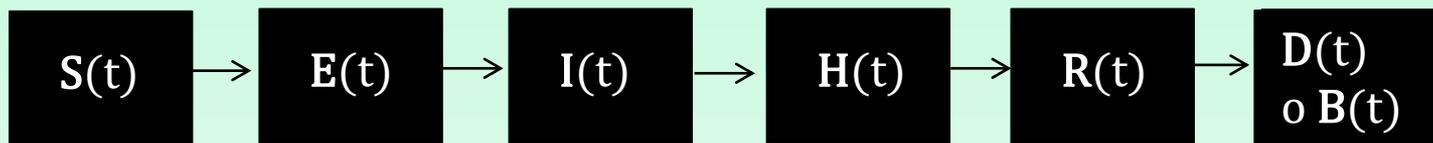
SIS (Enfermedades de transmisión sexual)



SIR y SEIR (Enfermedades como el sarampión y rubéola)



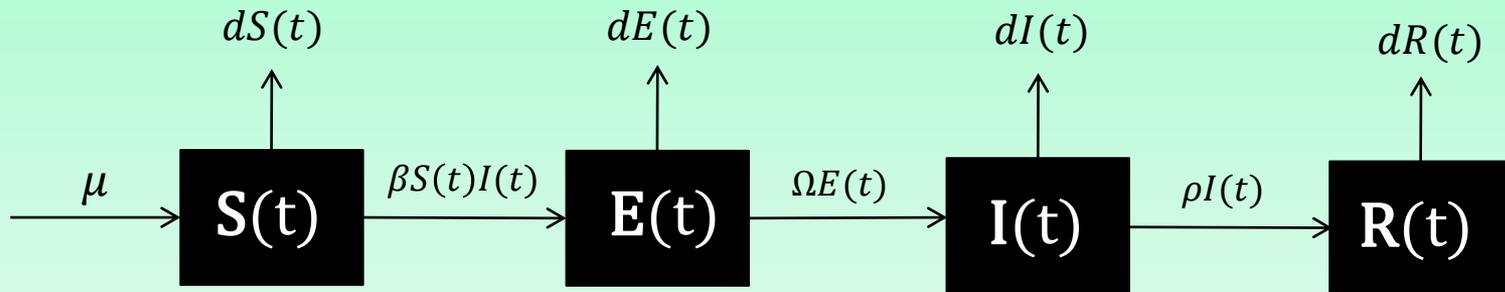
BE- CoDiS (Between Countries Disease Spread) (Ébola)



Existen otros tipos de modelos epidemiológicos en el que se supone un vector de contagio, el cual representa un insecto que transporta el virus.

Modelo Epidemiológico SEIR

En diagrama de Flujo



En ecuaciones diferenciales

$$\frac{dS}{dt} = \mu - dS(t) - \beta I(t)S(t) \quad (1)$$

$$\frac{dE}{dt} = \beta I(t)S(t) - (d + \Omega)E(t) \quad (2)$$

$$\frac{dI}{dt} = \Omega E(t) - (d + \rho)I(t) \quad (3)$$

$$\frac{dR}{dt} = \rho I(t) - (d)R(t) \quad (4)$$

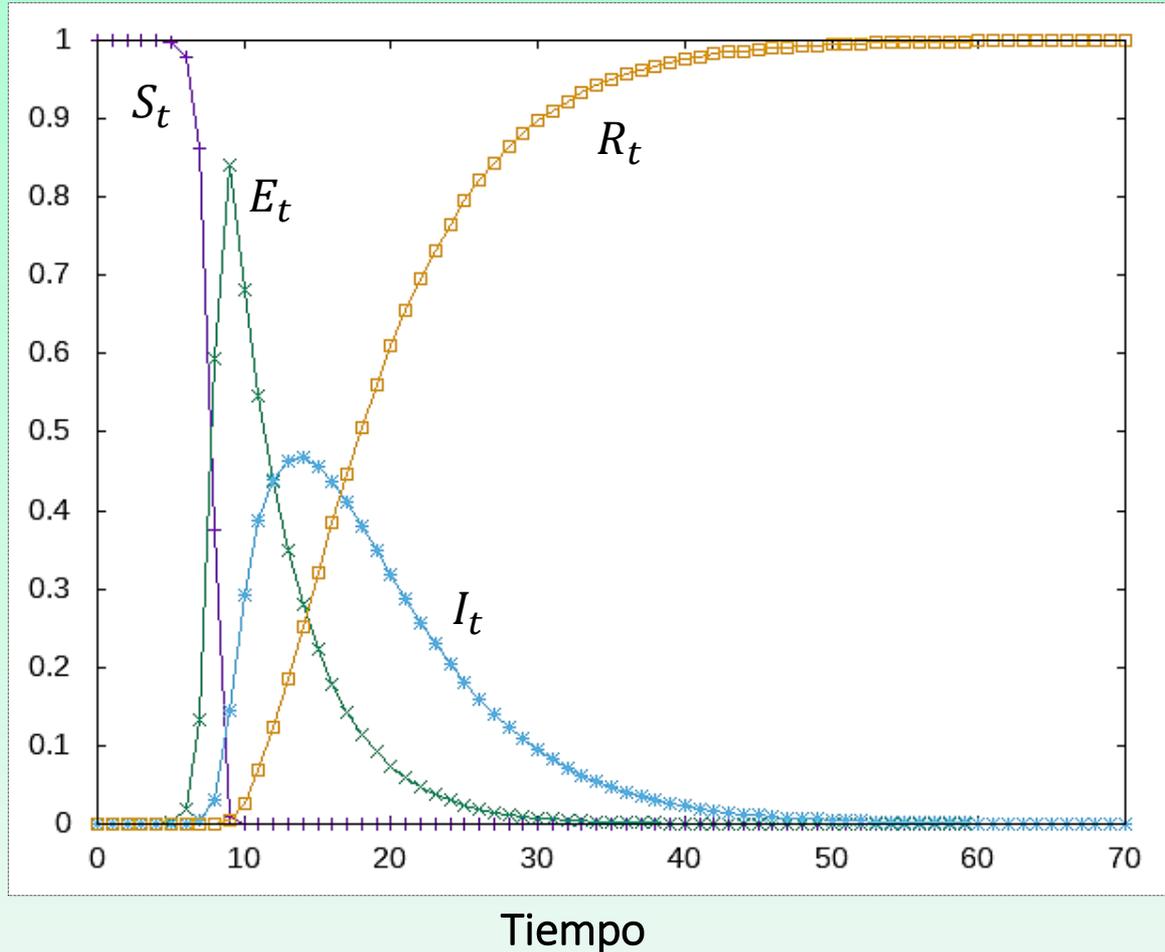
$$N = S + E + I + R$$

N = Número de individuos
 μ = tasa promedio de nacimientos
 d = tasa promedio de muertes
 β = tasa promedio de transmisión
 ρ = tasa de recuperación
 Ω = tasa de incubación del virus

Periodo de incubación: Ω^{-1}
Periodo de recuperación: ρ^{-1}

Fracción de Individuos de cada estado del modelo SEIR en función del tiempo

Fracción del total de individuos



No se considera La tasa de muertes ni de nacimientos

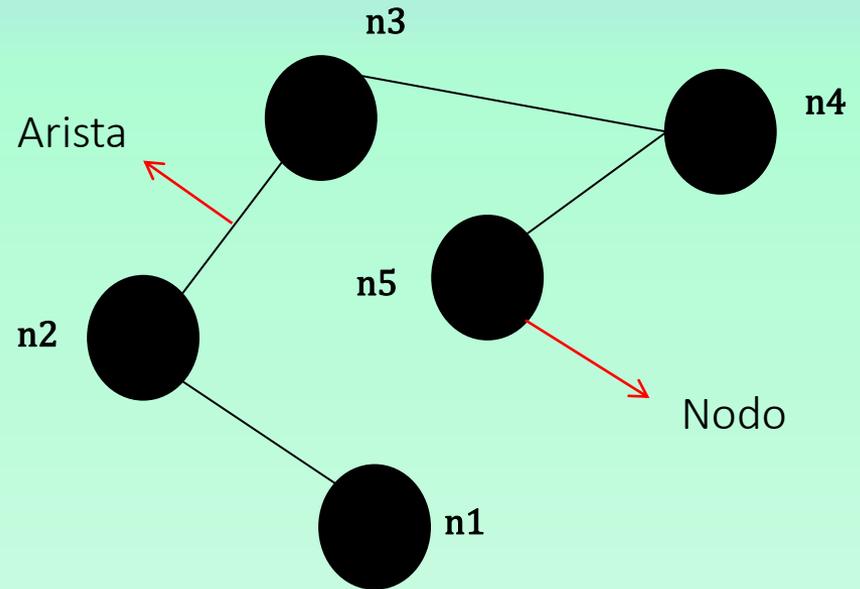
Las Redes Complejas

¿Qué es una red?

Conjunto de puntos etiquetados, cada par de los cuales puede o no estar unido por líneas. (Grafo)

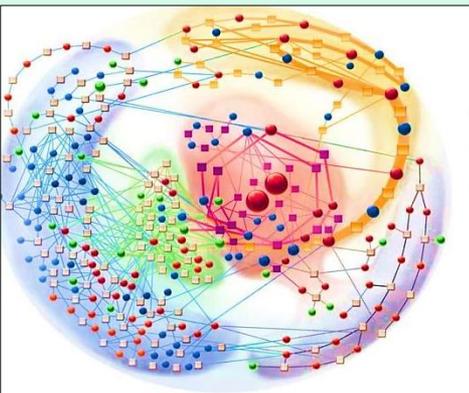
Representación matricial

	n1	n2	n3	n4	n5
n1	0	1	0	0	0
n2	0	0	1	0	0
n3	0	1	0	0	0
n4	0	0	1	0	0
n5	0	0	0	1	0

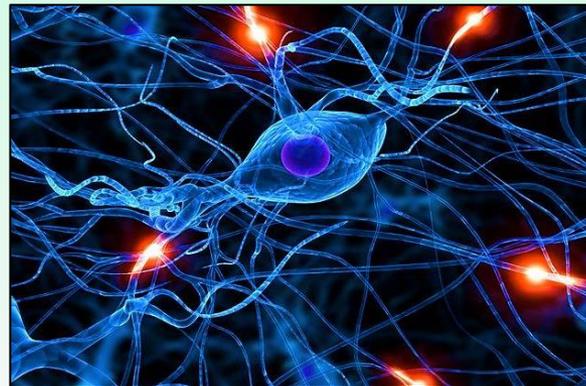


Sistemas complejos que se pueden modelar con redes

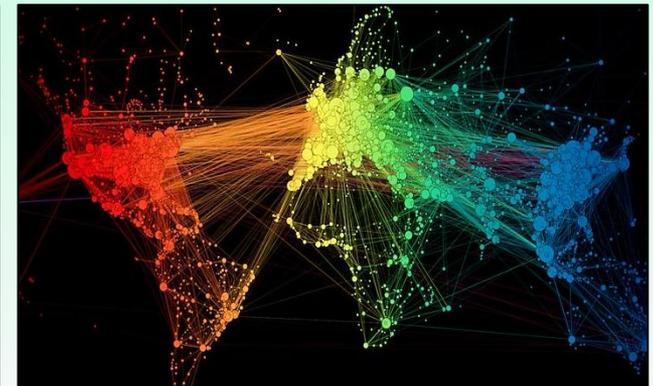
Metabólicas



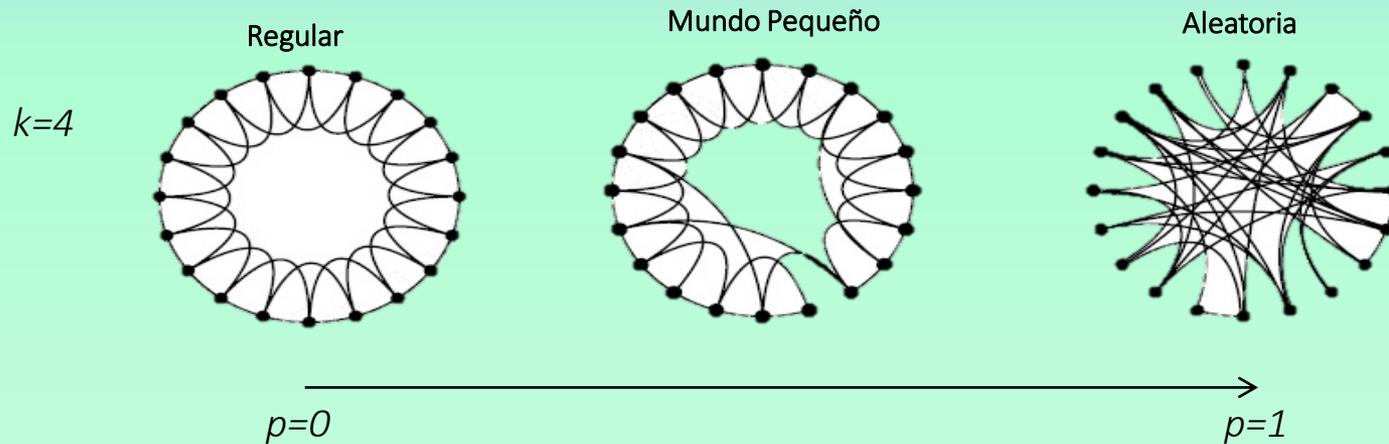
Neuronales



Rutas Aéreas



Redes de pequeño mundo (Small - World Networks)



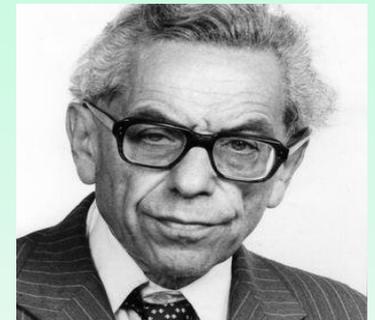
Término Small – World → Experimento de Stanley Milgram → ¡Solo 6 grados de separación!

Número de Erdős

¿Que tan lejos se está de haber colaborado con Paul Erdős?

Número de Erdős del Profesor Kay Tucci:

- 1) P. Erdős, M. Kac, Amer. J. Math. 62, 738 (1940)
- 2) B. Gaveau, T. Jacobson, M. Kac, L. Schulman, Phys. Rev. Lett. 53 , 419 (1984)
- 3) B. Gaveau, J. T. Hynes, R. Kapral, M. J. Moreau, J. Stat. Phys. 56, 879 (1989)
- 4) K. Tucci, R Kapral, J. Chem. Phys. 120, 8262 (2004)



Las redes de pequeño mundo son las más utilizadas en los Modelos Epidemiológicos

Modelos Epidemiológicos en Algunas Redes Complejas

Con Redes de pequeño mundo

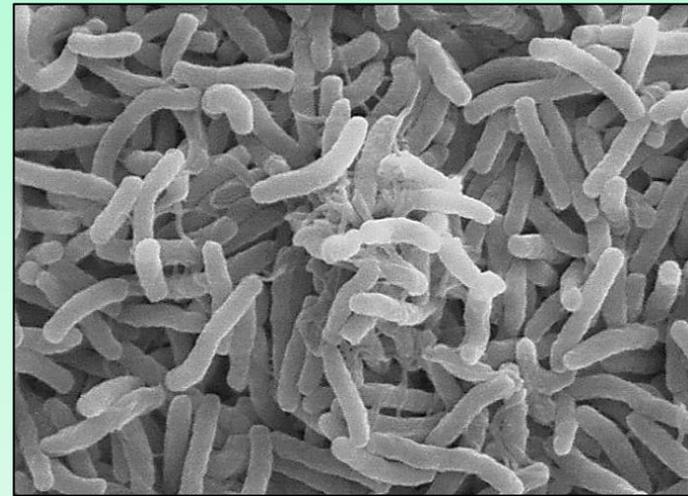
Boots & Sasaki [1] usaron modelos epidemiológicos basados en redes de pequeño mundo para estudiar el modo de transmisión de dos enfermedades:

Malaria



(Mosquito)

Cólera

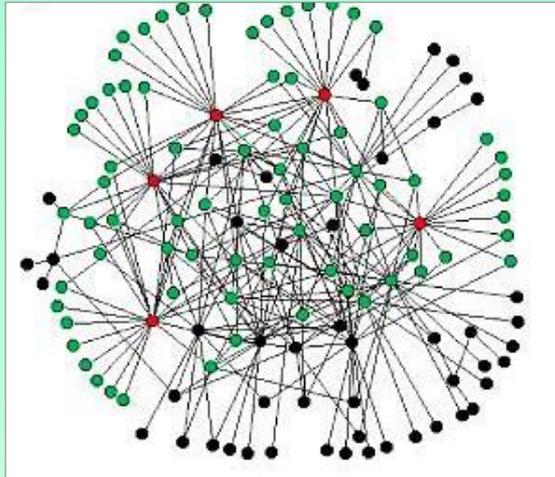


(Agua)

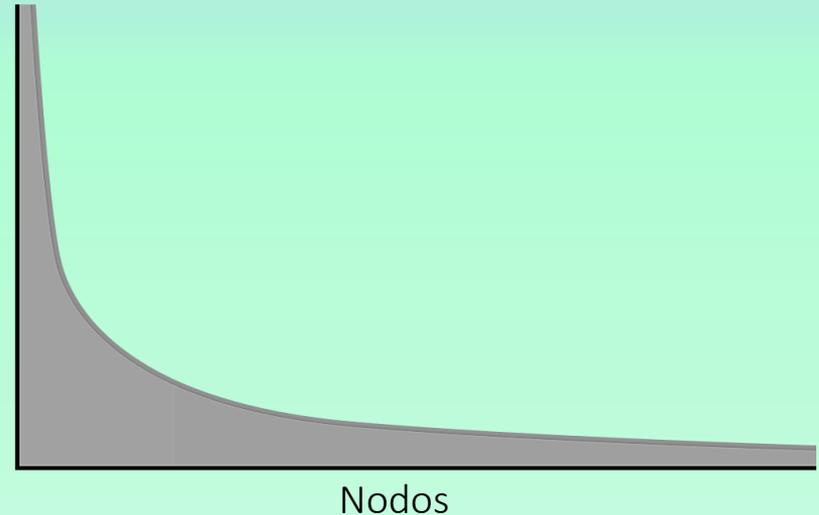
La malaria o el cólera tienen modos de transmisión que no requieren contacto directo

[1] M. Boots and A. Sasaki, 'Small worlds' and the evolution of virulence: infection occurs locally and at a distance, *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences* 266 (1999), no. 1432, 1933–1938.

Con Redes de Libre Escala (Scale free networks)



Enlaces

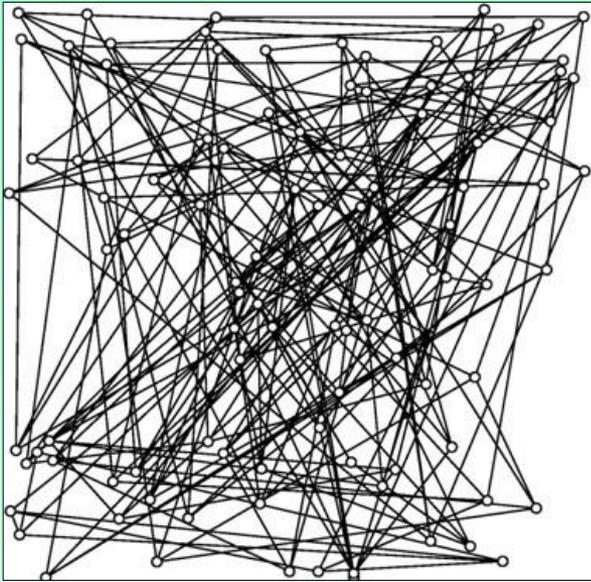


Muchas redes sociales parecen tener una distribución exponencial. En particular, las redes de contactos sexuales tienen esta distribución

Los nodos altamente conectados representan a los individuos super contagiosos. La identificación de estos individuos es muy importante; en particular, en caso de existir una vacuna, ellos deben hacer parte del objetivo principal de los planes de vacunación.

Enfermedades de Transmisión sexual[2]

Con Redes Aleatorias

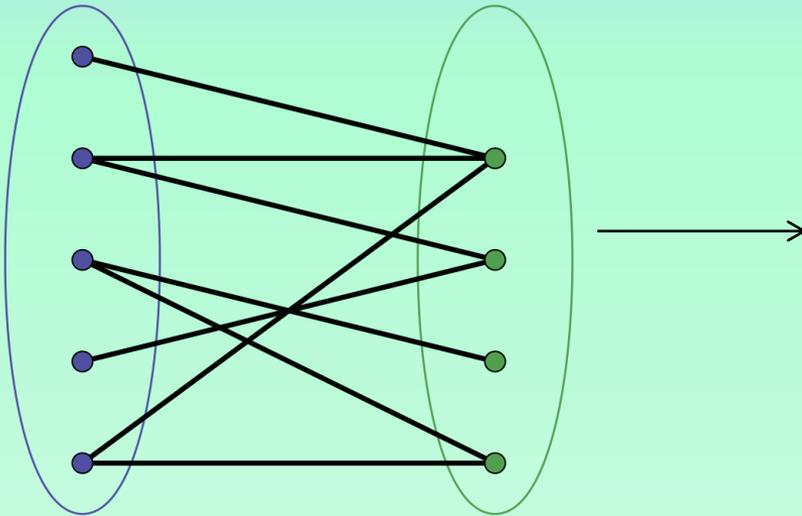


La posición espacial de los individuos es irrelevante y las conexiones se forman al azar.

Cada individuo tiene un número fijo de contactos a través de los cuales se puede propagar la infección

La dinámica de epidemias con redes aleatorias es análogo a considerar un modelo epidemiológicos SIR utilizando una población aleatoriamente mixta [2]

Con Redes Bipartitas



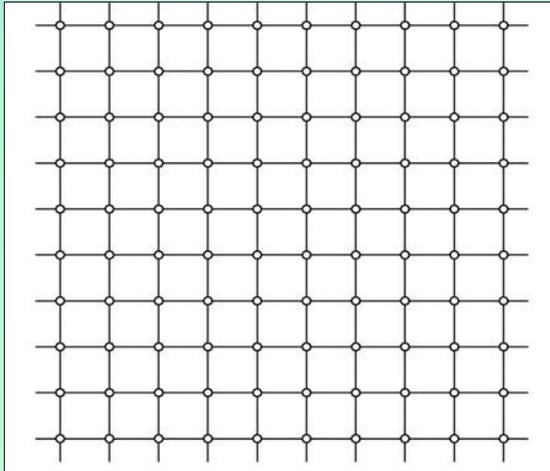
Conjunto de vértices separados en dos grupos, de manera que las aristas sólo pueden conectar vértices de un conjunto con vértices del otro

Se han utilizado redes bipartitas para modelar los patrones de contacto físico que resultan de movimientos de individuos entre ubicaciones específicas[3]. En [3], además, a gran escala se analizó las estrategias de mitigación de la propagación de la viruela.

Los resultados sugieren que los brotes pueden ser contenidos por una estrategia de vacunación dirigida combinada con detección temprana sin recurrir a la vacunación masiva de una población.

[3]Stephen Eubank, Hasan Guclu, V. S. Anil Kumar, Madhav V. Marathe, Aravind Srinivasan, Zoltán Toroczkai & Nan Wang. Modelling disease outbreaks in realistic urban social networks. Nature 429, 180–184 (2004)

Con Redes tipo Lattice



Los individuos se colocan en una cuadrícula regular de puntos, generalmente en dos dimensiones, y los individuos adyacentes están conectados; por lo tanto, los contactos se localizan en el espacio.

Capturan muchos de los aspectos de la propagación de la infección en un paisaje espacialmente extendido.

Rhodes y colaboradores [3,4] han utilizado estas redes para explicar el comportamiento observado de tres infecciones infantiles:

Sarampión



Tos Ferina



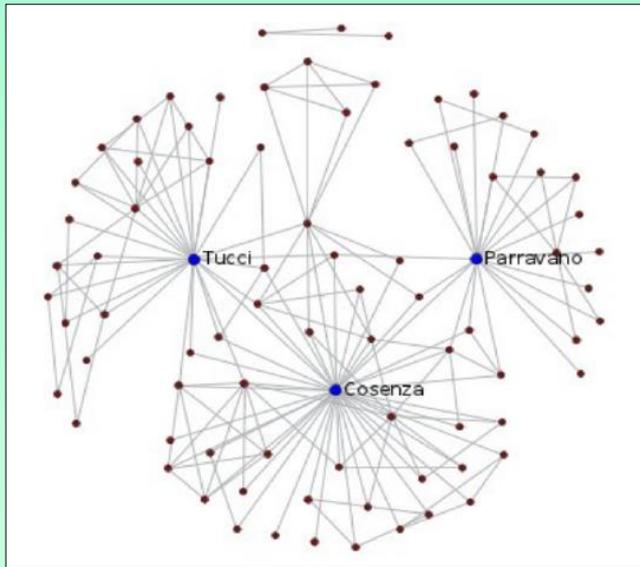
Parotiditis (Paperas)



[3] Rhodes CJ, Anderson RM. Epidemic thresholds and vaccination in a lattice model of disease spread *Teor Popul. Biol.* 1997; 52 : 101–118.

[4] Rhodes CJ, Jensen HJ, Anderson RM. On the critical behaviour of simple epidemics. *Proc. R. Soc. B.* 1997; 264 : 1639-1646.

Con Estructura de Comunidades



Red de colaboración científica en el Grupo de Caos y Sistemas Complejos de la Universidad de los Andes en Mérida, Venezuela

Utilizando algunas propiedades de redes Small World y aplicando la dinámica SEIR:

Se Modeló la Gripe AH1N1 del 2009 ocurrida en Mérida, Venezuela[5]

Se Construyen 5 comunidades
(Mérida, El Vigía, Páramo, Mocotíes, Lagunillas)



Se Aplica la Dinámica SEIR



Se estudian las curvas
(El mejor ajuste: curva de los Incubados)

Conclusiones

Los modelos matemáticos permiten explicar el comportamiento de diversos sistemas en muchas áreas, basado comúnmente en ecuaciones en donde cada variable representa un estado del sistema o una característica que permita describir su evolución o comportamiento.

Existe gran interés en los modelos epidemiológicos, dado que supone una solución para erradicar o prevenir, de una manera más eficiente, enfermedades infecciosas.

El avance en redes complejas y en ciencia computacional ha sido de gran ayuda para modelar sistemas que siglos anteriores eran imposibles de predecir.

El modelo epidemiológico SEIR utilizando estructura de comunidades dio buenos resultados en predecir el comportamiento de la pandemia del 2009 de gripe AH1N1 en el estado Mérida.

Referencias

- 1) El blog de la Galicia Máxica «Peste negra» <https://www.galiciamaxica.eu/blog/la-peste-negra-de-1569-en-vigo/> [Último acceso: 31 Mayo 2019]
- 2) Expansion «Viruela» <https://expansion.mx/salud/2011/05/17/la-oms-decidira-el-destino-de-las-ultimas-muestras-de-viruela-del-mundo> [Último acceso: 12 Mayo 2019]
- 3) Wikipedia «Sarampión» <https://es.wikipedia.org/wiki/Sarampi%C3%B3n> [Último acceso: 12 Mayo 2019]
- 4) Sonria «Tifus» <https://www.sonria.com/glossary/tifus-tifo/> [Último acceso: 12 Mayo 2019]
- 5) Wikipedia «Fiebre española» https://es.wikipedia.org/wiki/Pandemia_de_gripe_de_1918 [Último acceso: 12 Mayo 2019]
- 6) MateWiki «Modelo Lotka-Volterra » [https://mat.camino.upm.es/wiki/Modelo_Depredador-Presa_de_Lotka-Volterra_\(grupo_16\)](https://mat.camino.upm.es/wiki/Modelo_Depredador-Presa_de_Lotka-Volterra_(grupo_16)) [Último acceso: 31 Mayo 2019]

- 7) Medium en español «Redes neuronales» <https://medium.com/espanol/avances-en-redes-neuronales-705c2efe53d2> [Último acceso: 31 Mayo 2019]
- 8) Slide player «Redes metabólicas» <https://slideplayer.es/slide/11997939/> [Último acceso: 12 Mayo 2019]
- 9) Omicrono «Rutas de transporte aéreo»
<https://omicrono.elespanol.com/2016/06/mundo-red-de-transporte-aereo/>
[Último acceso: 31 Mayo 2019]
- 10) Computational Complexity «A Century of Erdős»
<https://blog.computationalcomplexity.org/2013/03/a-century-of-erdos.html>
[Último acceso: 31 Mayo 2019]
- 11) Free png «La Gripe, La Enfermedad, La Tos Ferina» <https://www.freepng.es/png-juhhj9/> [Último acceso: 05 Junio 2019]

