



Universidad de Los Andes
Centro de Física Fundamental
Grupo de Caos y Sistemas Complejos



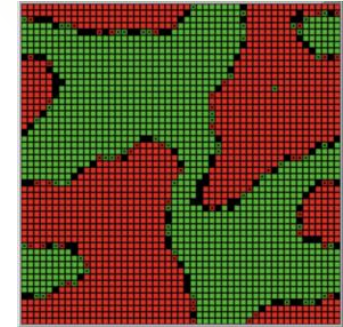
Efectos del Forzamiento Heterogéneo sobre Sistemas Multiestables

Samuel Contreras.

Tutor: Kay Tucci.

Multiestabilidad

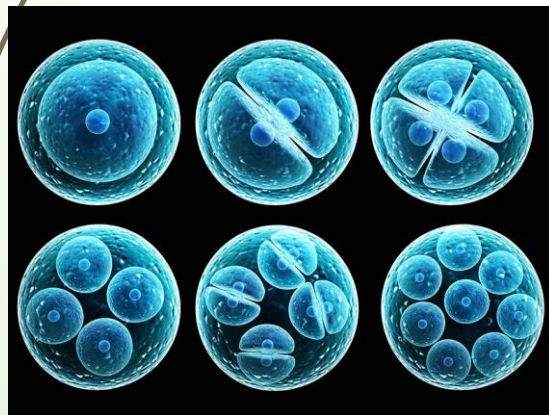
Posible coexistencia de estados estables diferentes



- En Biología
- En el Clima
- En los Sociedad

Estudiar el efecto del forzamiento heterogéneo sobre sistemas multiestables

- Modelo de Shelling
- Modelo de Miller-Huse
- Modelo de Defuant
- Quimeras
- Modelo de diseminación cultural de Axelrod



Modelo de Diseminación cultural propuesto por Robert Axelrod

¿Por qué somos multiculturales?



Probabilidad de Interacción



Atributos en común

Interacción

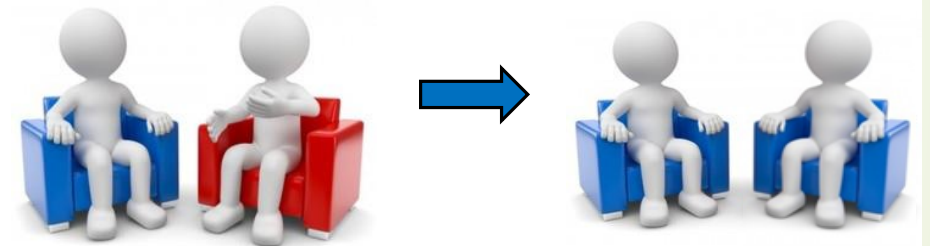


Mayor similitud

Agentes



Vector Cultural



F atributos culturales y q rasgos culturales

$$C_i = (\sigma_{i1}, \sigma_{i2}, \sigma_{i3}, \dots, \sigma_{iF})$$

$$\sigma_{if} \in \{0, \dots, q - 1\}$$

EL total de estados posibles es igual a q^F



Dinámica del Modelo de Axelrod

- Seleccionar al azar un agente i en el sistema (elemento activo).
- Seleccionar al azar un agente j perteneciente al entorno inmediato de i .
- Calcular la similitud cultural entre i y j definida por:

$$\lambda(i, j) = \sum_{f=1}^F \delta_{\sigma_{if}, \sigma_{jf}}$$

- Si $0 < \lambda(i, j) < F$ los elementos involucrados tienen una probabilidad de interactuar igual a:

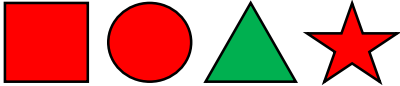
$$\lambda(i, j)/F$$

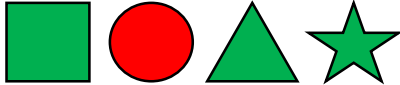
- En caso que haya interacción se escoge un atributo cultural σ_{ih} del agente activo, de forma que $\sigma_{ih} \neq \sigma_{jh}$ y luego se cambia su valor de forma tal que $\sigma_{ih} = \sigma_{jh}$

Interacción en el Modelo de Axelrod

► Ejemplo de la interacción:

Imaginemos un sistema con $F = 4$ y $q = 2$


$C_i =$ 

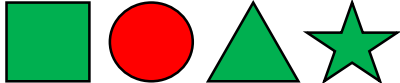
$C_j =$ 

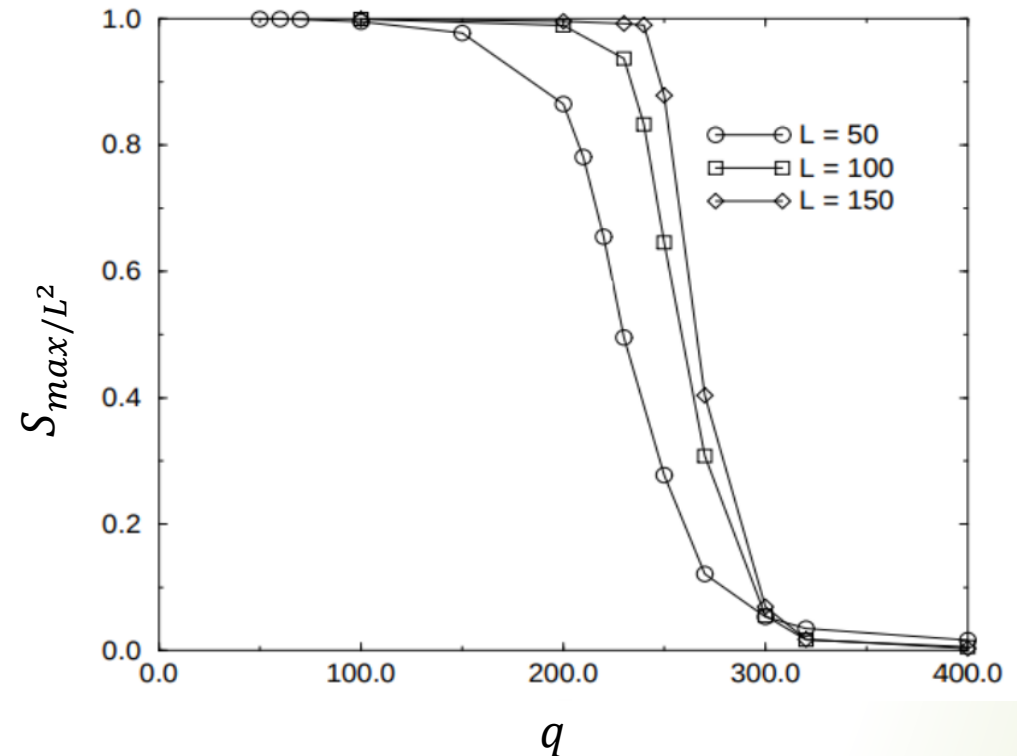
Probabilidad de interacción:

$$\frac{P(i,j)}{F} = \frac{2}{4} = 0,5$$

Si interactúan:

$C_i =$ 

$C_j =$ 



Comportamiento del dominio mas grande S_{max} entre el tamaño del sistema L^2 vs q para tres diferentes tamaños del sistema con $F = 10$

Nuestro Modelo

Estudiar el efecto del forzamiento heterogéneo en sistemas multiestables

Definiendo los tipos de forzadores llamados **"influencers"**

Ajustando los parámetros de la dinámica

Estudiando diferentes condiciones iniciales

Determinando la distribución espacial y solapamiento

Introduciendo dos tipos de **"influencers"** al sistema



Los “*Influencers*” o líderes

Afectan a su entorno → El entorno no los afecta

k tipos de “*Influencers*” → Λ solapamiento entre ellos

Con vectores culturales de la forma:

$$C_i^k = (\sigma_1^k, \sigma_2^k, \dots, \sigma_F^k) \text{ con } k = 1, 2$$

$$\sigma_f^k \in \{0, \dots, q - 1\}$$

$$\Lambda = \frac{\sum_F \delta_{\sigma_f^1} \delta_{\sigma_f^2}}{F}$$

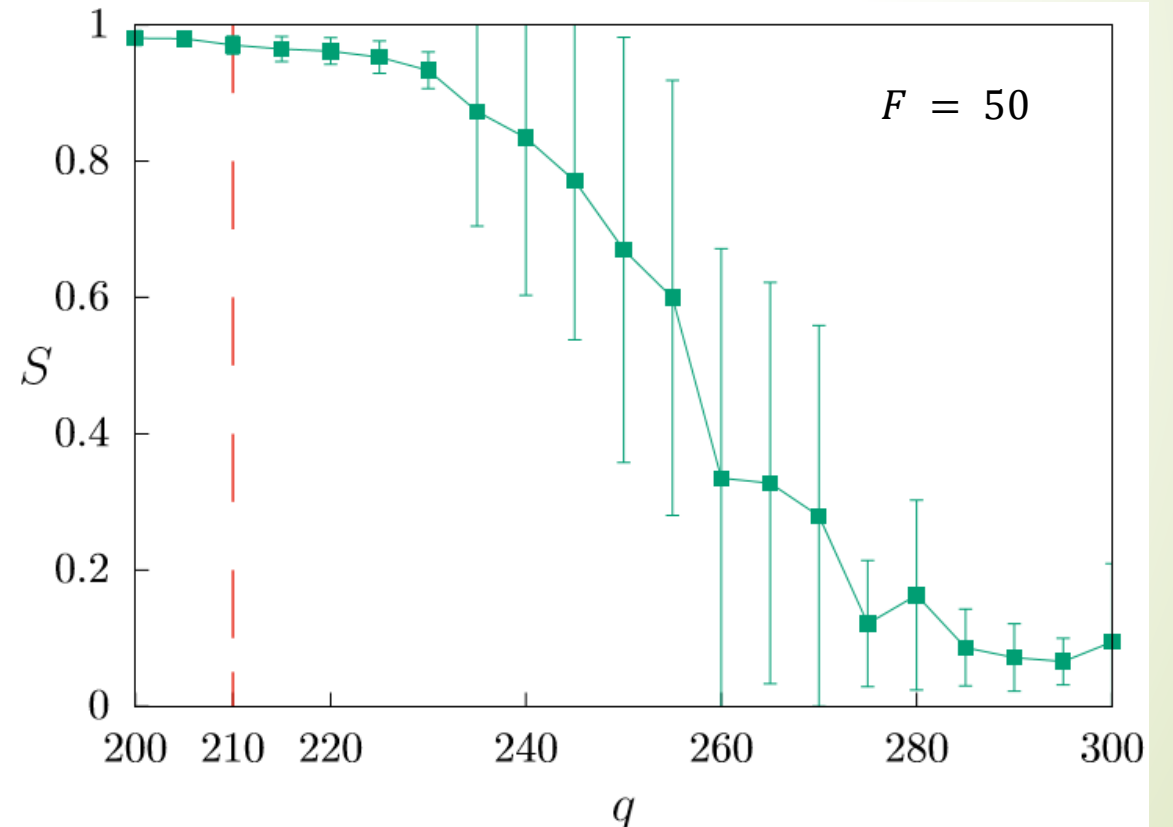
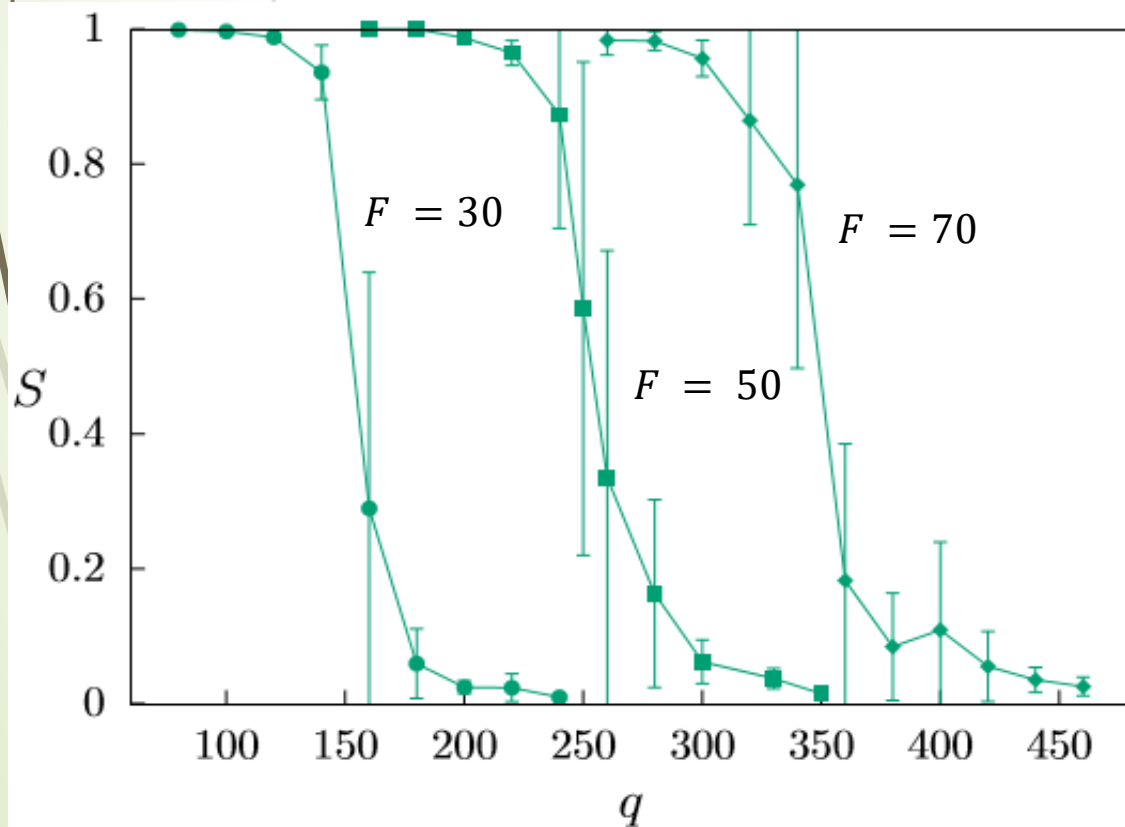


vs.



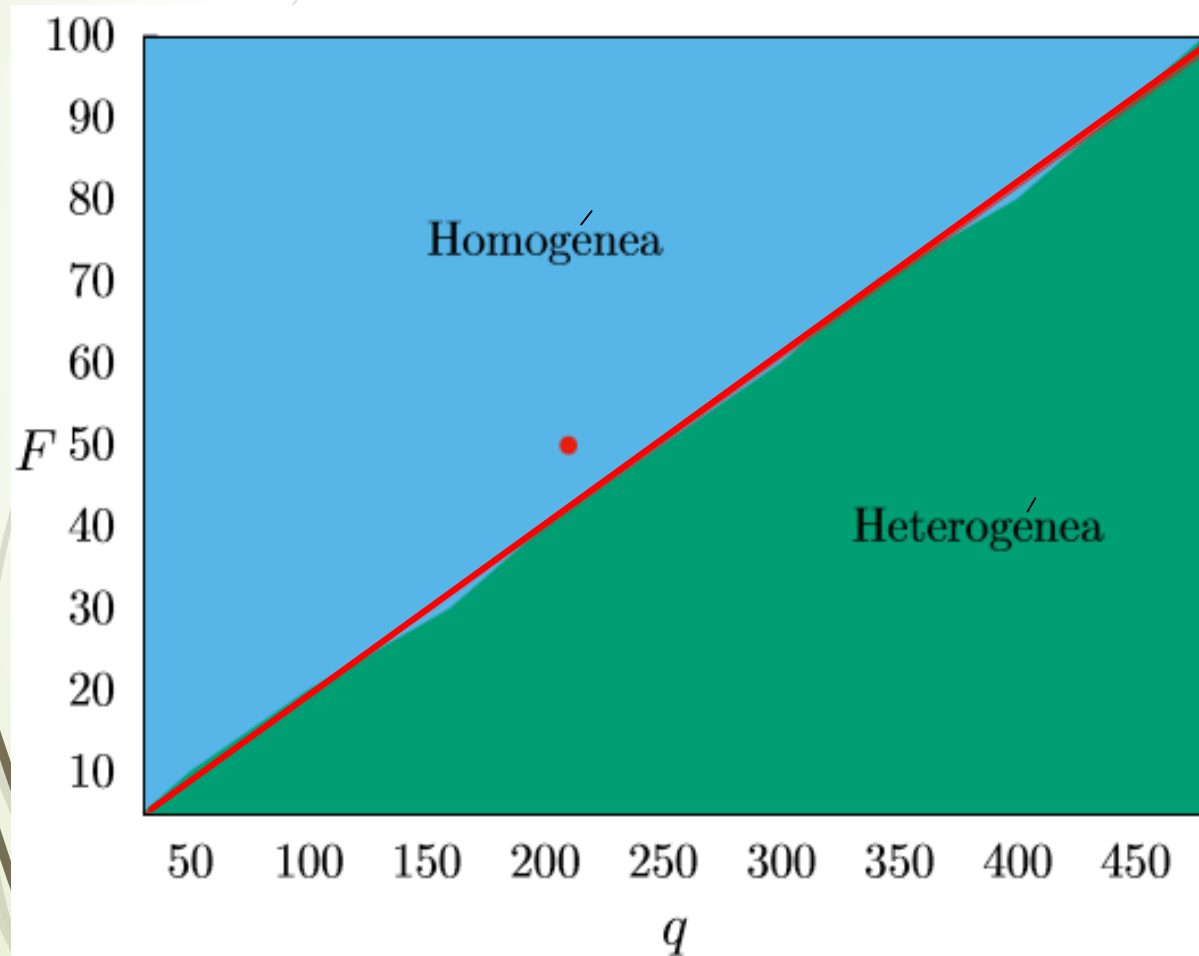
Ajustando los Parámetros

Comportamiento del sistema sin **"influencers"** para $N = 50 \times 50$ para un $t = 4 \times 10^4$ pasos de Monte Carlo. Usando como parametro de orden el tamaño del dominio mas grande normalizado S contra el numero de atributos q



Ajustando los Parámetros

Diagrama de Fases para el espacio de parámetros (F, q) .



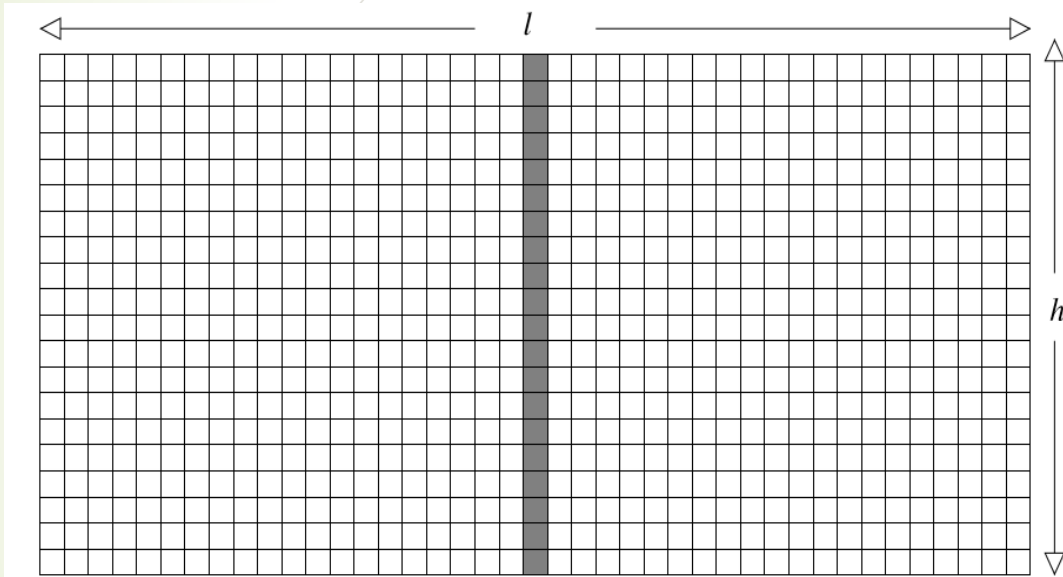
La interfase entre ambos estados del sistema sigue aproximadamente la forma:

$$q_c = (4,81)F + 1,474$$

Punto $(F = 50, q = 210)$ fijado para la investigación

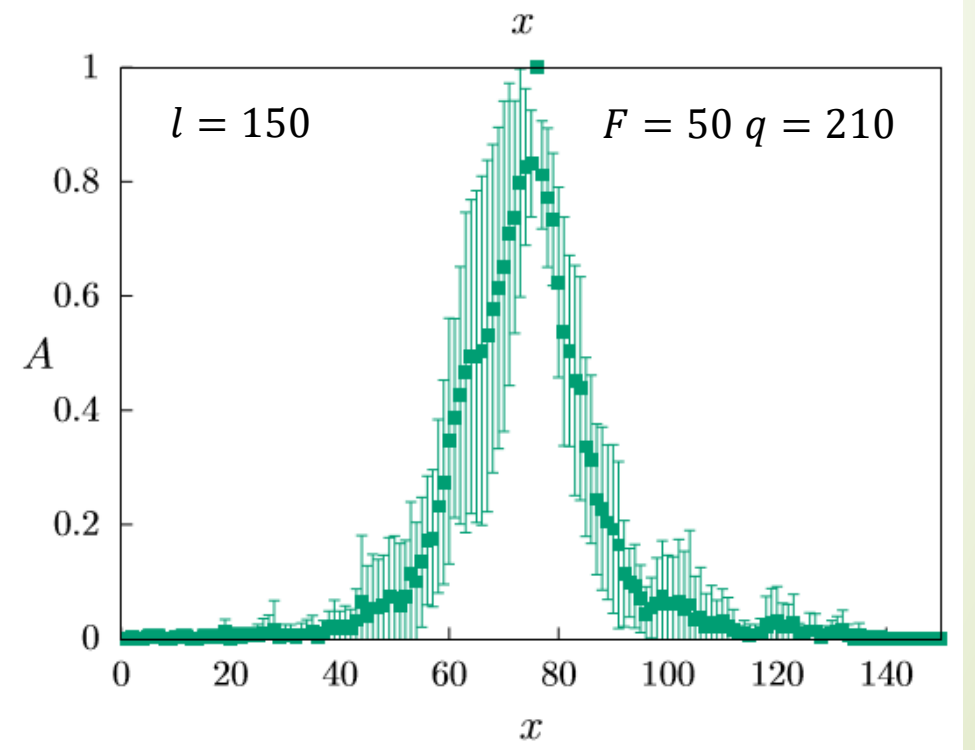
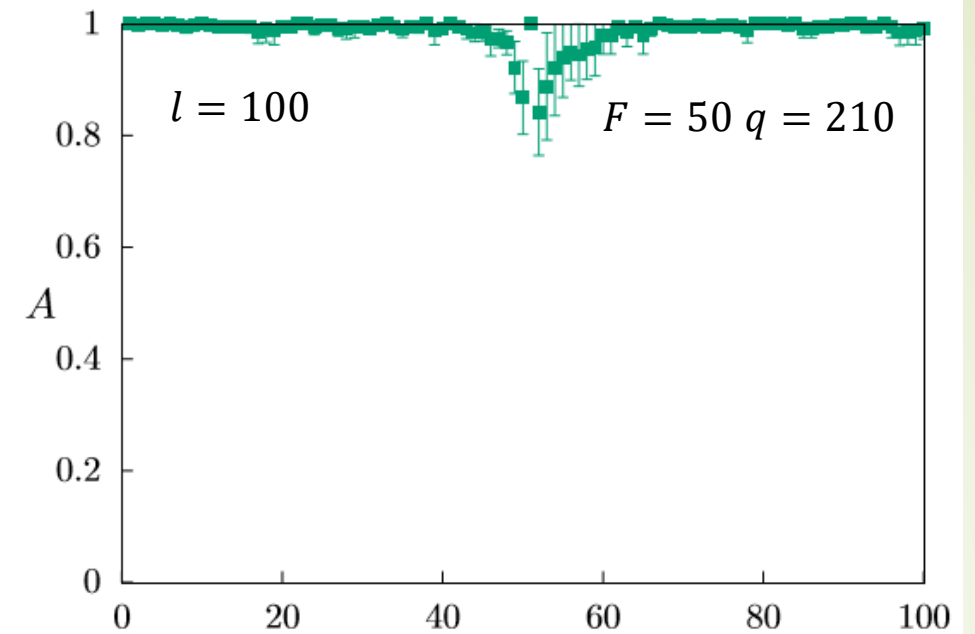
Distribuyendo a los "influencers"

Sistema con una densidad de "influencers" $\rho = 1$



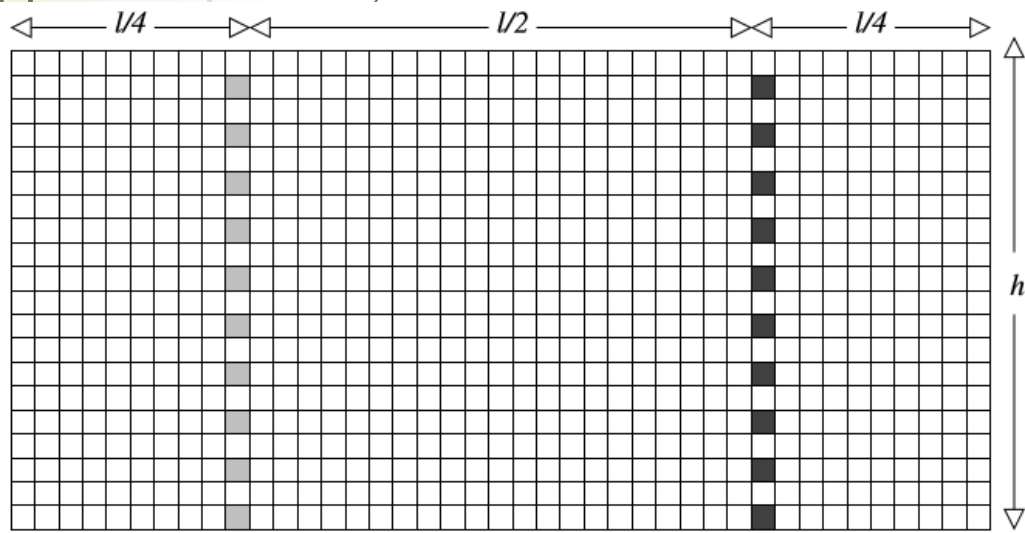
$$\lambda^k(i) = \sum_F \delta_{\sigma_{if}} \delta_{\sigma_f^k}$$

$$a_i^k = \frac{\lambda^k(i)}{F} \quad A = \frac{1}{h} \sum_{i \in x} a_i^k \quad \text{con } x = 1, 2, \dots, l$$

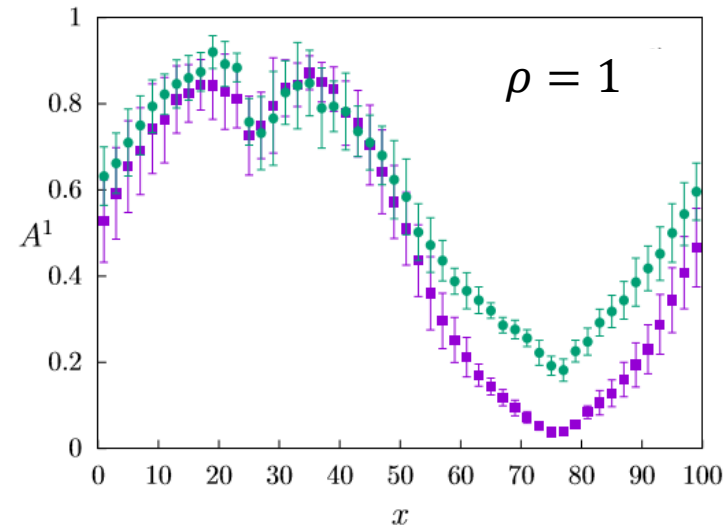
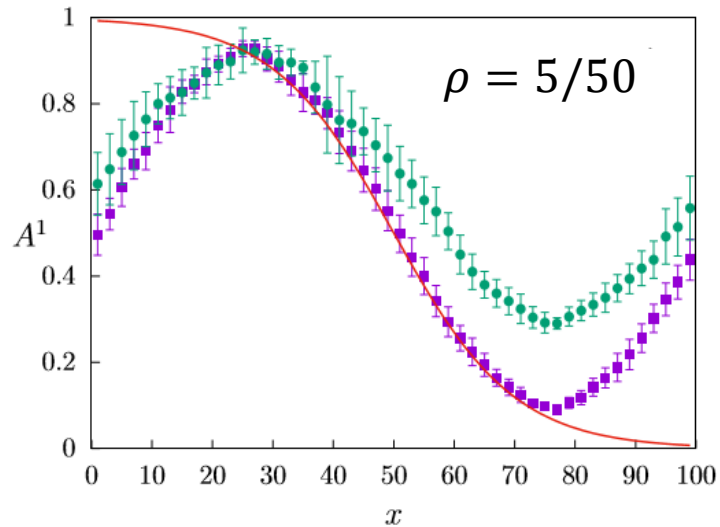
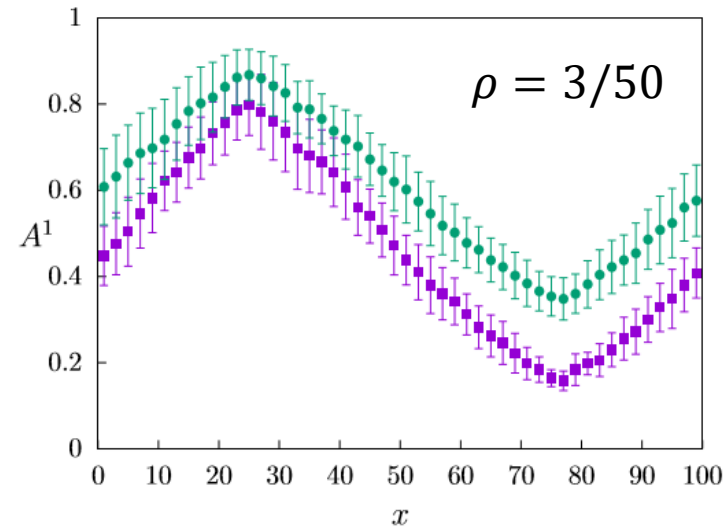
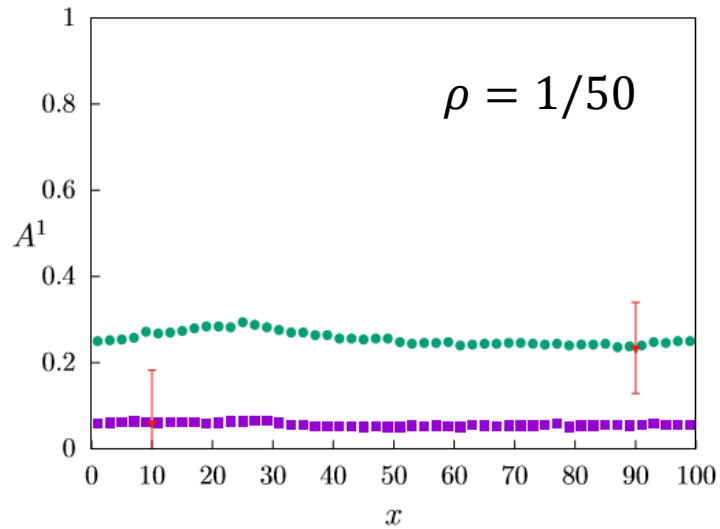


Estudiando los efectos de los "influencers"

Solapamiento entre "influencers" de
 $\Lambda = 0,06$ morado
 $\Lambda = 0,26$ verde
para diferentes valores de ρ
para un $t = 1,6 \times 10^5$ pasos de Monte Carlo y una distancia $d = 50$

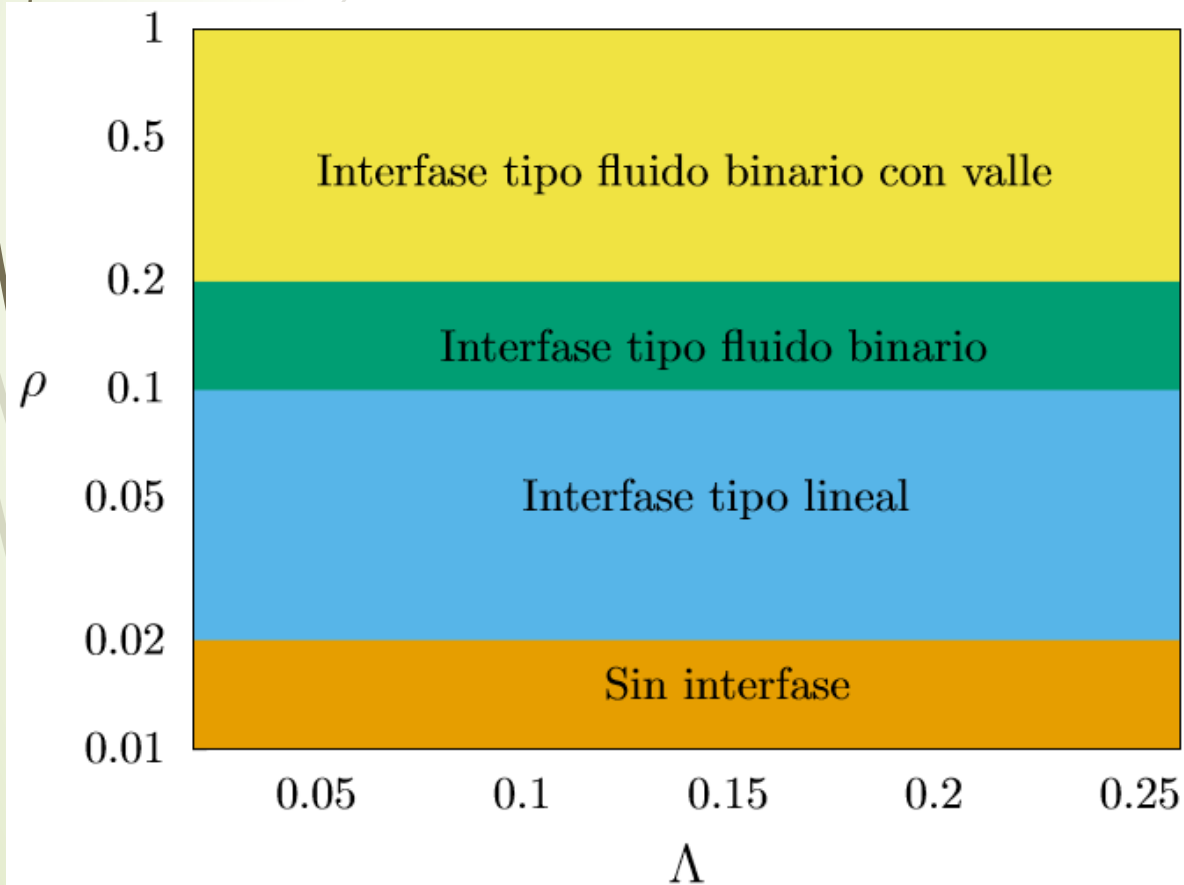


$$A^1 \sim \tanh\left(\frac{x}{\xi}\right)$$

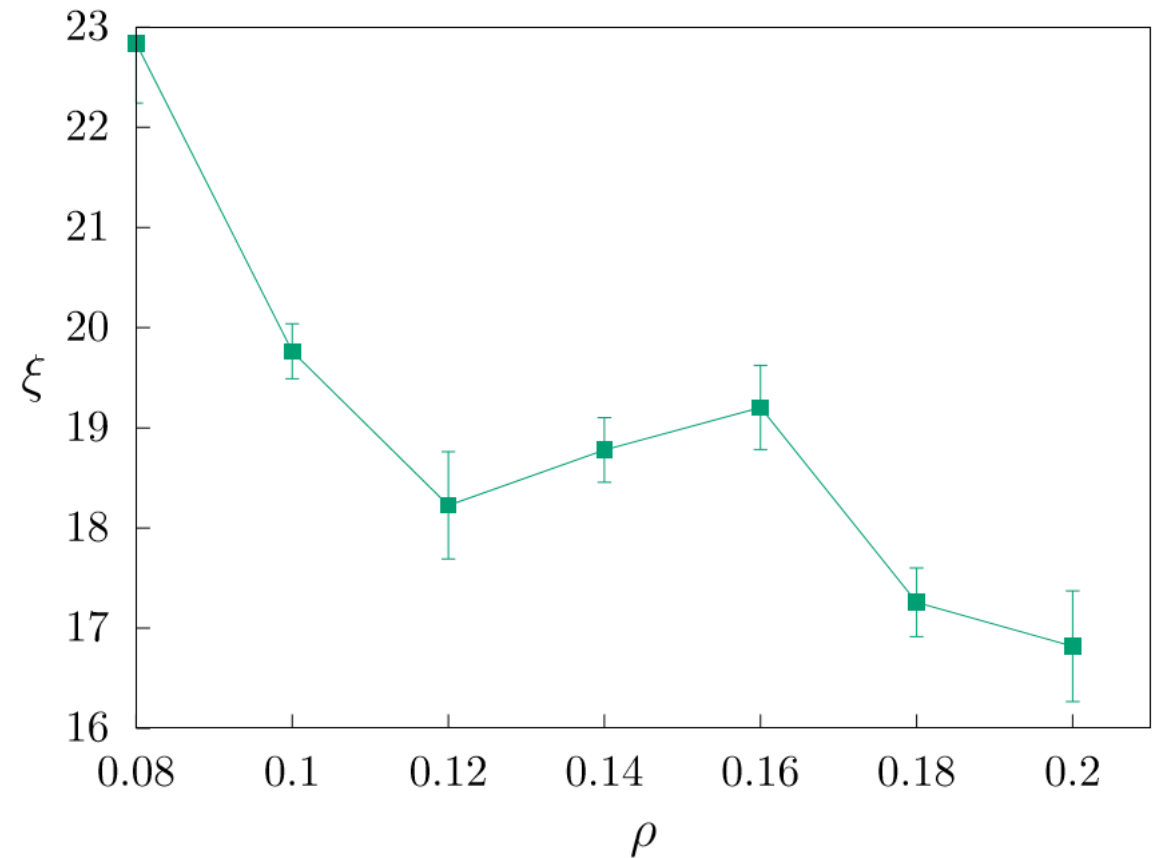


Estudiando los efectos de los “influencers”

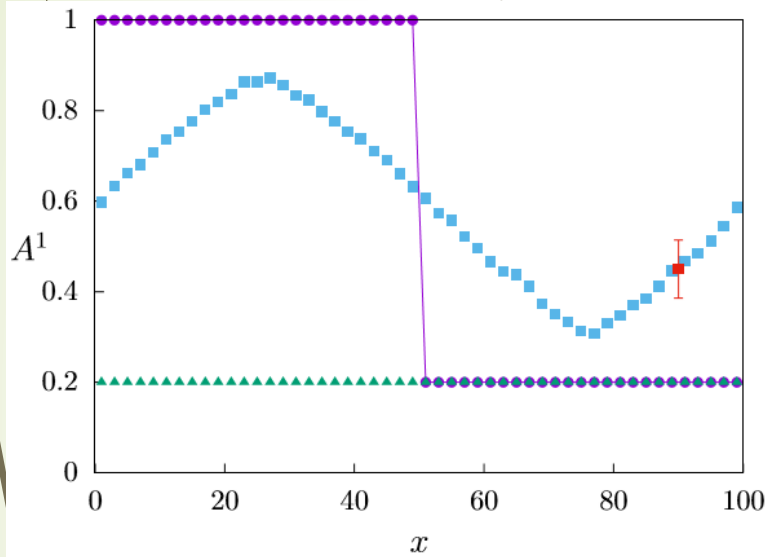
Diagrama de fases para el espacio de parámetro de (Λ, ρ)



Parámetro ξ para diferentes valores de densidad ρ

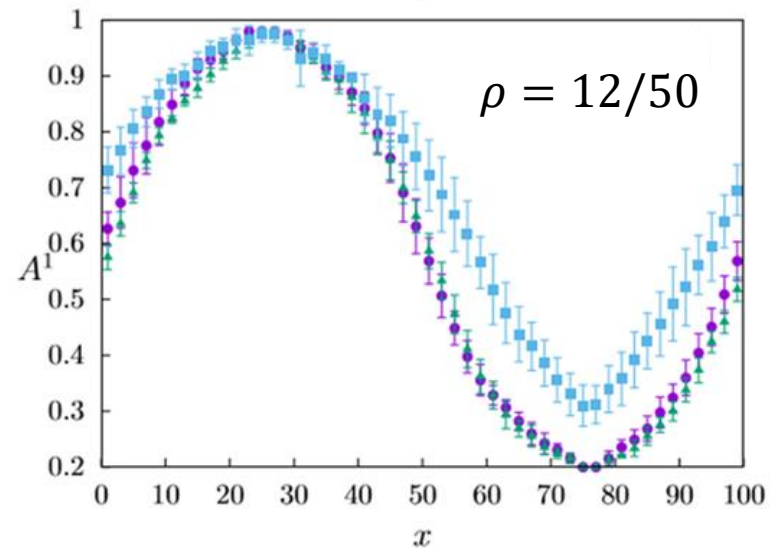
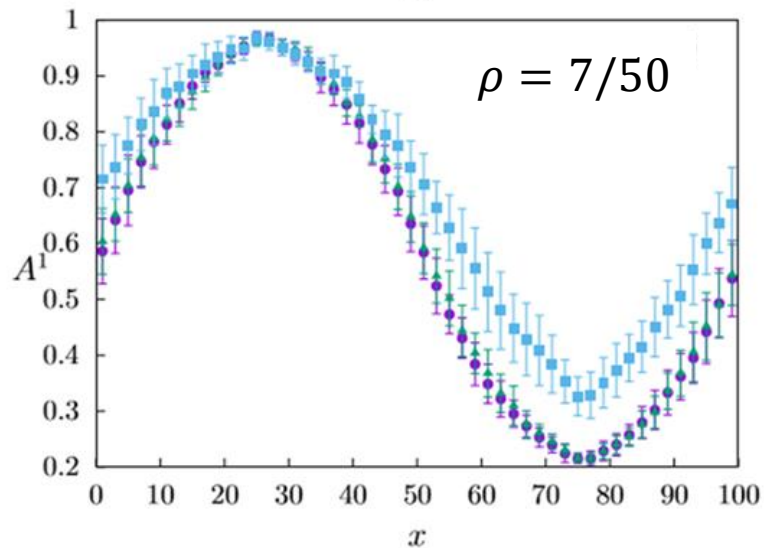
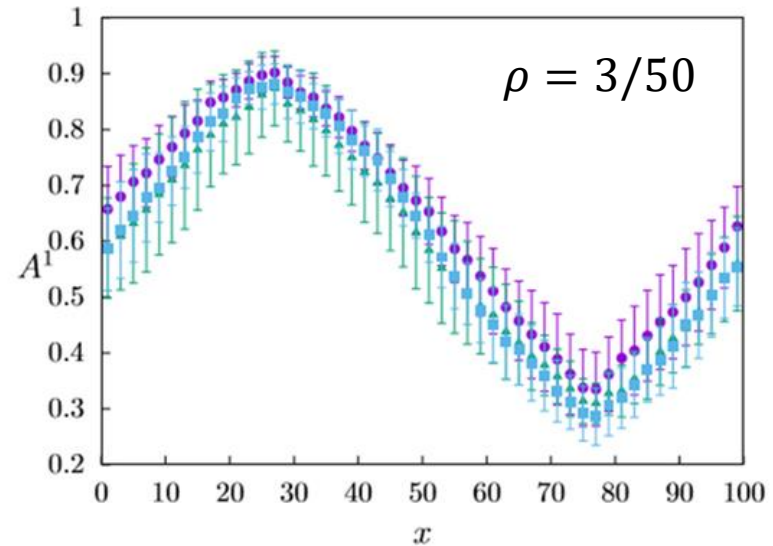
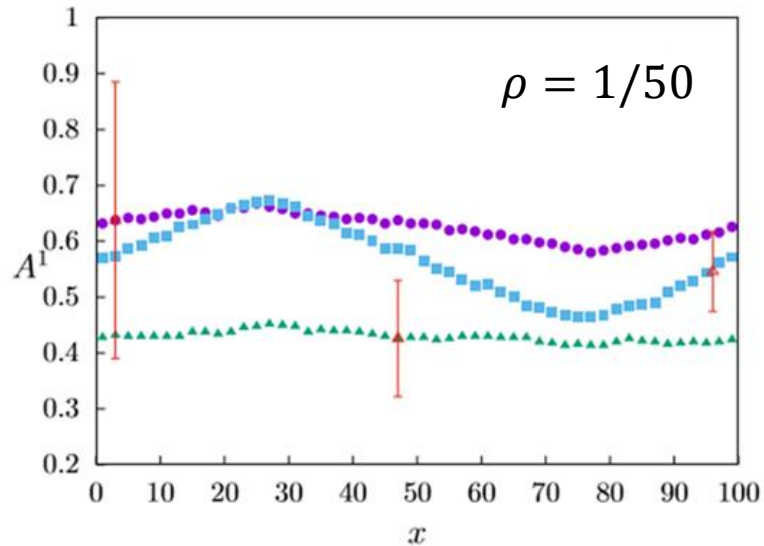


Estados finales para los diferentes tipos de condiciones iniciales



Tres tipos diferentes de condiciones iniciales

$\Lambda = 0,2$



Conclusiones

- Se encontró que el valor de q_c sigue la forma aproximada de:

$$q_c = (4,81)F + 1,474.$$

- Se identificó que la distancia de propagación de la influencia de los forzadores es alrededor de 30-60 columnas.
- Se encontraron 4 fases diferentes del sistema dependientes de la densidad de líderes por columna ρ .
 - Fase sin interfase.
 - Fase con interfase con decaimiento lineal.
 - Fase con interfase de tipo fluido binario.
 - Fase con interfase de tipo fluido binario con valle.
- Se encontró la dependencia del parámetro ξ en función de la densidad de **“influencers”** ρ .
- Se determinó que para las tres fases con menor densidad ρ no se ven afectadas por las condiciones iniciales, mientras que la fase con interfase con valle, desaparecen los efectos causados por la alta densidad de **“influencers”**.