Universidad de Los Andes
Centro de Física Fundamental
Área de Caos y Sistemas Complejos.

Defensa de Tesis de licenciatura.

Surgimiento de comunidades en un modelo de formación de opinión multidimensional.

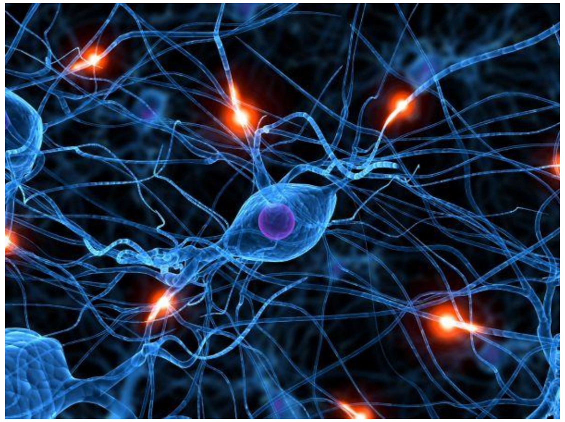
Eyisto Aguilar.

Tutor
Dr. Kay Tucci

Centro de Física Fundamental
Grupo de Caos y Sistemas Complejos
http://www.ciens.ula.ve/cff/caoticos

Sistemas complejos.

Sistemas formados por múltiples elementos interconectados cuyas dinámicas e interacciones hacen surgir propiedades en su comportamiento que no puede explicarse a partir del estudio de los elementos individuales que conforman al sistema (Propiedades emergentes).



Sociofísica →

- Interacciones colectivas.
- Los fenómenos sociales.

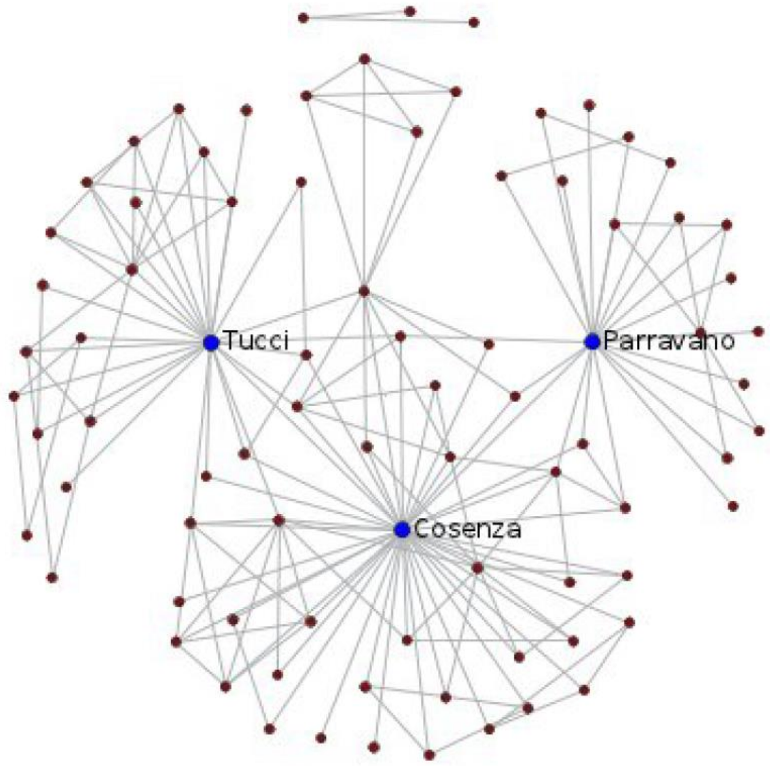
Red de interacciones + Elementos dinámicos

Investigaciones en Sociofísica.

- Competencia y cooperación.
- Formación de opinión.
- Estructura dinámica de redes sociales.
- Consenso y polarización.

Redes y comunidades.

Los sistemas sociales a menudo pueden describirse en términos de redes de interacción.



¿Qué es una comunidad?.

La Real Academia Española define a las comunidades como “un conjunto de personas vinculadas por características o intereses comunes”.

Comunidades en redes.

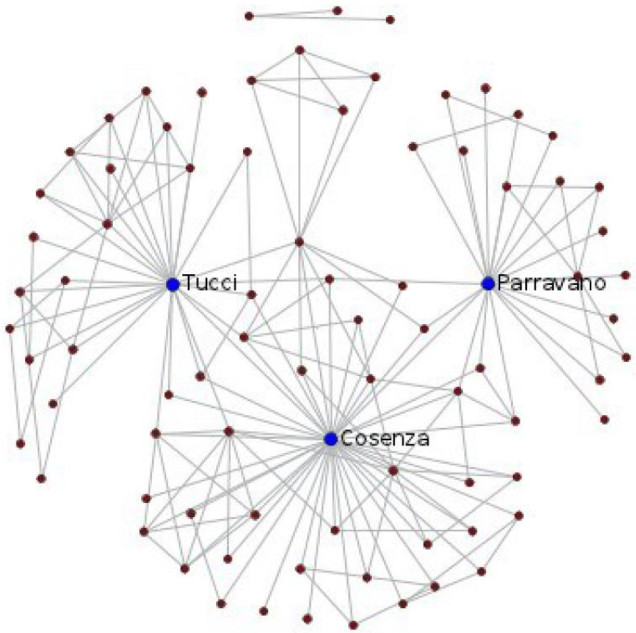
Se dice que una red posee estructura de comunidades si existen subgrafos cuyos nodos están altamente conectados entre sí, en comparación con el número de enlaces entre dichos nodos y nodos pertenecientes a otros subgrafos.

Caracterización de la red.

Orden normalizado de la componente mayor.

$$S = \frac{C_{max}}{N}$$

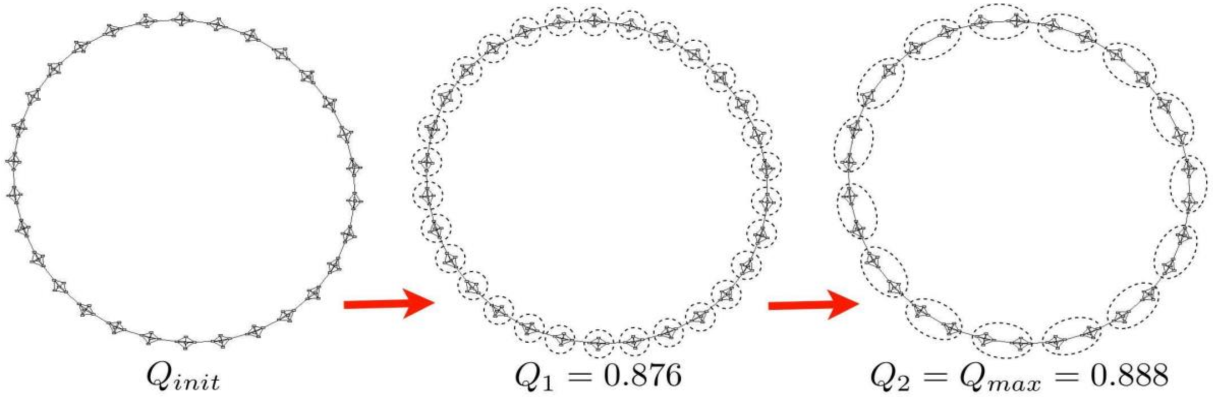
C_{max}: Orden del componente mayor del grafo.
N: Número de nodos.



Modularidad (Algoritmo de Louvain).

Blondel, V. D., Guillaume, J. L., Lambiotte, R., & Lefebvre, E. (2008). Fast unfolding of communities in large networks. *Journal of statistical mechanics: theory and experiment*, *2008*(10), P10008.

Densidad de enlaces dentro de las comunidades.
Toma valores entre $[-1,1]$.

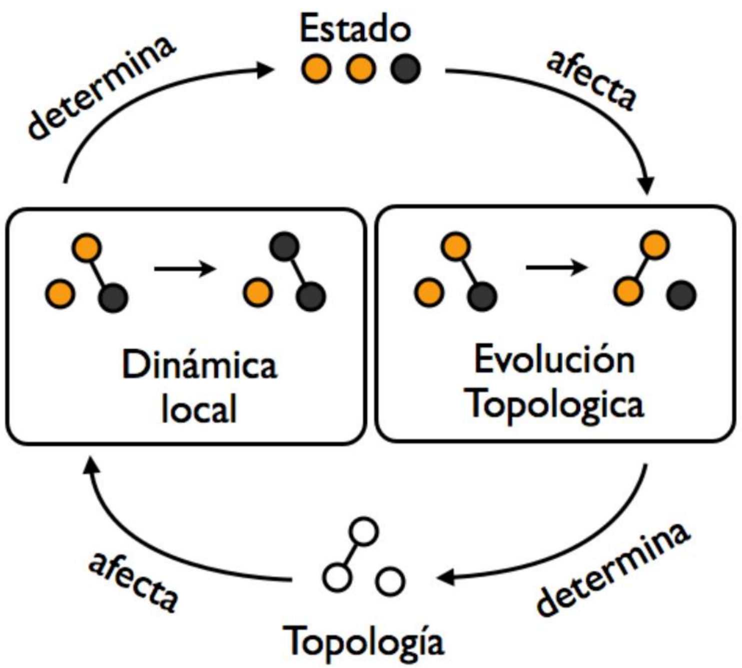


Dinámica del Sistema.

Red de interacciones + Elementos dinámicos

Sistemas dinámicos coevolutivos.

- La topología del sistema complejo tiene dinámica.
- El estado de un agente cambia por influencia de su entorno
- El entorno de un agente cambia como consecuencia de su estado



¿De que forma los elementos en una sociedad interactúan?.

Intercambio de opiniones, fines en común, atracción entre personas, compartir gustos, entre otros.

↓

Intercambio de información

↓

Intercambio y formación de opinión.

Modelo de Deffuant et al.

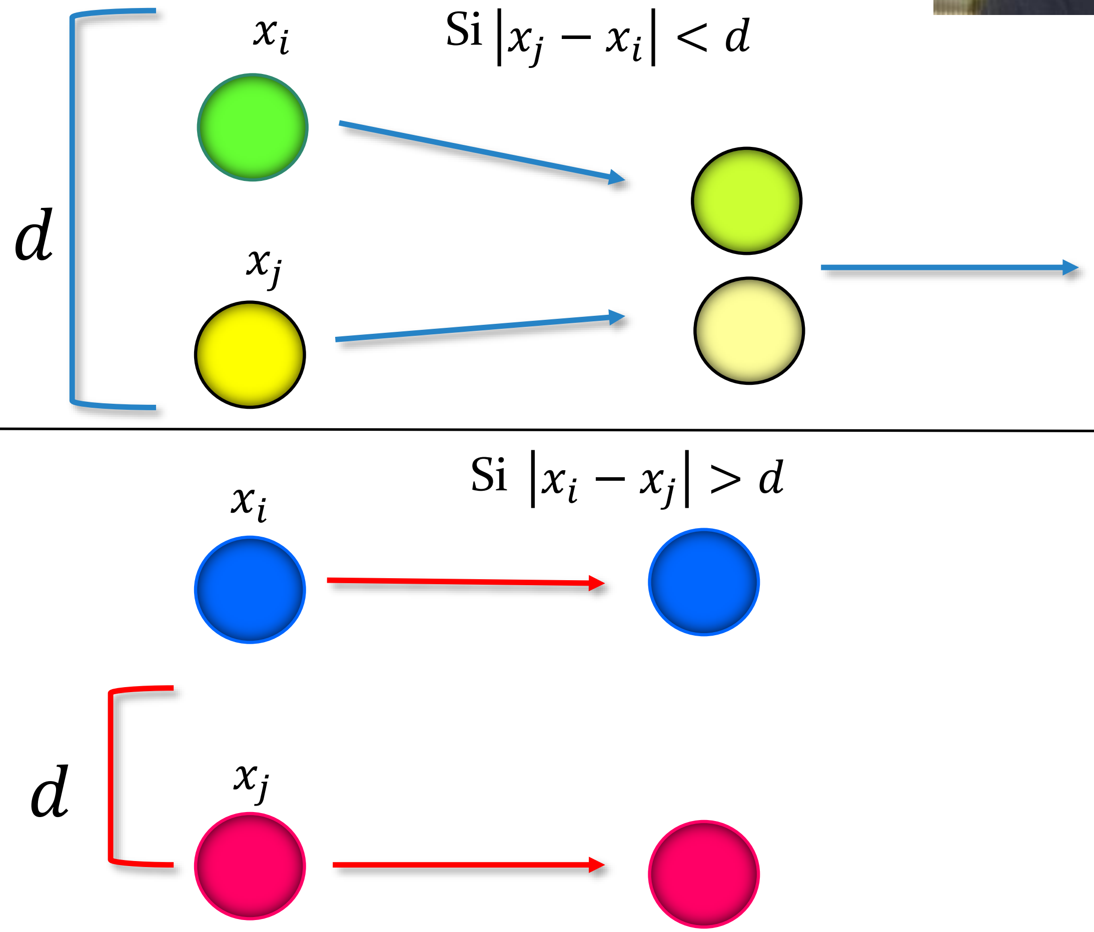
Deffuant G. Neau D. Amblard F. & Weisbuch G. (2000). Mixing beliefs among interacting agents. *Advances in Complex Systems*, *3*(87-98).

Es un modelo de dinámica social en donde agentes constantemente ajustan sus opiniones sobre algún tema especifico.

Características.

- Los agentes poseen un opinión inicial aleatoria entre [0,1].
- La interacción de los elementos del sistema dependerá del umbral ***d*** (Tolerancia).
- A cada paso de tiempo se elijen dos agentes al azar, si la diferencia entre las opiniones de los agentes es menor que la del umbral ***d*** entonces los agentes reajustas sus opiniones, de acuerdo a:

$$x_i = x_i + \mu * (x_j - x_i)$$
$$x_j = x_j + \mu * (x_i - x_j)$$



Modelo de Deffuant.

Deffuant G. Neau D. Amblard F. & Weisbuch G. (2000). Mixing beliefs among interacting agents. *Advances in Complex Systems*, *3*(87-98).

$N = 1000\,;d = 0.5\,;\ \mu = 0.5$

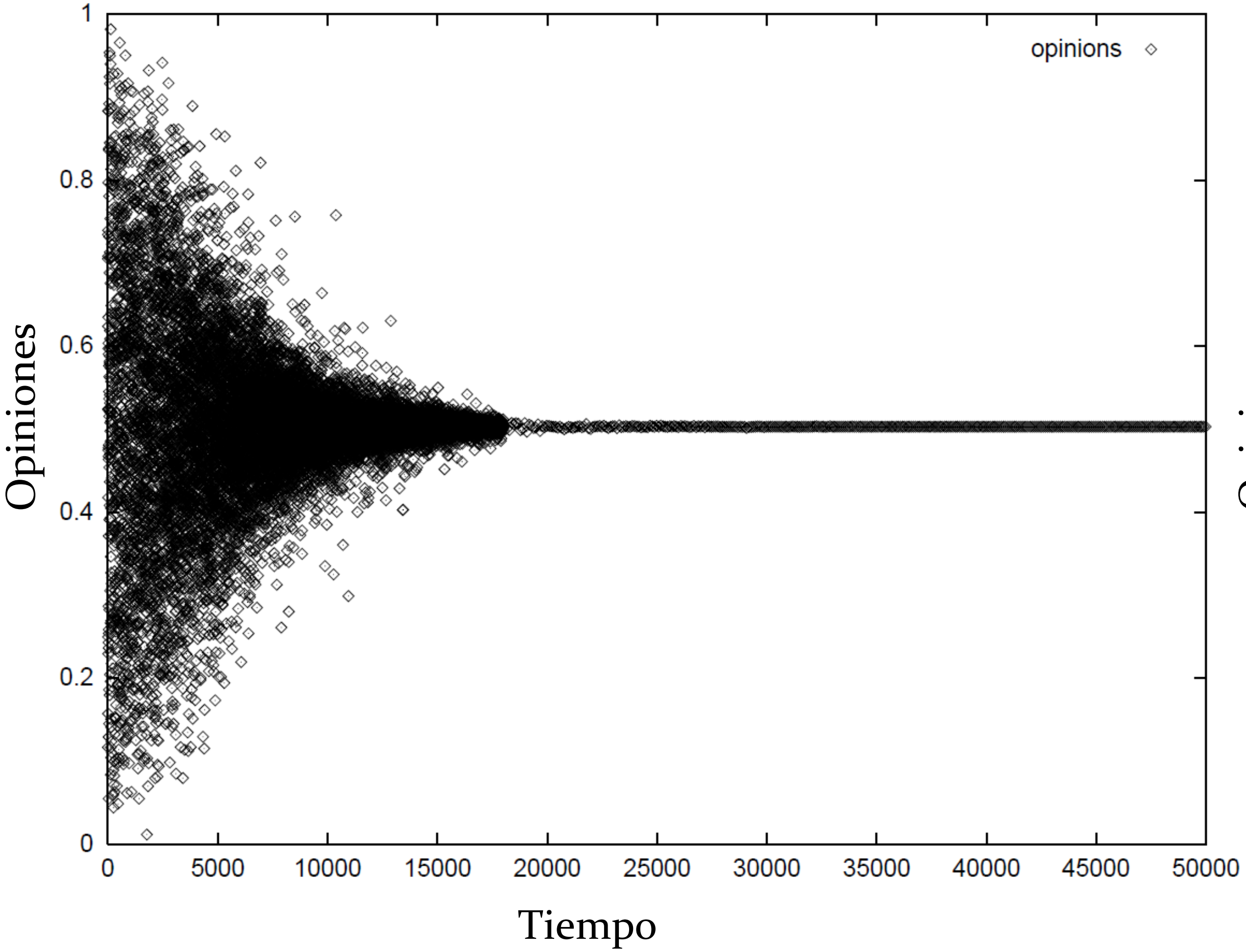


Gráfico 1. Opiniones VS Tiempo.

$N = 1000\,;d = 0.2\,;\ \mu = 0.5$

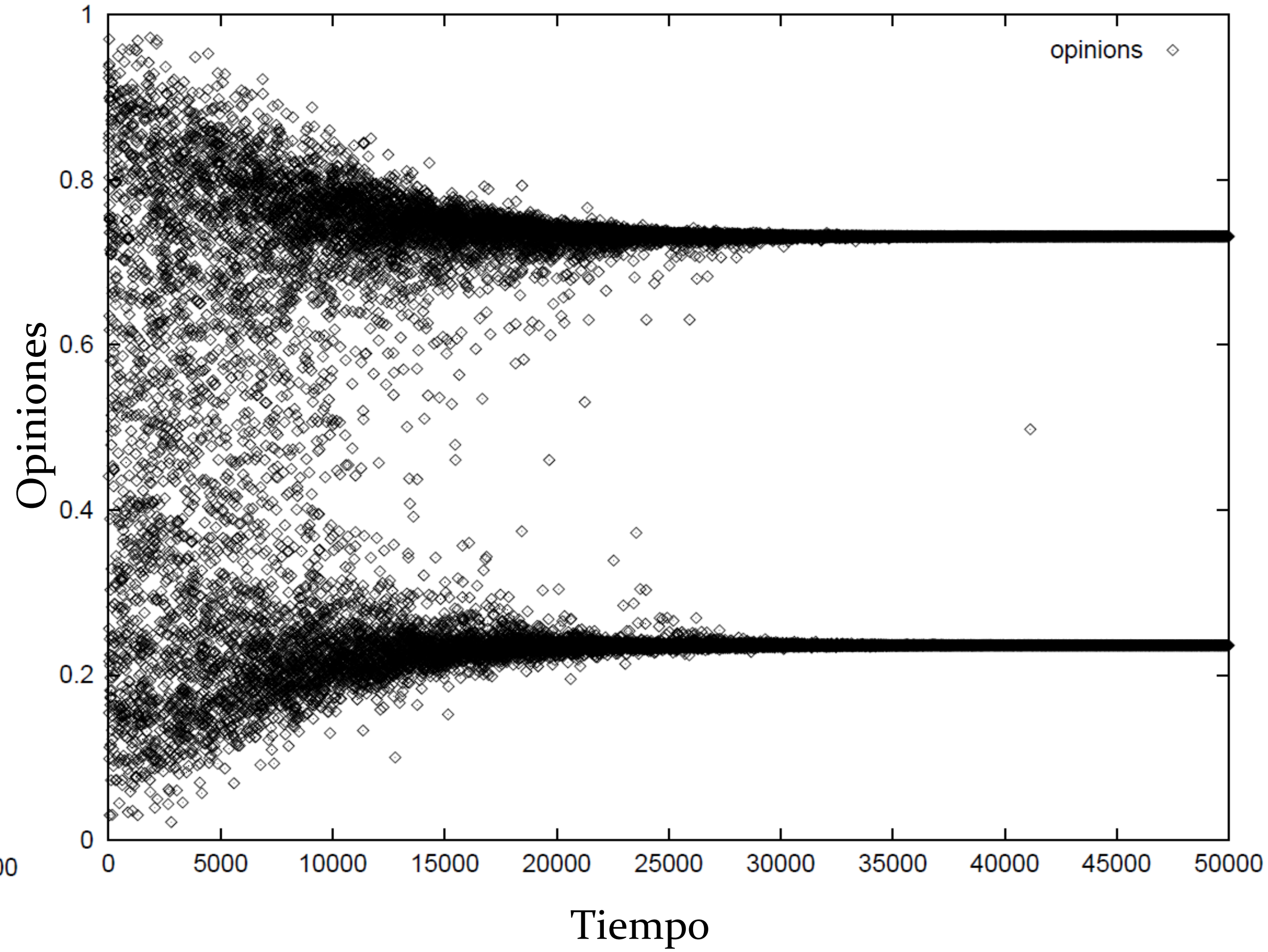


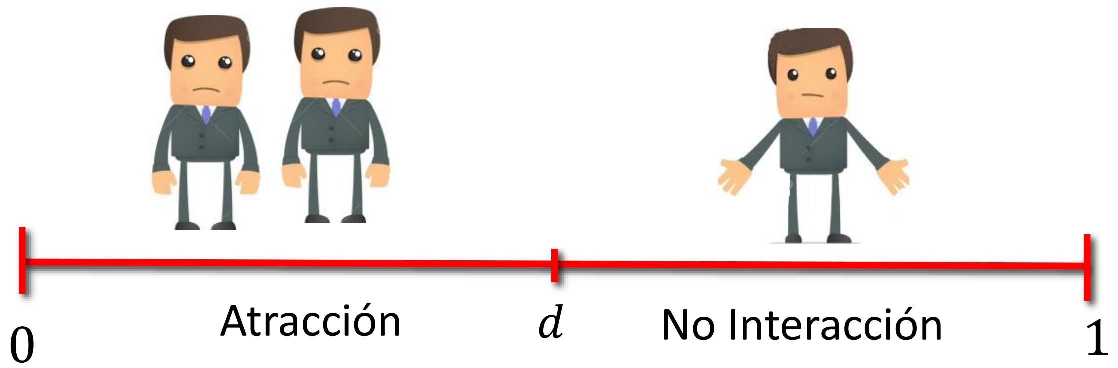
Gráfico 2. Opiniones VS Tiempo .

Estructura modular inducida por exclusión.

Sirius Fuenmayor C. Kay Tucci. (2014). Estructura modular inducida por exclusión en un modelo de formación de opinión sobre redes coevolutivas. Tesis de licenciatura. Universidad de Los Andes. Mérida-Venezuela.

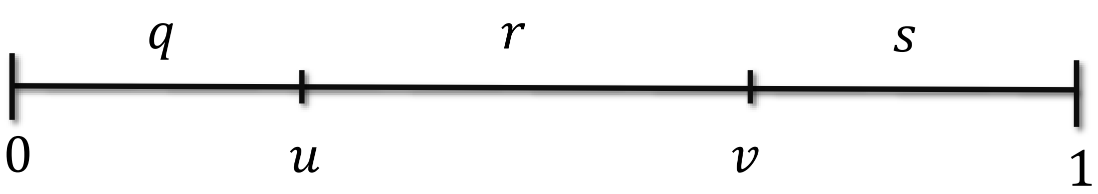
- El sistema está compuesto de N individuos que interactúan sobre una red, el individuo i está conectado con los elementos del conjunto de vecinos de i.
- A cada paso de tiempo se seleccionan al azar dos individuos $i \in 1,2,\ldots, N$ y $j \in$ conjunto de vecinos.
- Se calculan las nuevas creencias de i y j de acuerdo a:

$$X_i(t+1) = X_i(t) + \mu * p(d_{ij}) * \left(X_j(t) - X_i(t)\right)$$
$$X_j(t+1) = X_j(t) + \mu * p\left(d_{ij}\right) * \left(X_i(t) - X_j(t)\right)$$



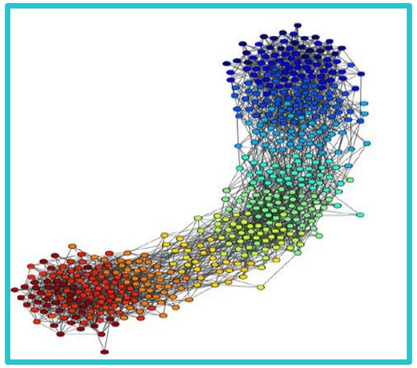
$$p(d_{ij}) = \begin{cases} q & \text{si } d_{ij} \in [0,u) \\ r & \text{si } d_{ij} \in [u,v) \\ s & \text{si } d_{ij} \in [v,1] \end{cases}$$

$q, r, s \in \{-1,0,1\}$ con $q \neq r \neq s$



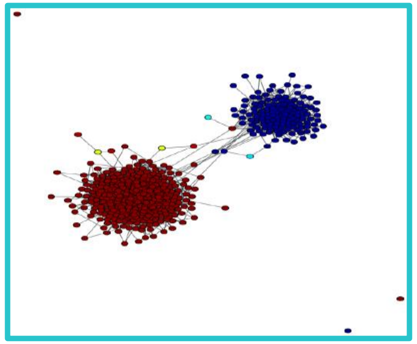
De acuerdo a los intervalos $[0,u)$, $[u,v)$, $[v,1]$ se pueden presentar diferentes casos:

1



u=0,08 v=0,16

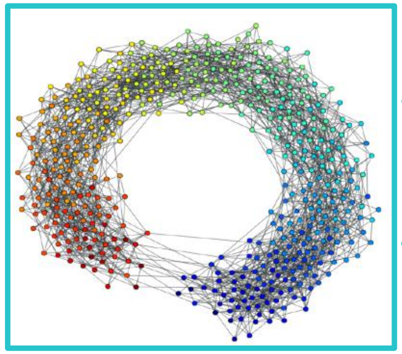
2



u=0,05 v=0,60

Caso	$[0,u)$	$[u,v)$	$[v,1]$
1	$(q=-1)$	$(r=1)$	$(s=0)$
2	$(q=1)$	$(r=-1)$	$(s=0)$
3	$(q=-1)$	$(r=0)$	$(s=1)$
4	$(q=1)$	$(r=0)$	$(s=-1)$
5	$(q=0)$	$(r=-1)$	$(s=1)$
6	$(q=0)$	$(r=1)$	$(s=-1)$

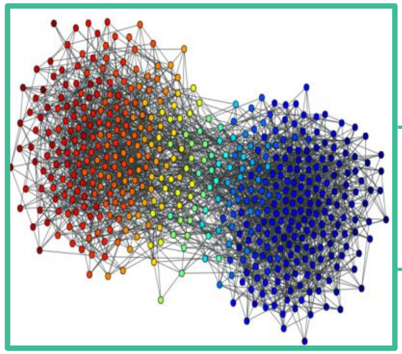
3



u=0,05

v=0,55

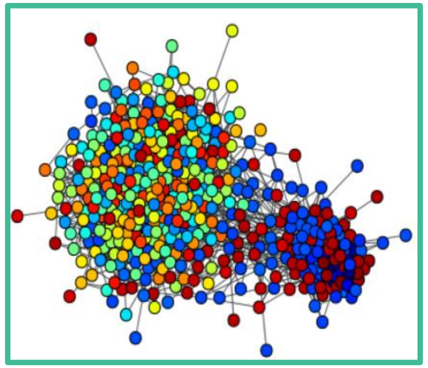
4



u=0,30

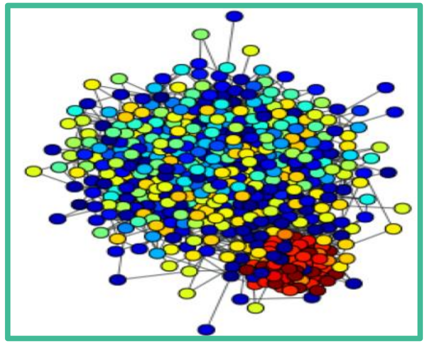
v=0,90

5



u=0,81 v=0,86

6



u=0,77 v=0,81

Nuestro modelo.

Modelo de formación de opinión con repulsión multi-dimensional.

- x_i^f : Opiniones de los agentes(entre 0 y 1).
  - i : Identificación de agente.
  - f : Componente.
  - F : Dimensión.

- A cada paso de tiempo se elijen dos agentes al azar y se mide la diferencia entre las opiniones d_{ij}.

$$d_{ij} = \sum_{f=0}^{1} \sqrt{(x_i^f(t) - x_j^f(t))^2}$$

- Los agentes modificaran su opinión de acuerdo a:

$$x_i^f(t+1) = x_i^f(t) + \mu * p^f\,(d_{ij}) * \left(x_j^f(t) - x_i^f(t)\right)$$
$$x_j^f(t+1) = x_j^f(t) + \mu * p^f\left(d_{ij}\right) * \left(x_i^f(t) - x_j^f(t)\right)$$

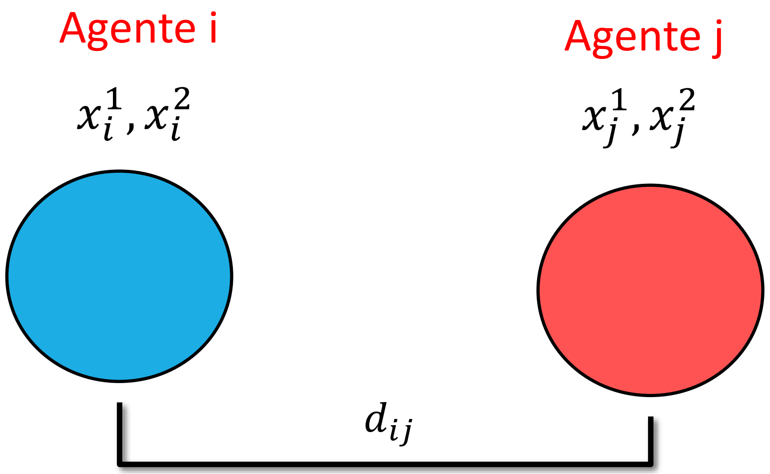
$$p^f\left(d_{ij}\right) = \begin{cases} q^f & \text{si } d_{ij} \in [0, u^f) \\ r^f & \text{si } d_{ij} \in [u^f, v^f) \\ s^f & \text{si } d_{ij} \in [v^f, 1] \end{cases}$$

$q^f, r^f, s^f \in \{-1,0,1\}$ con $q^f \neq r^f \neq s^f$

Ejemplo: Con $F = 2$

Regla para ambas componentes: $\{-1,1,0\}$

Para $f = 1$ $u^1; v^1$
Para $f = 2$ $u^2; v^2$
Se tendrán dos reglas.
Para $f = 1$ (q^1, r^1, s^1)
Para $f = 2$ (q^2, r^2, s^2)

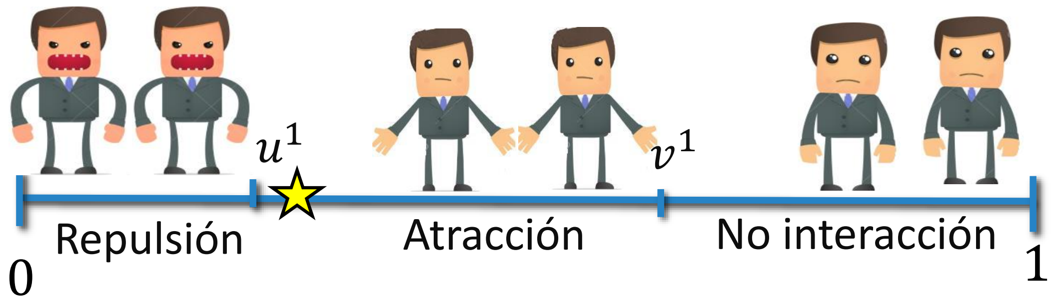


$\star \longrightarrow d_{ij}$

Primera componente $f = 1$

$$p^1(d_{ij}) = \begin{cases} q^1 & \text{si } d_{ij} \in [0, u^1) \\ r^1 & \text{si } d_{ij} \in [u^1, v^1) \\ s^1 & \text{si } d_{ij} \in [v^1, 1] \end{cases}$$

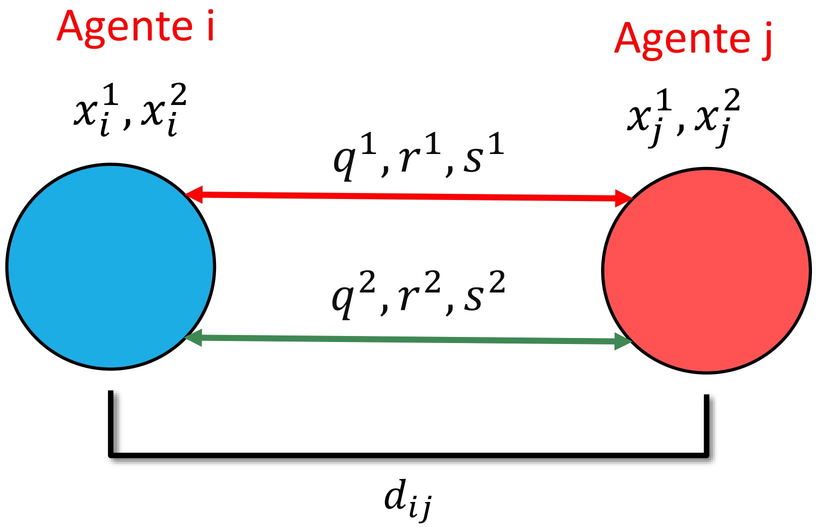
$q^1, r^1, s^1 \in \{-1,0,1\}$ con $q^1 \neq r^1 \neq s^1$



Segunda componente $f = 2$

$$p^2(d_{ij}) = \begin{cases} q^2 & \text{si } d_{ij} \in [0, u^2) \\ r^2 & \text{si } d_{ij} \in [u^2, v^2) \\ s^2 & \text{si } d_{ij} \in [v^2, 1] \end{cases}$$

$q^2, r^2, s^2 \in \{-1,0,1\}$ con $q^2 \neq r^2 \neq s^2$



Interacciones posibles en *f=1* , *f=2*.

f=1	f=2
1	1
1	0
1	-1
-1	1

f=1	f=2
-1	0
-1	-1
0	1
0	-1

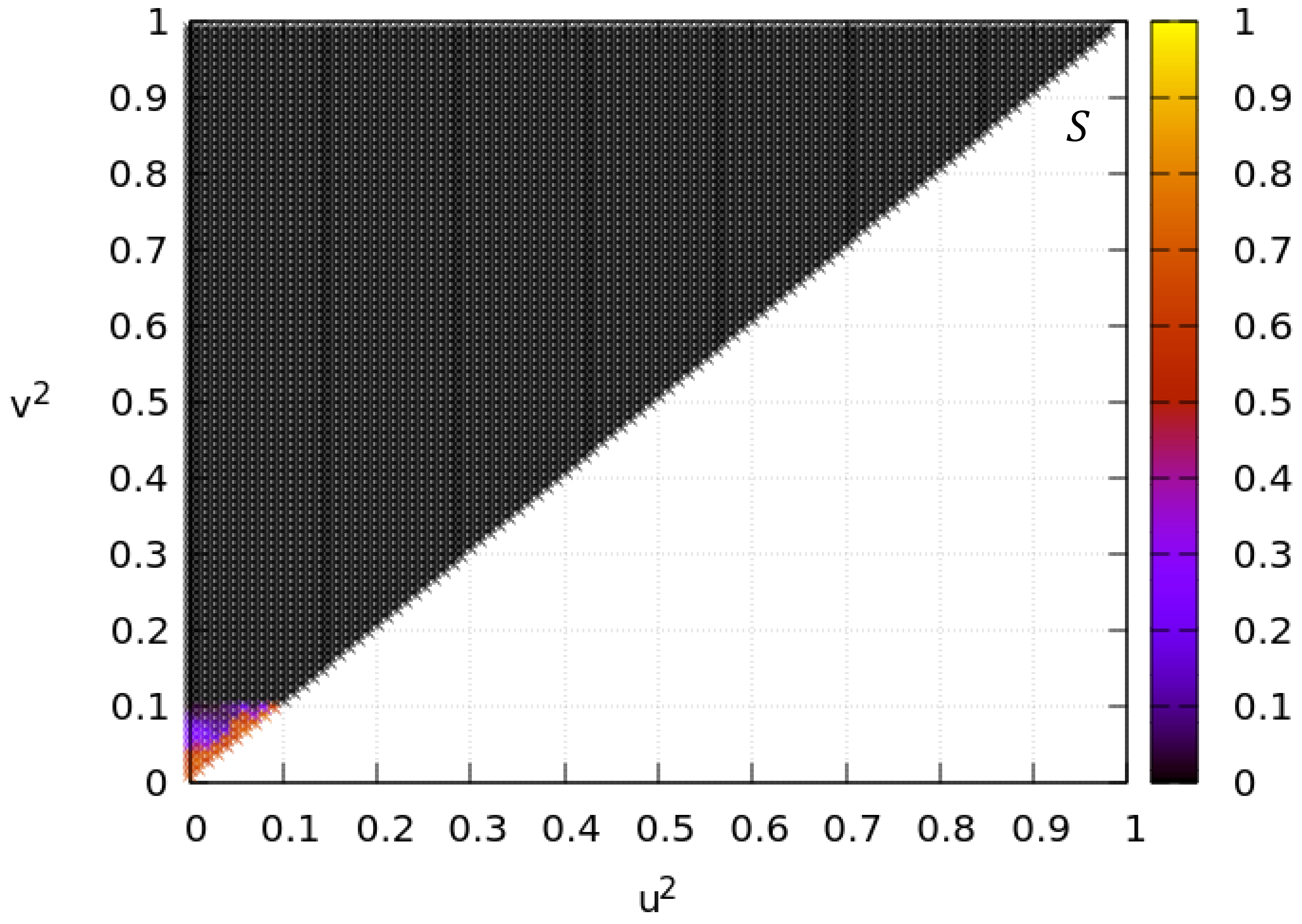
Simulación.

$t = 3000$ iteraciones.
$N = 1000$ agentes.
$u^1 = 0.11$; $v^1 = 0.40$.
Medición de S
Para $S > 0.9$ se mide Q

Red de interacciones {-1, 0}.

Valores fijos: $u^1 = 0.11$; $v^1 = 0.40$; Regla de interacción = {-1,1,0}.

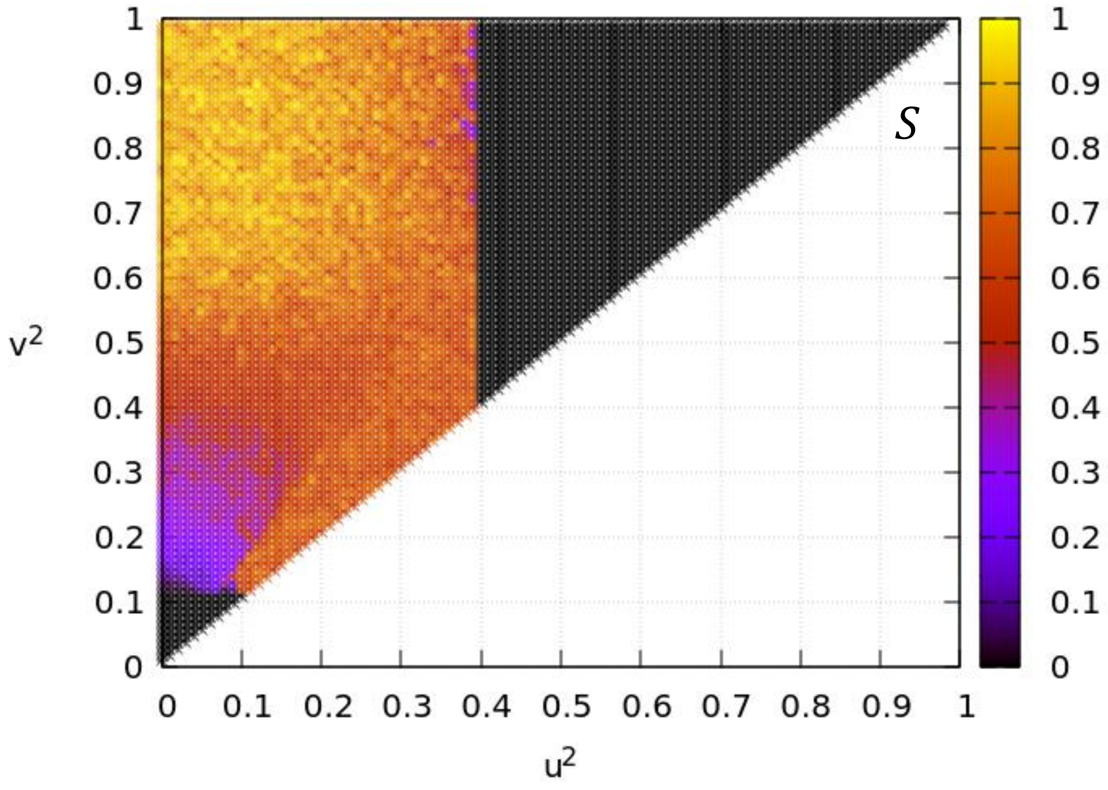
S : Orden normalizado de la componente mayor.



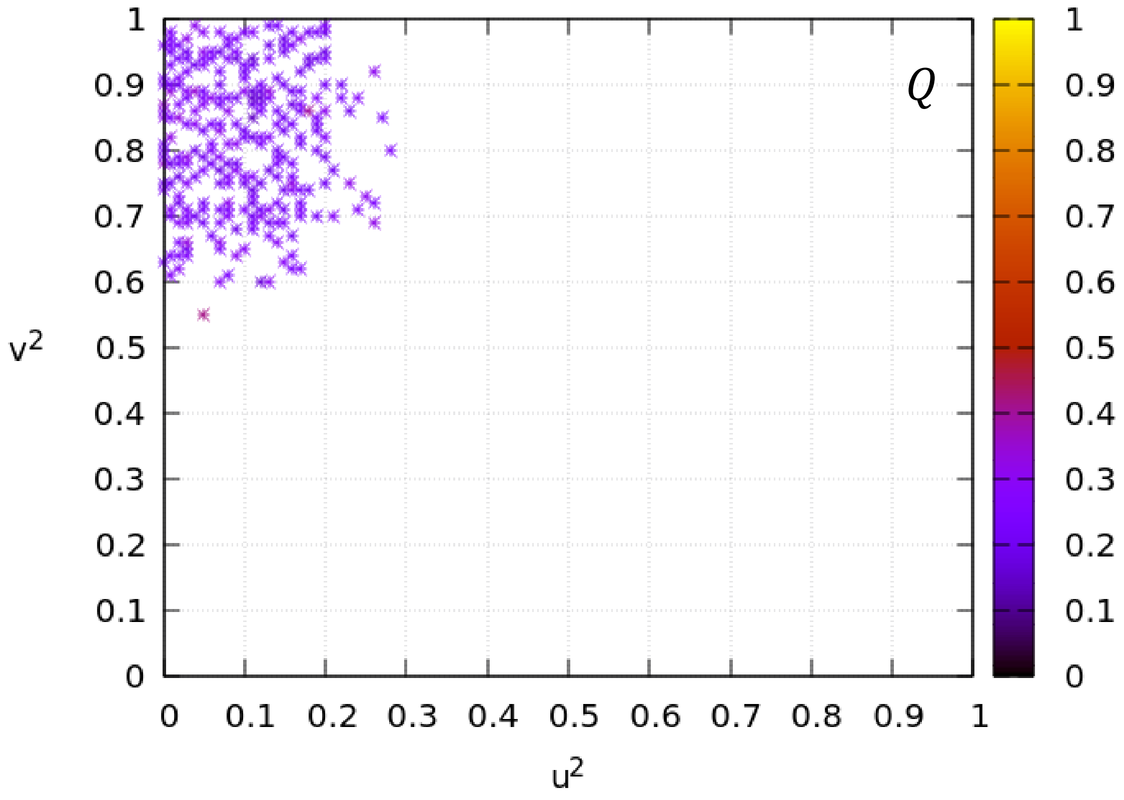
Red de interacciones {1, 1}.

Valores fijos: $u^1 = 0.11$; $v^1 = 0.40$; Regla de interacción = {-1,1,0}.

S **:** Orden normalizado de la componente mayor.



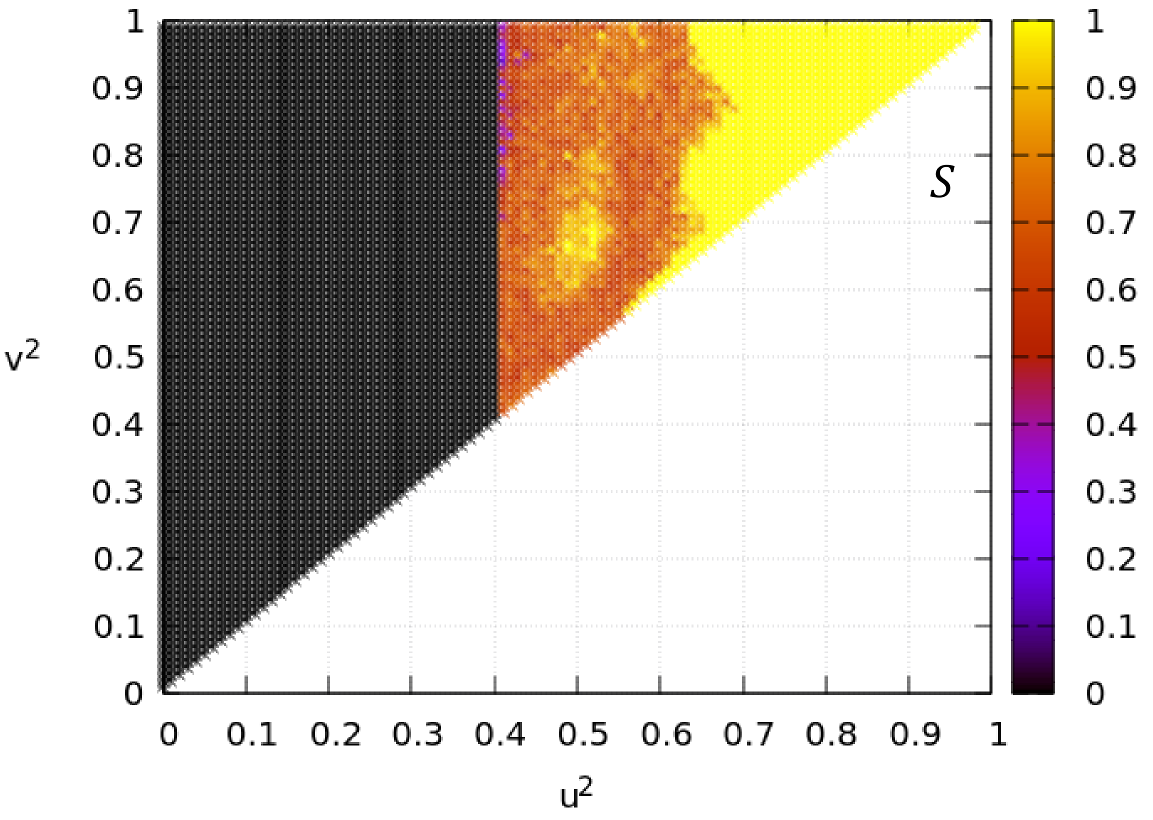
Q **:** Modularidad para $S > 0.9$.



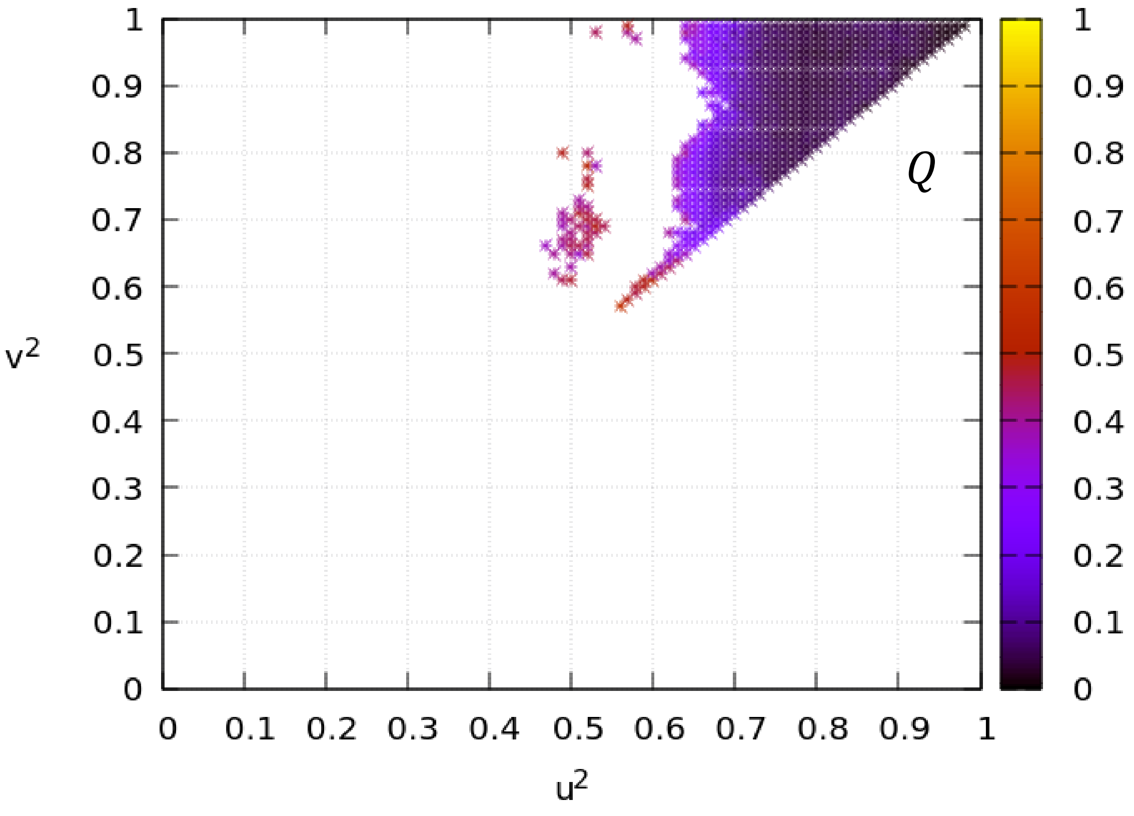
Red de interacciones {0, -1}.

Valores fijos: $u^1 = 0.11$; $v^1 = 0.40$; Regla de interacción = {-1,1,0}.

S : Orden normalizado de la componente mayor.



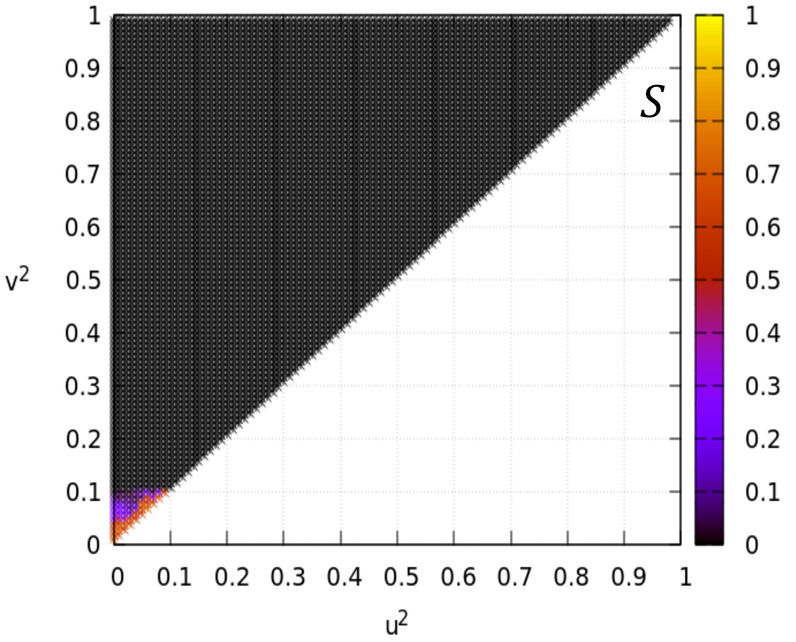
Q : Modularidad para $S > 0.9$.



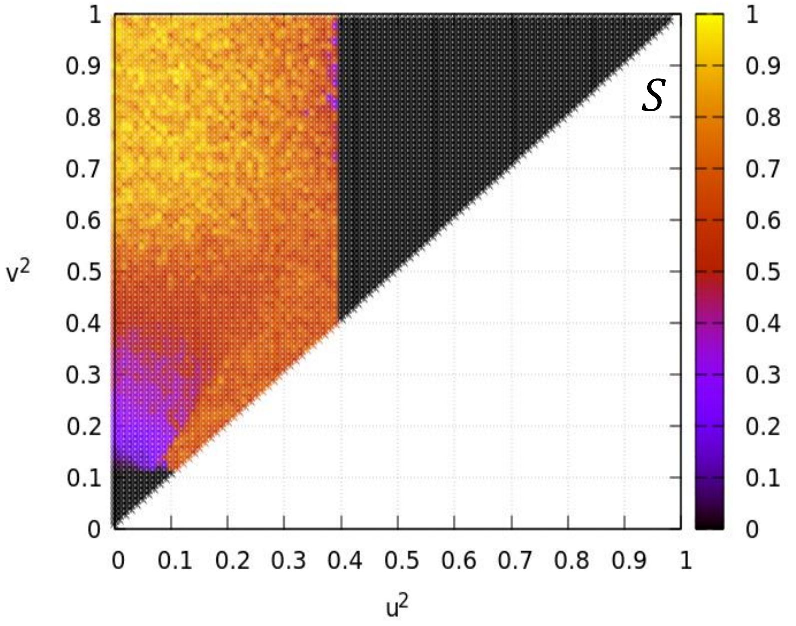
Comparación de S para las redes de interacción {-1, 0} ; {1, 1} ; {0, -1}.

Valores fijos: $u^1 = 0.11$; $v^1 = 0.40$; Regla de interacción = {-1,1,0}.

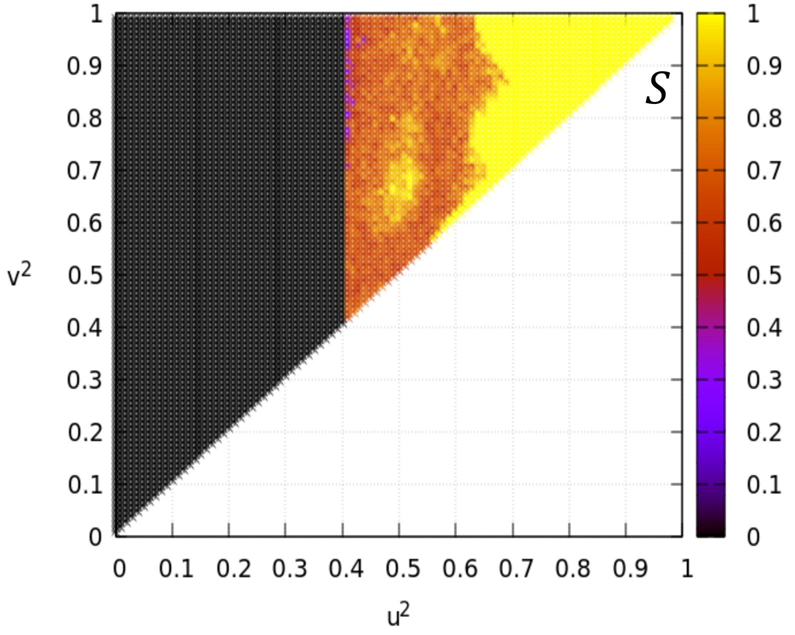
S : red {-1, 0}



S : red {1, 1}



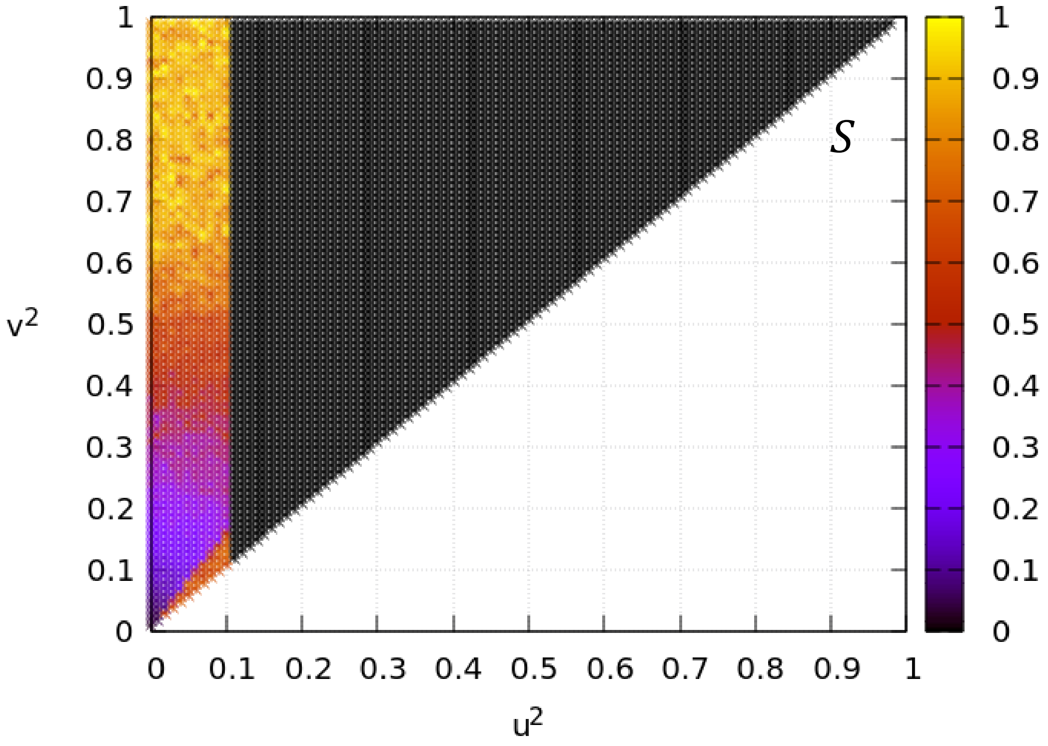
S : red {0, -1}



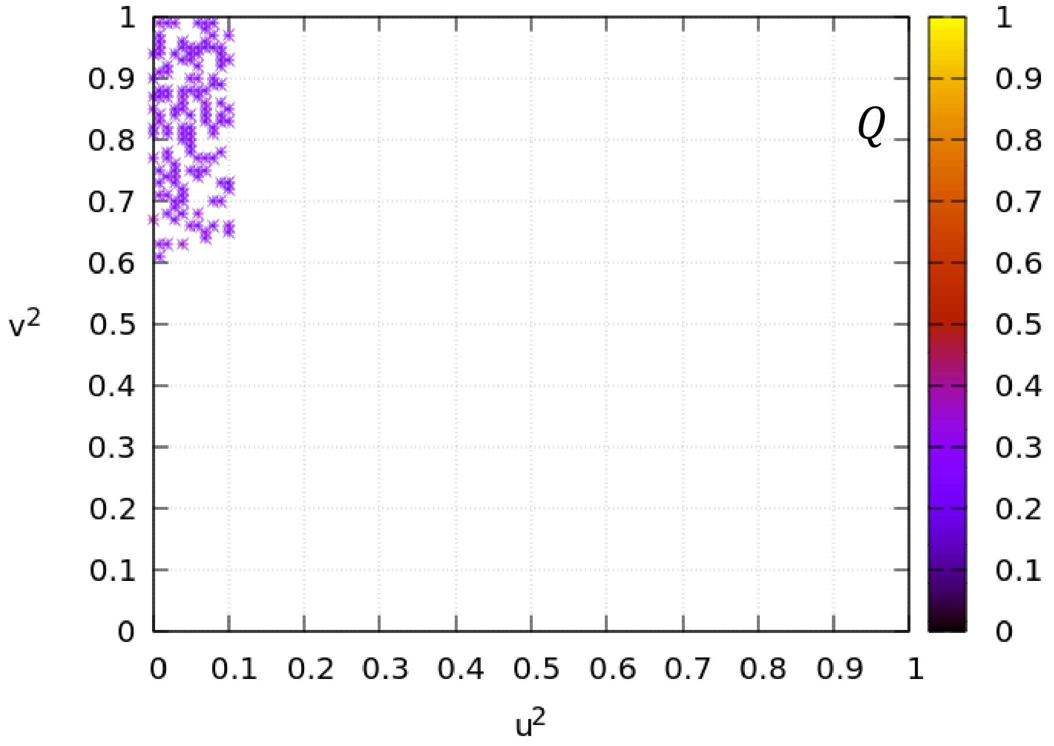
Red de interacciones {-1, 1}.

Valores fijos: $u^1 = 0.11$; $v^1 = 0.40$; Regla de interacción = {-1,1,0}.

S : Orden normalizado de la componente mayor.



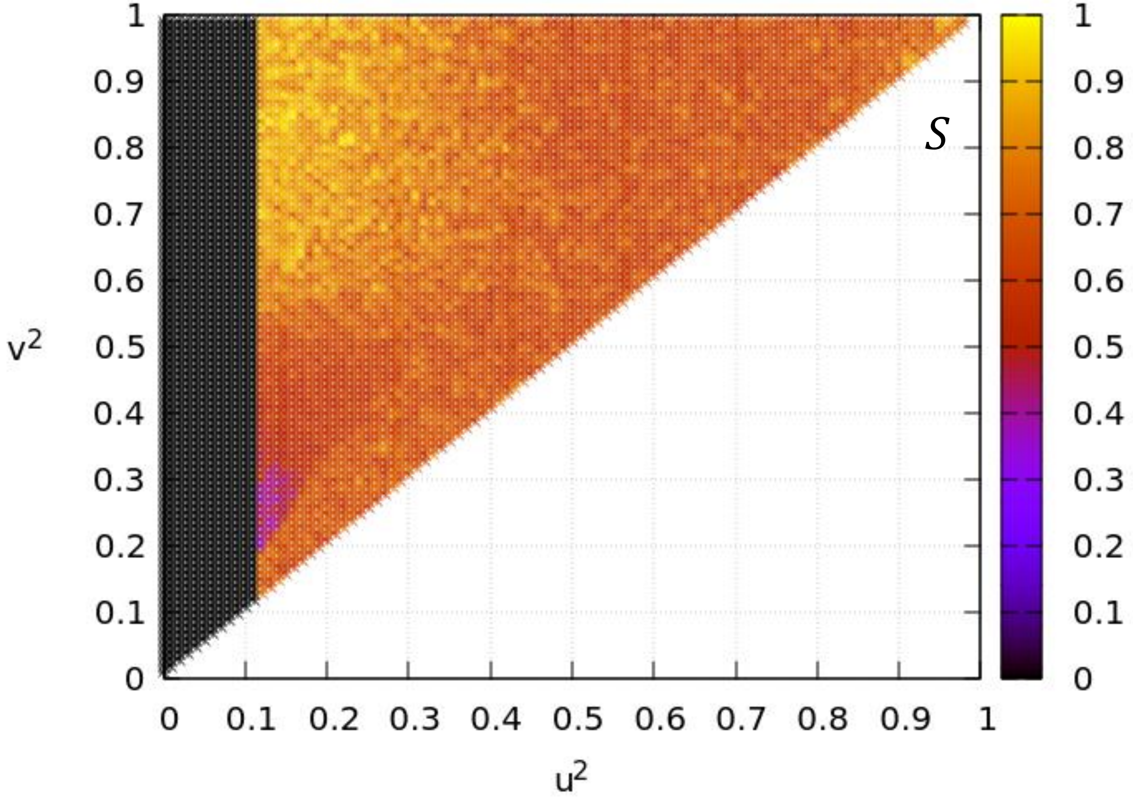
Q : Modularidad para $S > 0.9$.



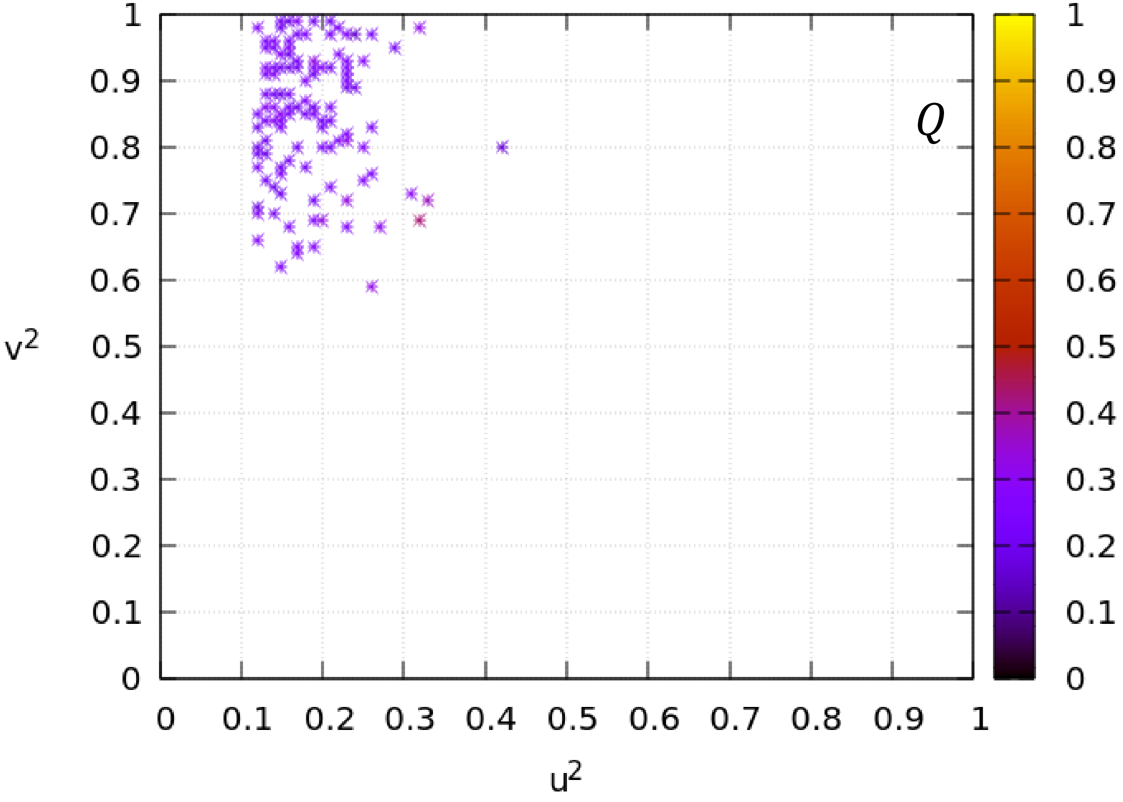
Red de interacciones {1, -1}.

Valores fijos: $u^1 = 0.11$; $v^1 = 0.40$; Regla de interacción = {-1,1,0}.

S **:** Orden normalizado de la componente mayor.



Q **:** Modularidad para $S > 0.9$.

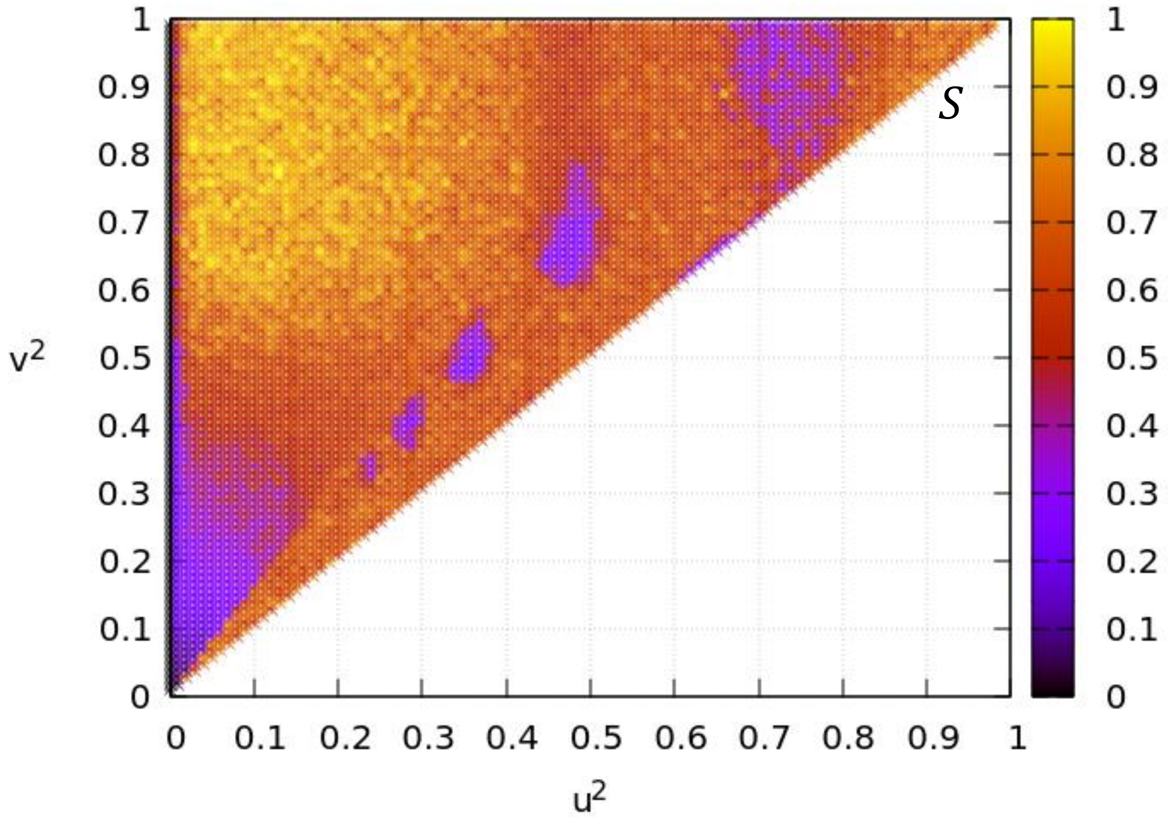


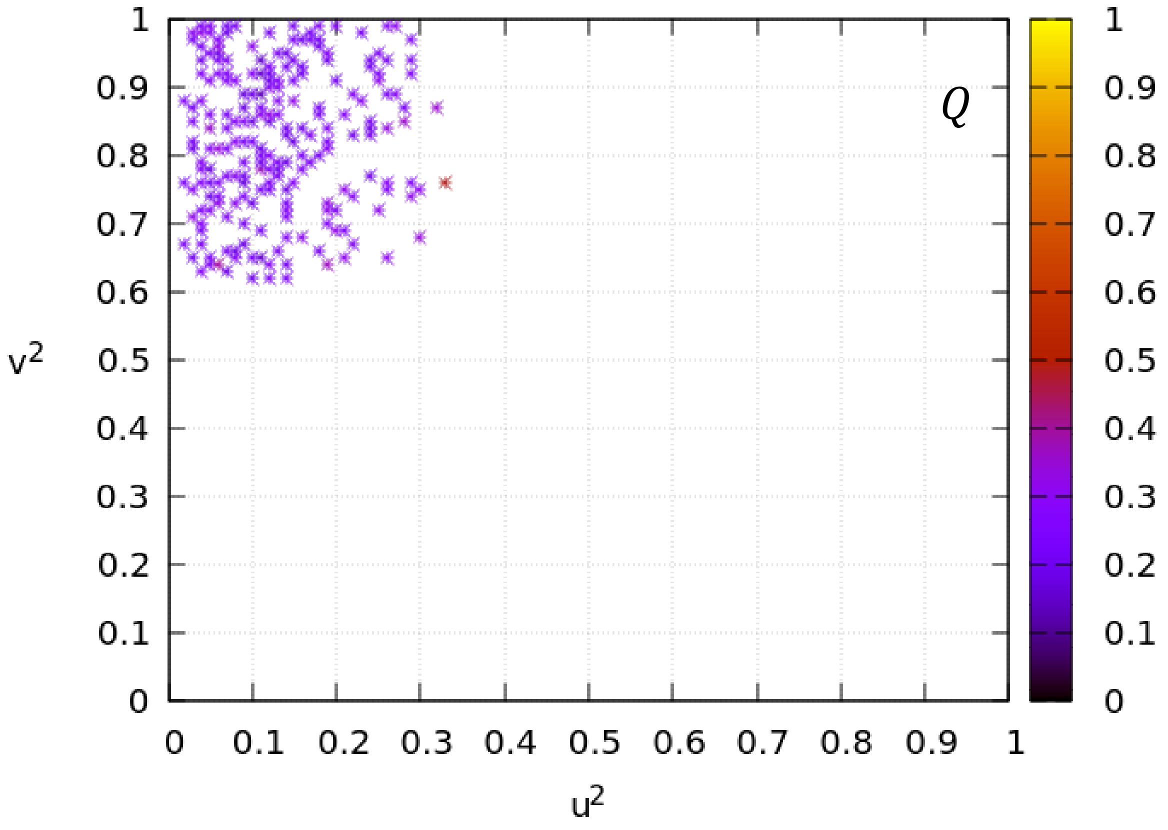
Red de interacciones {-1, -1}.

Valores fijos: $u^1 = 0.11$; $v^1 = 0.40$; Regla de interacción = {-1,1,0}.

S **:** Orden normalizado de la componente mayor.

Q **:** Modularidad para $S > 0.9$.

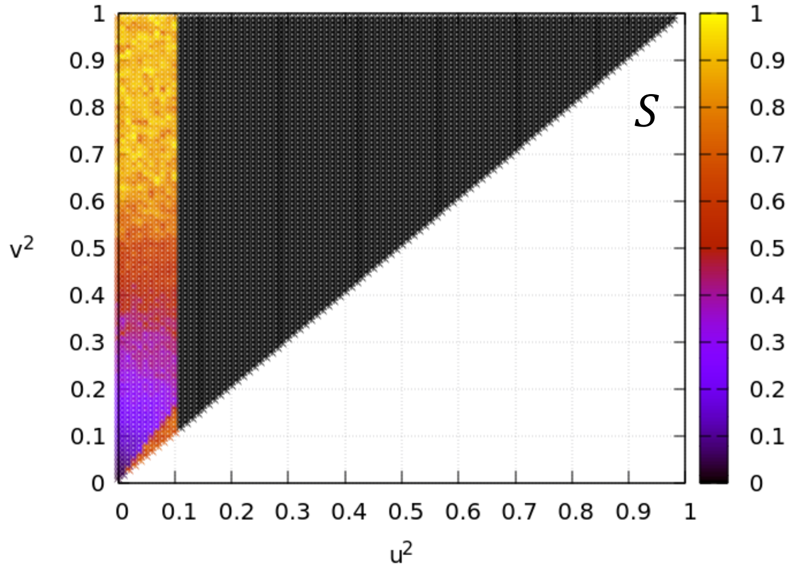




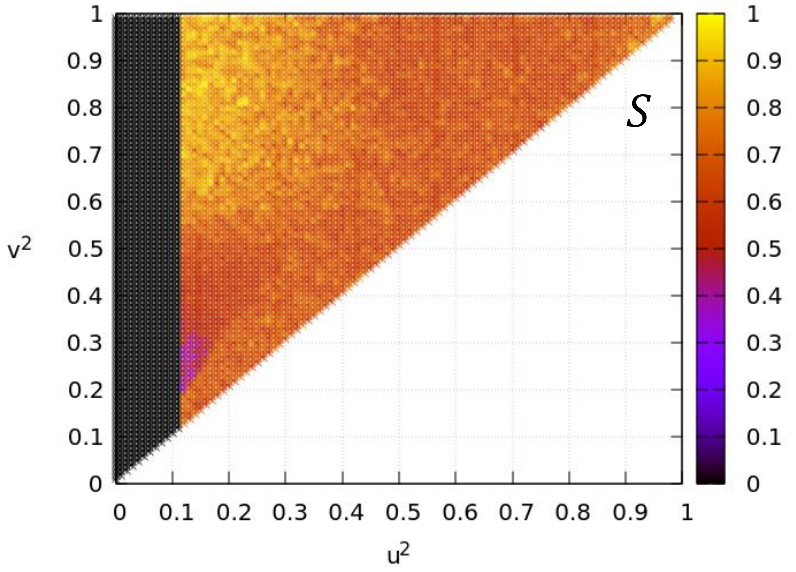
Comparación de S para las redes de interacción {-1,1}, {1,-1}, {-1,-1}

Valores fijos: $u^1 = 0.11$; $v^1 = 0.40$; Regla de interacción = {-1,1,0}.

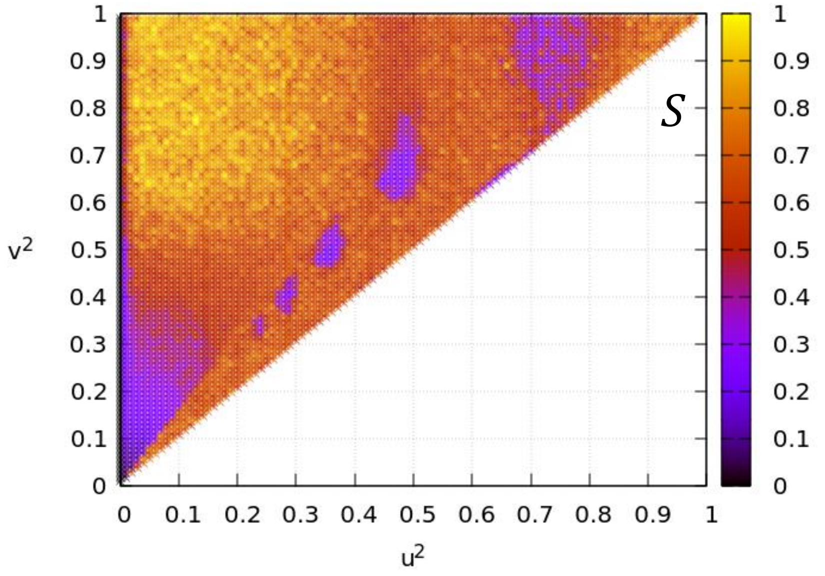
S : red {-1, 1}



S : red {1, -1}



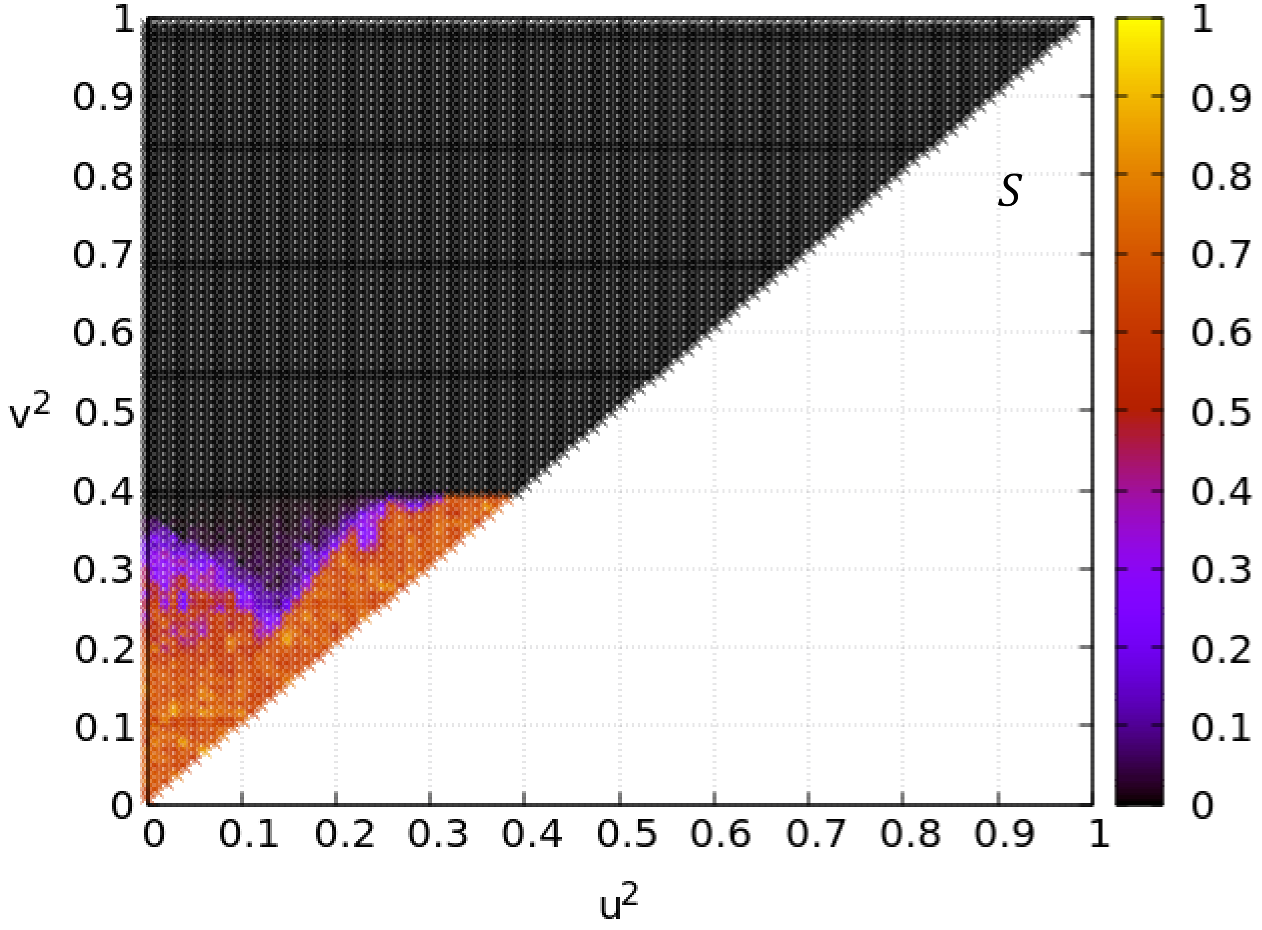
S : red {-1, -1}



Red de interacciones {1, 0}.

Valores fijos: $u^1 = 0.11$; $v^1 = 0.40$; Regla de interacción = {-1,1,0}.

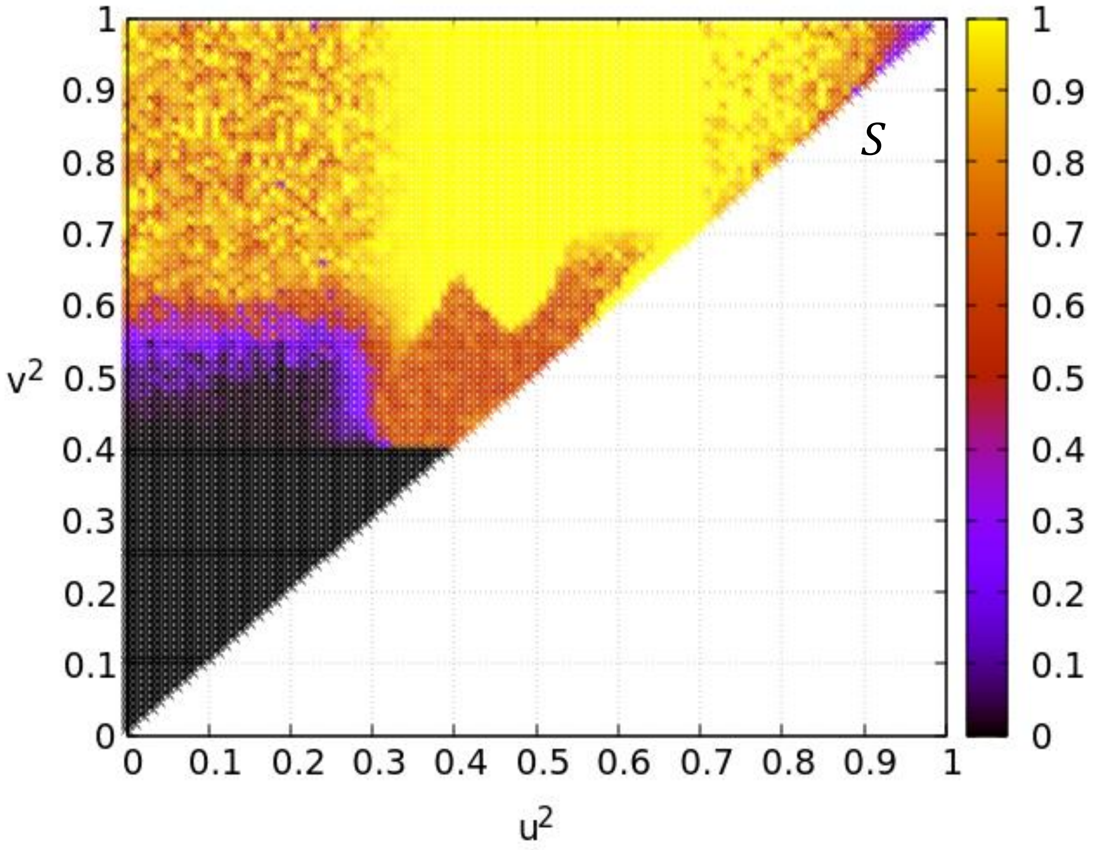
S **:** Orden normalizado de la componente mayor.



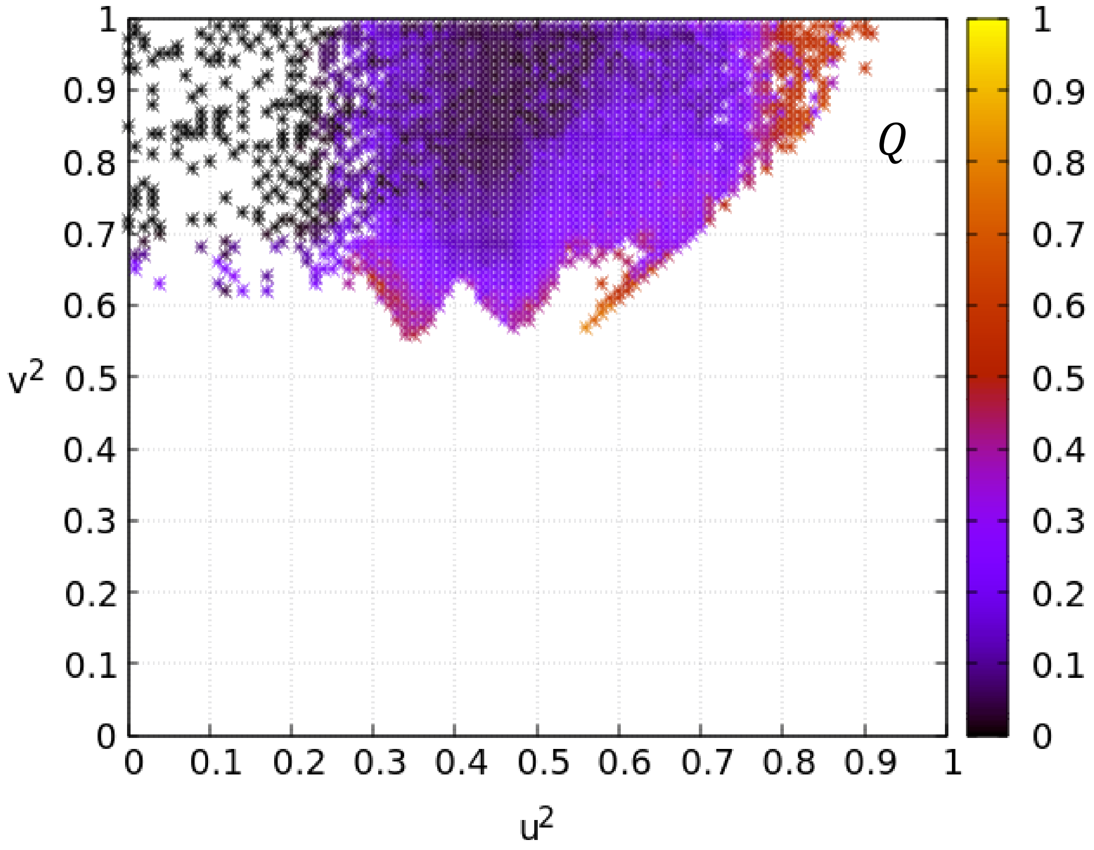
Red de interacciones {0, 1}.

Valores fijos: $u^1 = 0.11$; $v^1 = 0.40$; Regla de interacción = {-1,1,0}.

S : Orden normalizado de la componente mayor.



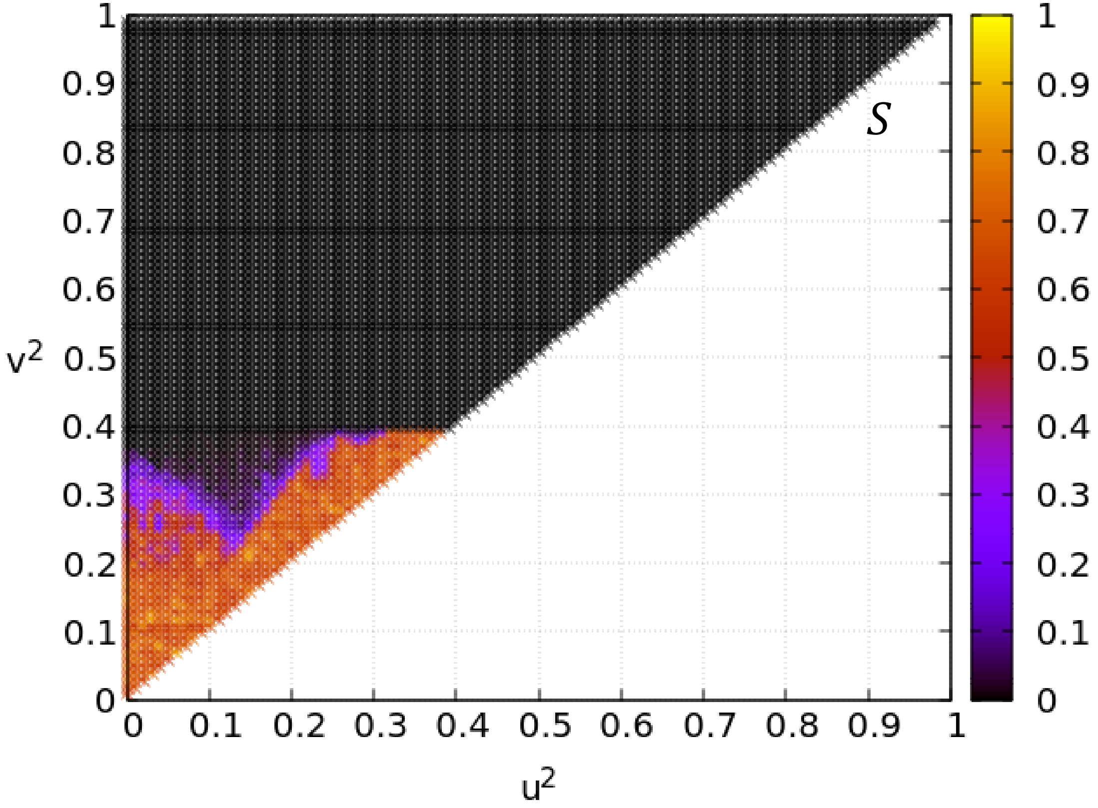
Q : Modularidad para $S > 0.9$.



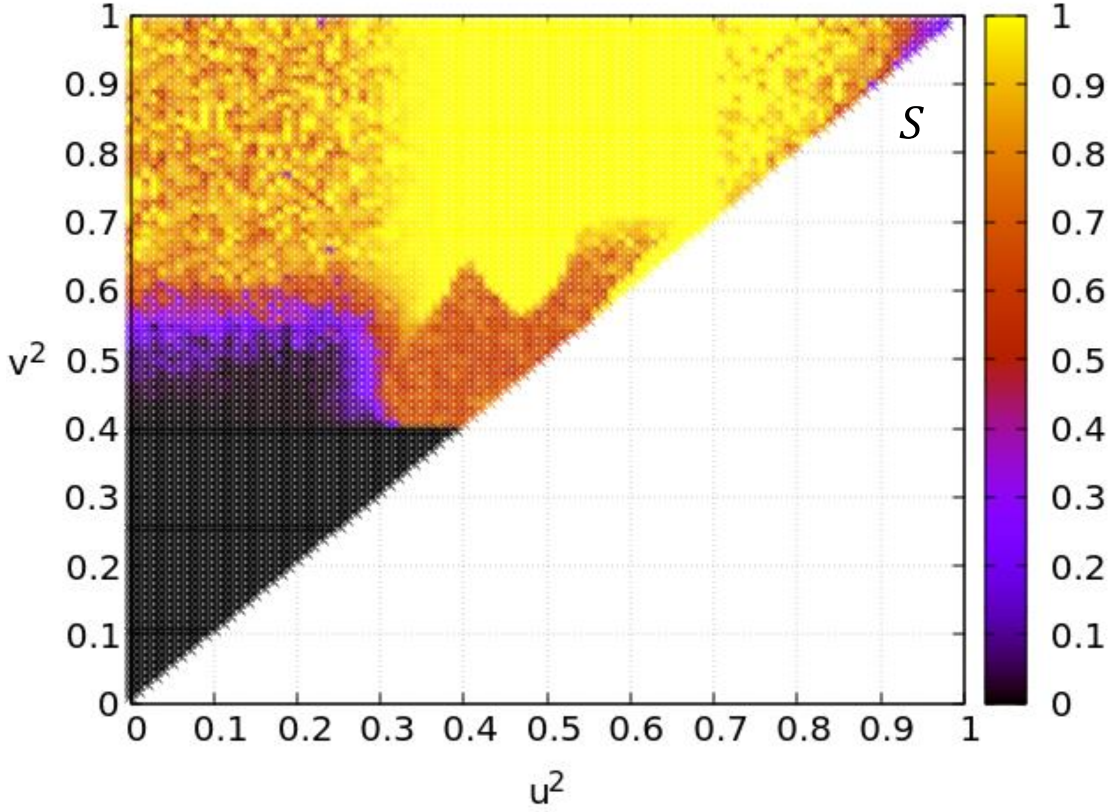
Comparación de S para las redes de interacción {1, 0} ; {0, 1}.

Valores fijos: $u^1 = 0.11$; $v^1 = 0.40$; Regla de interacción = {-1,1,0}.

S : red {1, 0}



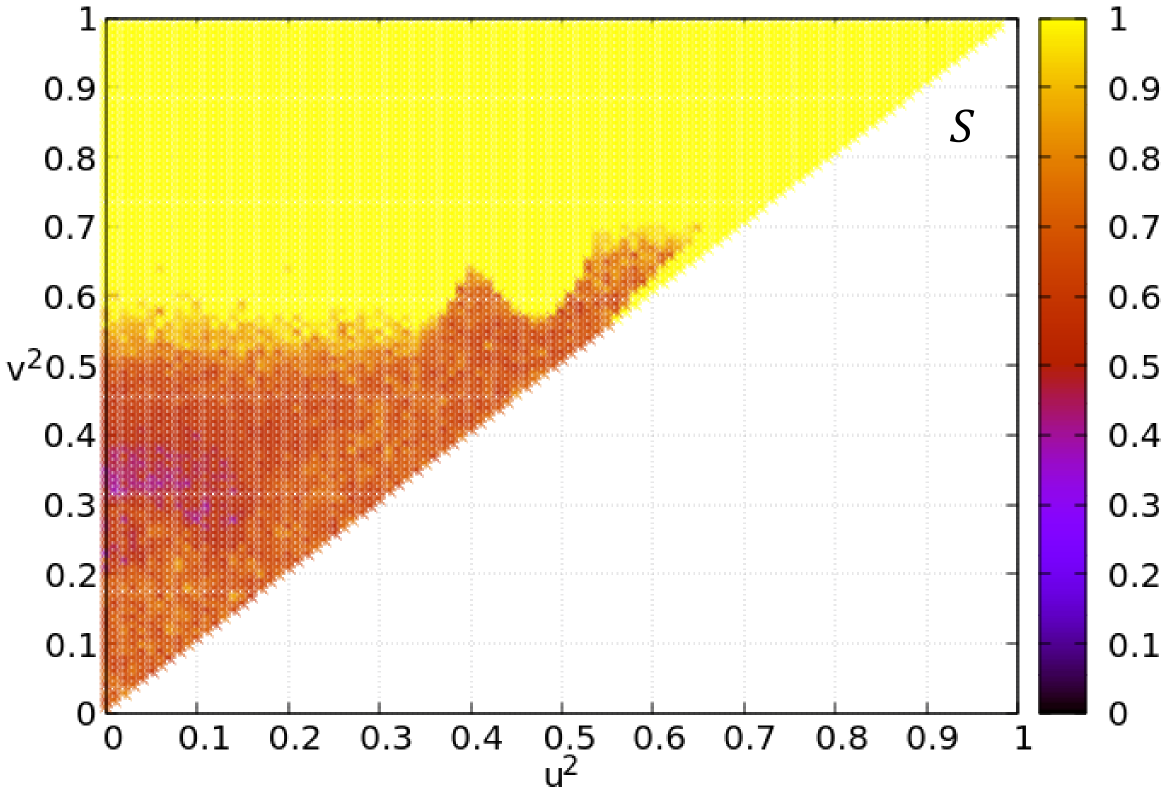
S : red {0, 1}



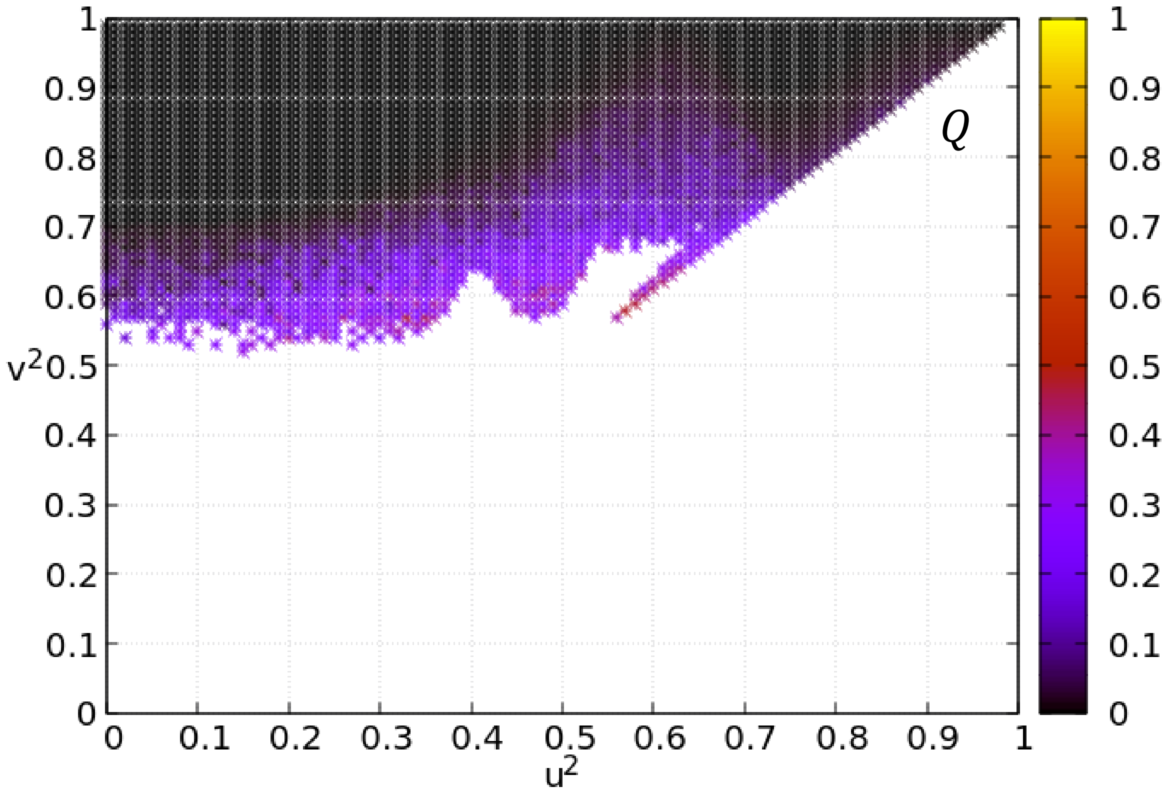
Red con todas las interacciones.

Valores fijos: $u^1 = 0.11$; $v^1 = 0.40$; Regla de interacción = {-1,1,0}.

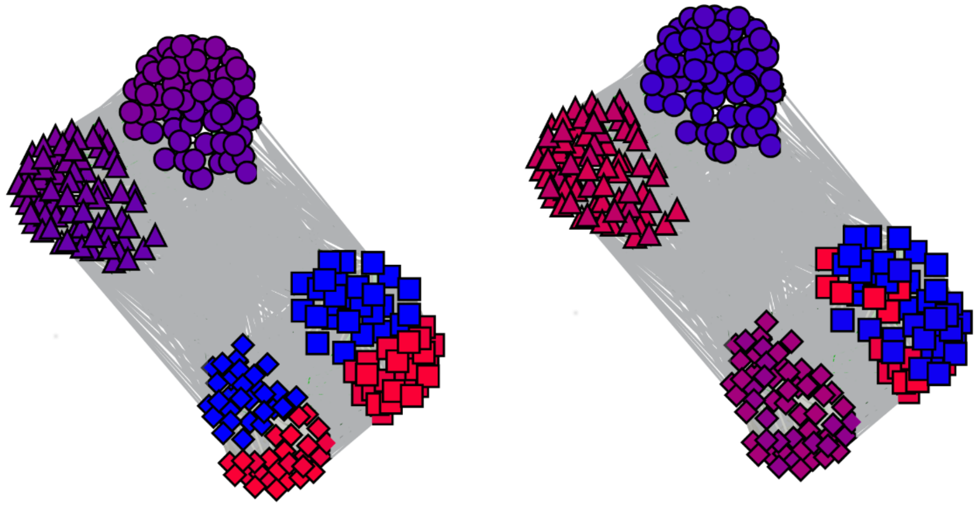
S : Orden normalizado de la componente mayor.



Q : Modularidad para $S > 0.9$.

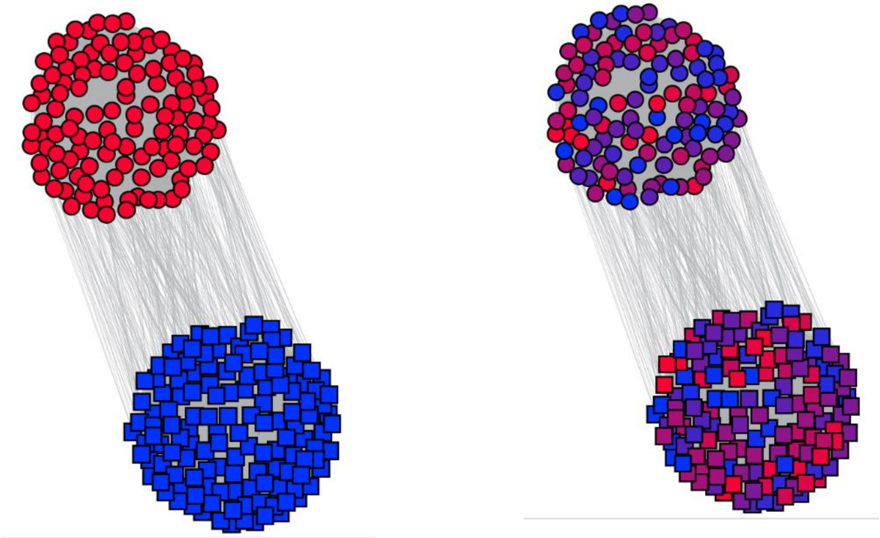


Red de interacciones con $u^2 = 0.60\ ;\ v^2 = 0.61$



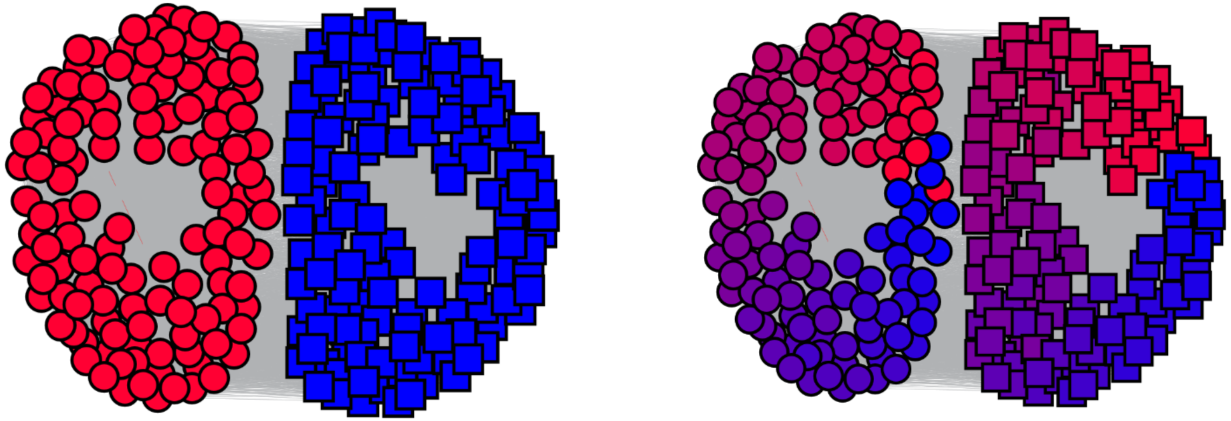
a) Opinión 1. b) Opinión 2.

Red de interacciones con $u^2 = 0.60\ ;\ v^2 = 0.68$



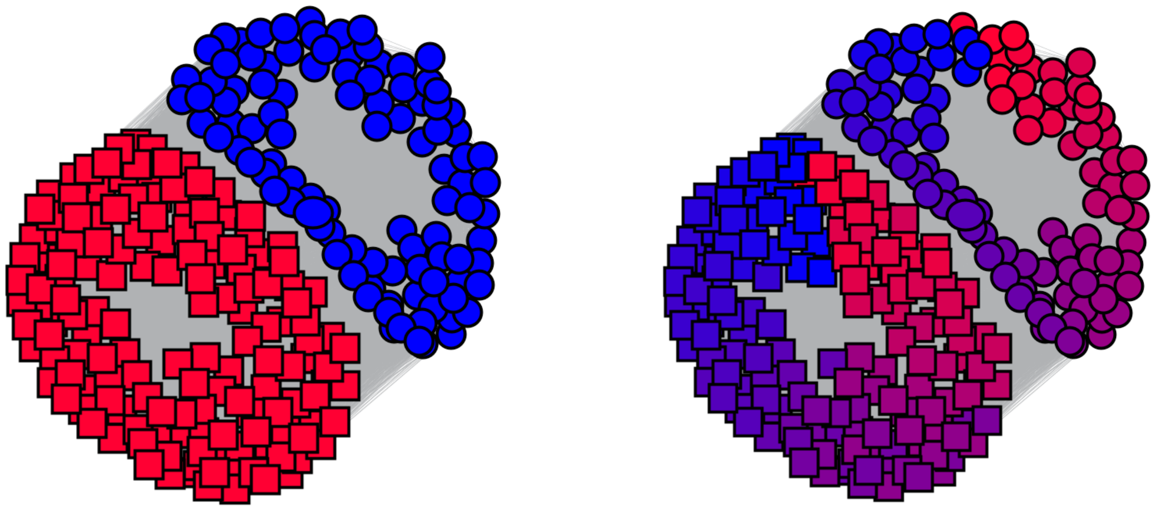
a) Opinión 1. b) Opinión 2.

Red de interacciones con $u^2 = 0.60\ ;\ v^2 = 0.71$



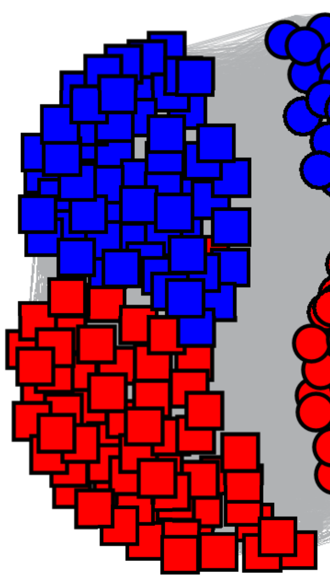
a) Opinión 1. b) Opinión 2.

Red de interacciones con $u^2 = 0.60\ ;\ v^2 = 0.75$

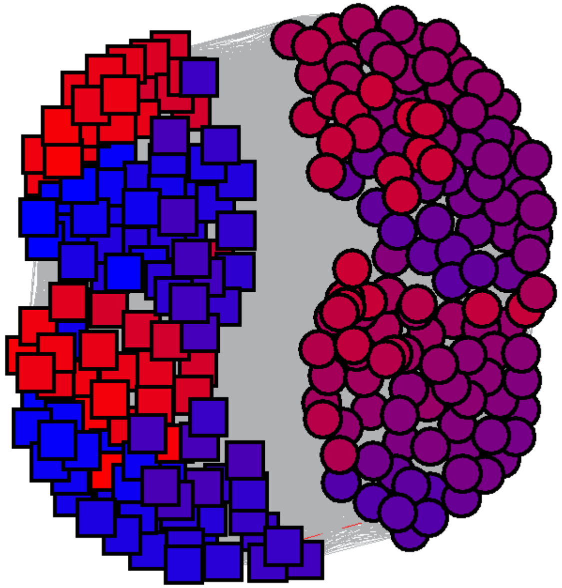


a) Opinión 1. b) Opinión 2.

Red de interacciones con $u^2 = 0.60\,;\ v^2 = 0.80$

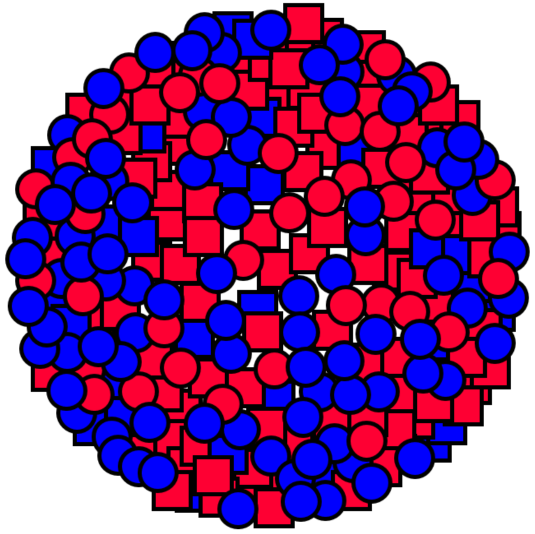


a) Opinión 1.

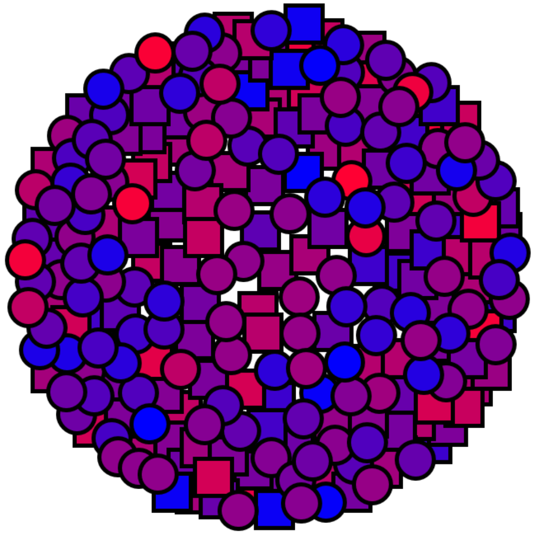


b) Opinión 2.

Red de interacciones con $u^2 = 0.60\,;\ v^2 = 0.90$



a) Opinión 1.



b) Opinión 2.

Conclusiones.

Presentamos un modelo de formación de opinión con repulsión bidimensional en donde las comunidades de individuos surgen espontáneamente para algunos valores de u^2 y v^2.

En las redes de interacción el grafo se fragmenta para valores $S < 0.90$, solo las redes de interacción $\{0, -1\}$ y $\{0, 1\}$ presentan regiones bien definidas en donde $Q > 0$ lo que indica estructura de comunidades. Se observa como los enlaces en la red se forman dependiendo de las interacciones consideradas, habiendo un cambio en los valores de $u^1 = 0.11$ y $v^1 = 0.40$ umbrales correspondientes a las primera componente.

En la red en donde se consideran todas las interacciones posibles se observa una gran región en donde la red no se fragmenta es decir con $S > 0.90$, para algunos de estos valores se observan regiones en donde $Q > 0$ lo que implica estructura de comunidades en dichas regiones. En la frontera en donde la red se fragmenta los valores de Q alcanzan valores máximos.

Al visualizar la red en diferentes valores del espacio de parámetros u^2 y v^2, se observa que en efecto en la frontera en donde la red se fragmenta se crean un mayor número de comunidades, lo cual se correlaciona con los valores máximos de Q, al seguir visualizando la red se observa como a medida que los valores de Q disminuyen las comunidades comienzan a acercarse hasta perder su estructura.

Gracias por su atención.