



Universidad de Los Andes
Centro de Física Fundamental



Sistemas coevolutivos y redes modulares

Examen de candidatura doctoral

M.Sc. José Luis Herrera

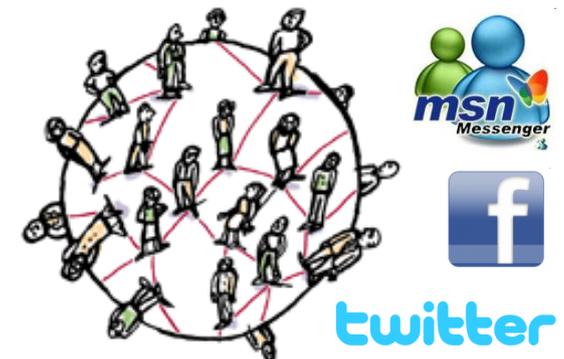
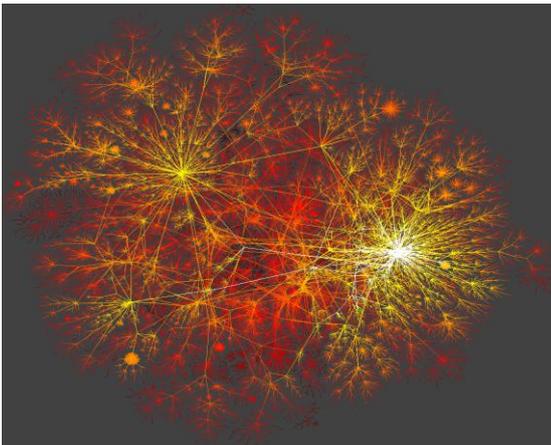
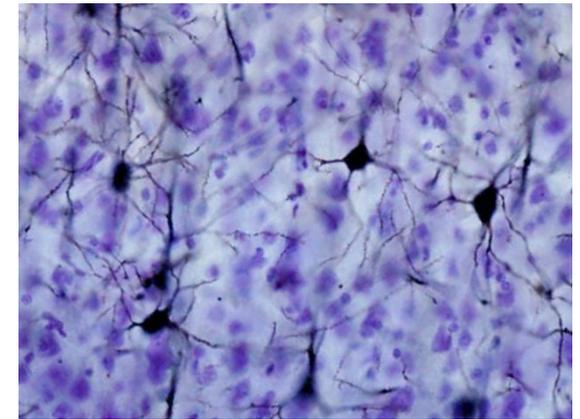
Tutor:
Dr. Mario Cosenza

Sistemas complejos

Sistemas complejos: comportamientos colectivos (estructuras, patrones, funcionalidad) no presentes en elementos aislados; *emergen* de las interacciones entre elementos del sistema. No linealidad.

Ejemplos: sistemas caóticos u osciladores acoplados, colonias de insectos, cardúmenes, tráfico, sistemas fisiológicos, cerebro, economía, redes, sistemas sociales.

Comportamientos colectivos universales: sincronización, formación de patrones, auto-organización, transición orden-desorden, red de conectividad, adaptación → Interdisciplinariedad.



Características de los sistemas complejos

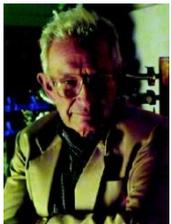
Características de los sistemas complejos:

- Sistemas dinámicos no lineales.
- Son sistemas fuera del equilibrio.
- Muchos elementos en interacción: **elementos + red de interacciones + no linealidad**
- Estructura a gran escala emerge de interacciones a pequeñas escalas.
- Sistemas distintos pueden exhibir comportamientos colectivos similares: *universalidad, interdisciplinaridad*.
- Comportamiento complejo no requiere causas complejas (no muchos parámetros o variables).



“Existen mecanismos que conducen a organización colectiva a partir del comportamiento individual desordenado”.
Thomas Schelling,
Micromotives and Macrobehavior, 1978.

“Estos modelos prueban que es posible usar Reglas *simples* de interacción para generar niveles de organización superiores a partir de agentes elementales”.
Robert Axelrod,
The Complexity of Cooperation, 1997.



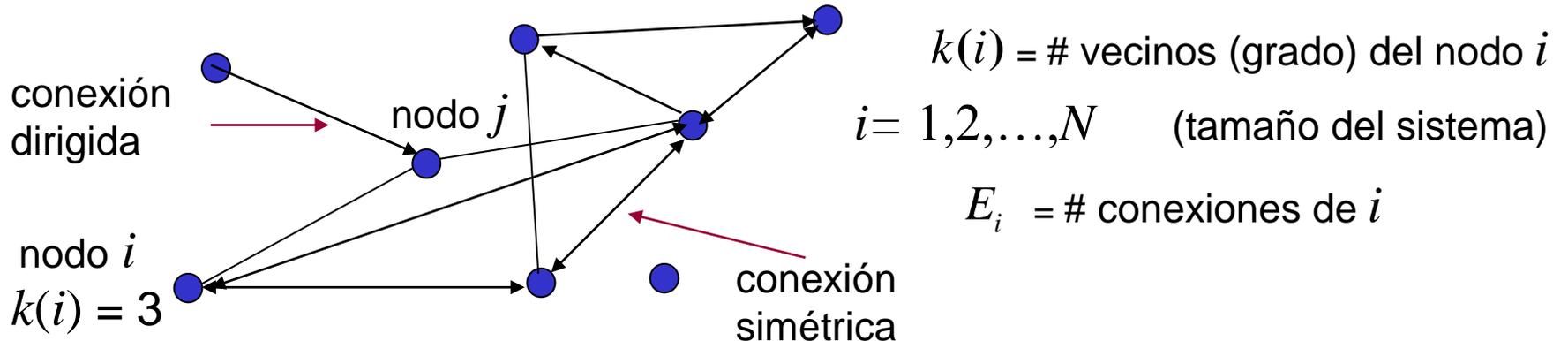
“Hablamos de *emergencia* como el Principio Divino, como los físicos de partículas hablan de la Partícula Divina”.
Philip Anderson, *More is different, One more time*, 2002.

“I think the next century will be the century of complexity” (2000)
What do you think most about during the day?
Women. They are a complete mystery. (2012)
S. Hawking



Redes

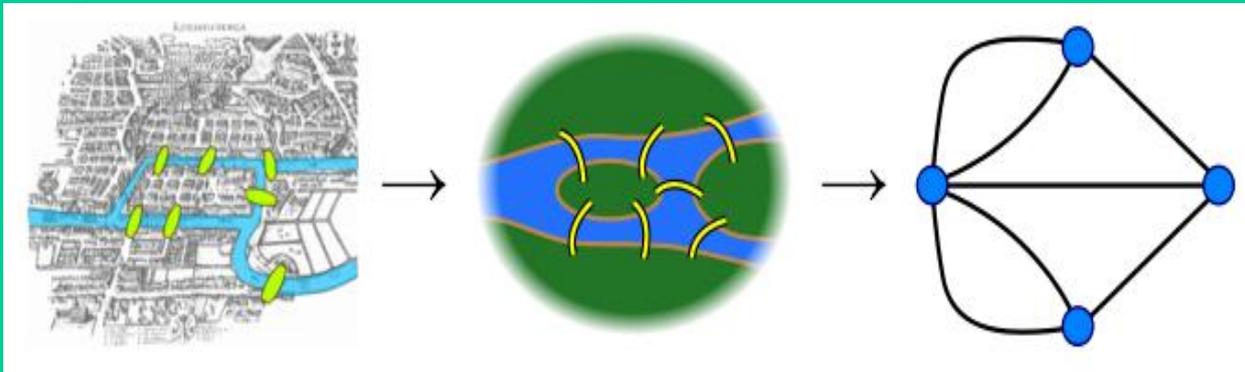
Comportamiento de un sistema depende de dinámicas locales y de red de interacciones (conexiones).



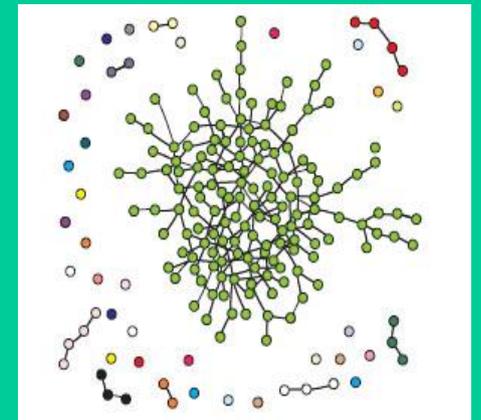
Teoría de Grafos:

Puente de Königsberg (Leonard Euler, 1736)

¿Existe un camino que cruce todos los puentes sin repetir ninguno?



Condición: $\#$ nodos con $k(i)$ impar = 2



P. Erdős (1960):
propiedades estadísticas
de redes aleatorias.

Caracterización de redes

Longitud característica:

Distancia promedio entre todos los pares de nodos.

$$\ell = \frac{1}{\frac{1}{2}n(n-1)} \sum_{i>j} d_{ij},$$

Coeficiente de agrupamiento:

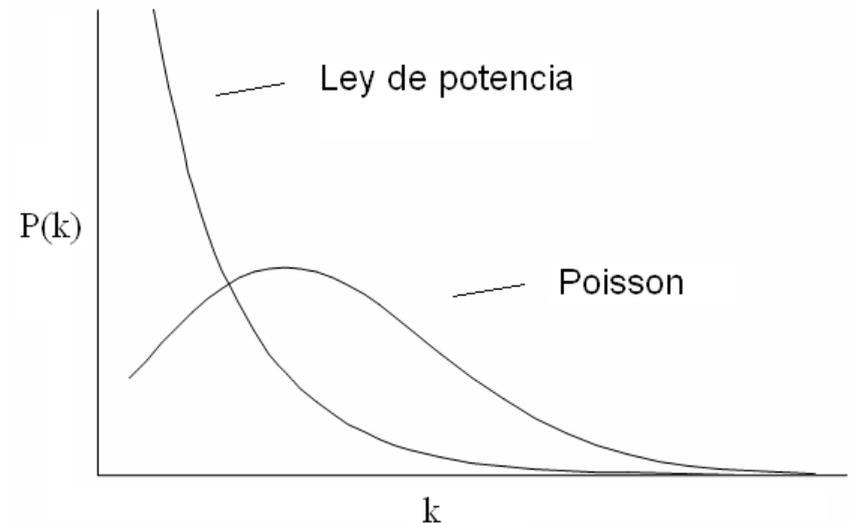
Fracción de enlaces existentes entre los vecinos de un nodo, promediado entre todos los nodos.

$$C_i = \frac{E_i}{\frac{1}{2}k_i(k_i - 1)}, \quad C = \langle C_i \rangle_i$$

$$C_i = \frac{\text{number of pairs of node } i \text{ that are connected}}{\text{number of pairs of neighbors of node } i}$$

Distribución de grado:

Probabilidad de obtener un nodo con grado k .



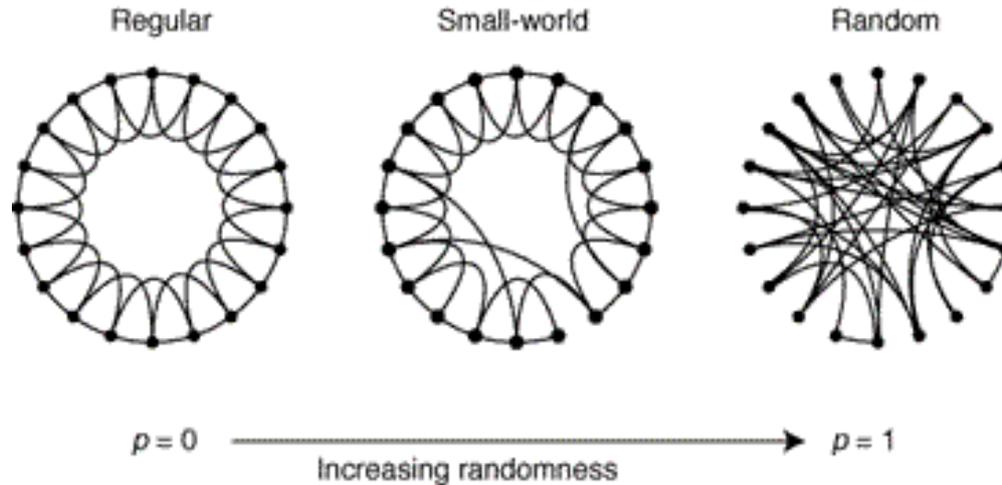
Modularidad:

Conjuntos de nodos muy conectados entre sí, (comunidades) con pocas conexiones entre conjuntos.

$$Q(c) = \frac{1}{2m} \sum_{ij} \left(A_{ij} - \frac{k_i k_j}{2m} \right) \delta(c_i, c_j)$$

Redes de pequeño mundo

Small World Networks, D. J. Watts, S. H. Strogatz, *Nature* **393**, 440 (1998).

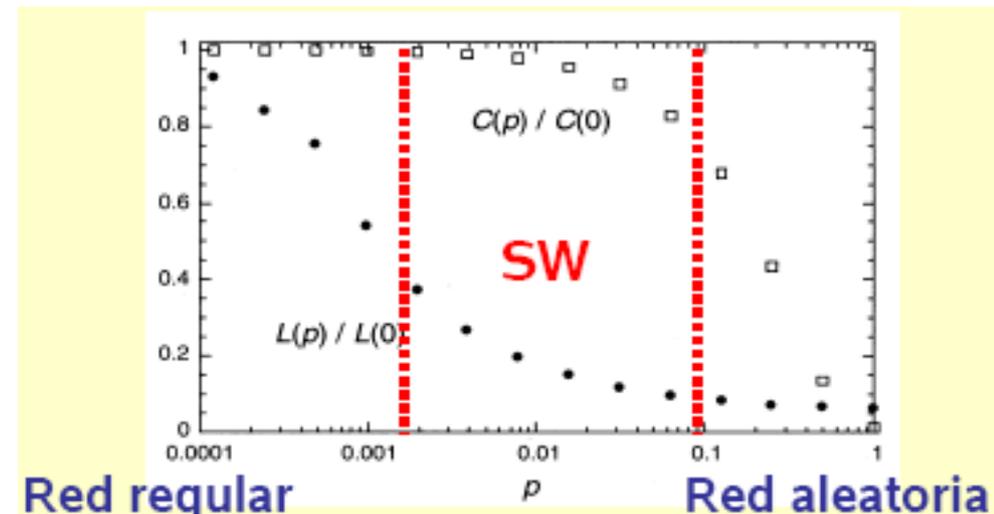


C = coeficiente de agrupamiento (clustering):
fracción media de vecinos que son vecinos entre sí.

L = longitud característica:
distancia promedio entre dos elementos.

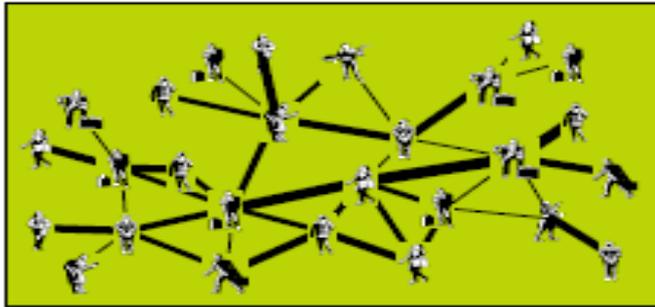
red de pequeño mundo:

C grande, **L** pequeño ($L \ll N$)



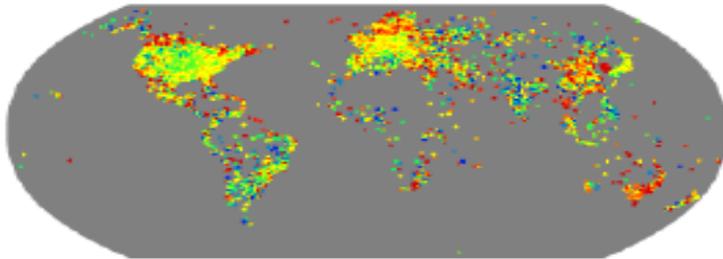
Redes de pequeño mundo (SW): entre el orden y el desorden

Efecto pequeño mundo



S. Milgram (1969): 296 personas
Nebraska  Boston

SEIS GRADOS de separación



Leskovic and Horwitz (2008)

240 Millones personas,
30.000 millones conversaciones MSN Microsoft
Distancia media: **6,6 GRADOS**

Figure 7: Number of users at a particular geographic location. Color of dots represents the number of users.

Degrees of Separation on Facebook

2008

2011



Backstrom, et. al. (2012)
arxiv.org/abs/1111.4570

721 Millones de usuarios
69 billones de enlaces
4,74 grados de separación

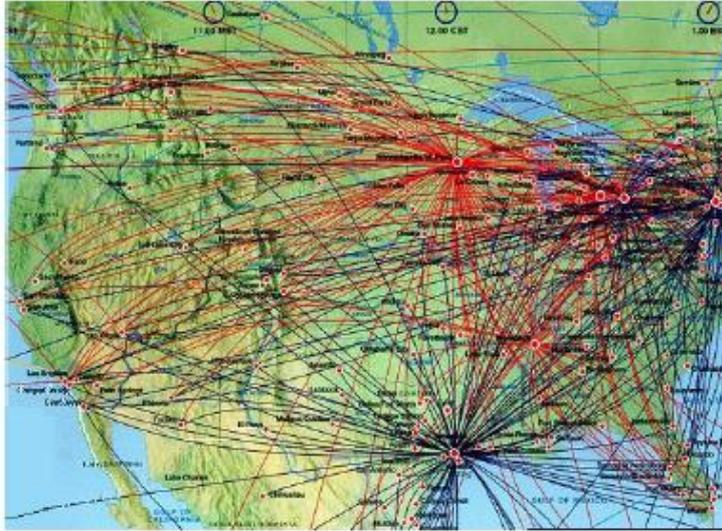
¡El mundo es pequeño!

Distancia media << Tamaño del sistema
Efecto ubicuo en sistemas naturales y artificiales.

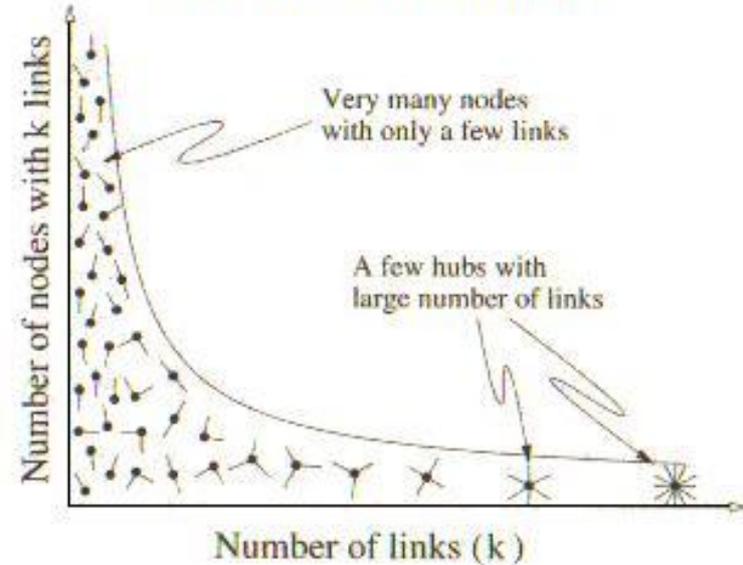
Redes libres de escala

A. Barabasi, R. Albert (1999)

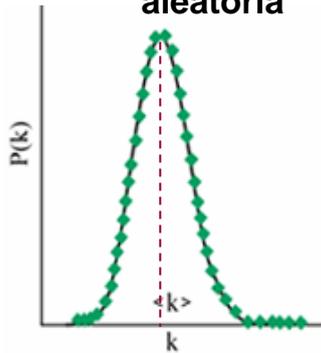
rutas aéreas



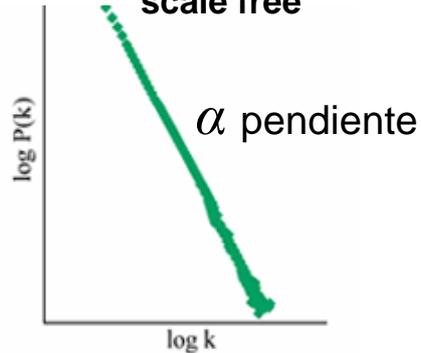
Power Law Distribution



aleatoria



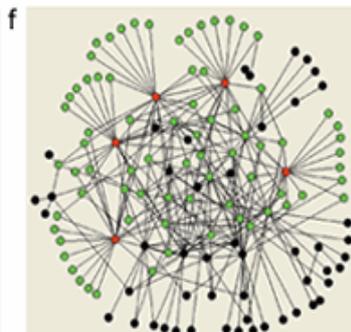
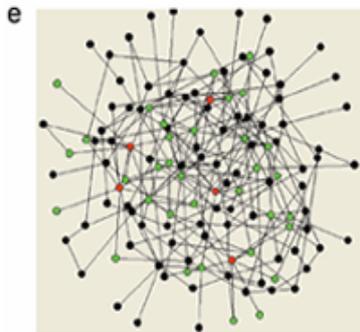
scale free



Distribución de probabilidad de conexiones sigue una ley de potencia:

$$P(k) \propto k^{-\alpha}$$

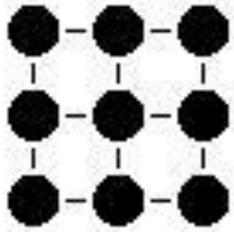
No existe una escala característica $\langle k \rangle$:
ocurrencia de eventos en todas las escalas



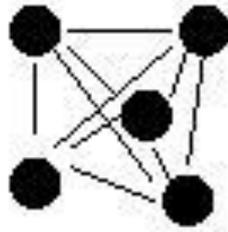
Ejemplos: www, internet, proteínas, lenguaje, citas científicas, rutas tráfico, organizaciones, llamadas telefónicas, distribución de recursos, etc.

Varios tipos de redes

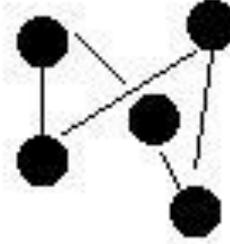
Euclidiano



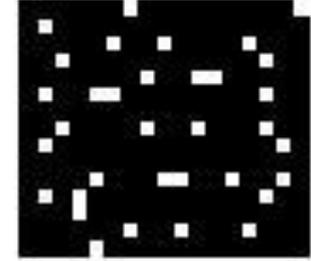
Global



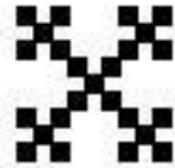
Aleatorio



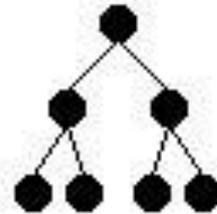
Porosos



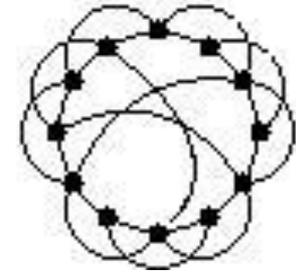
Fractales multi y monoconexos



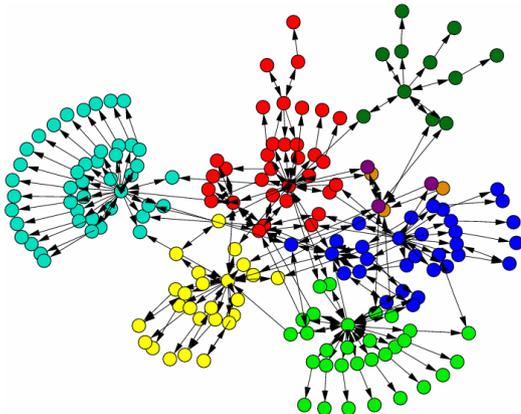
Arboles



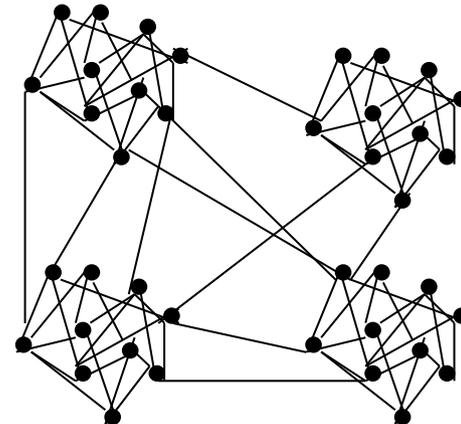
Small World



Libre de escala



Comunidades



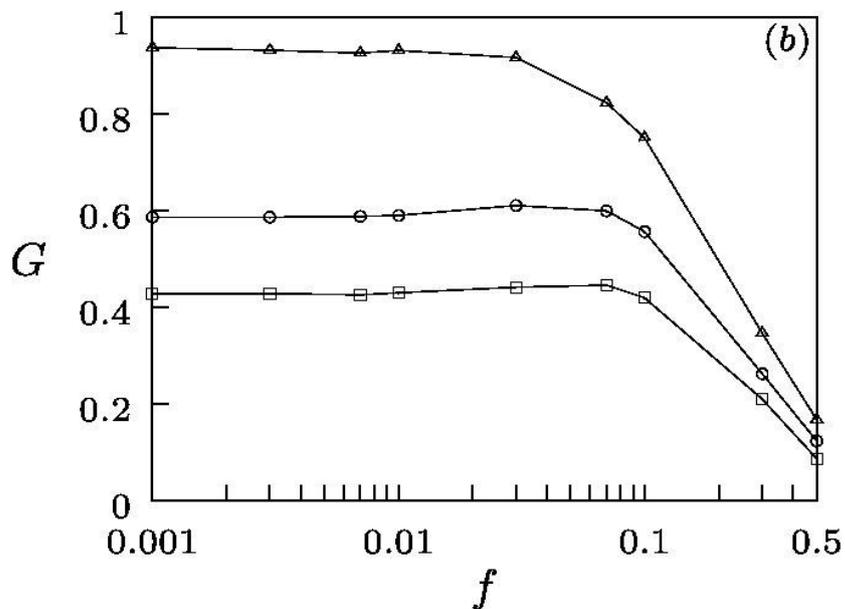
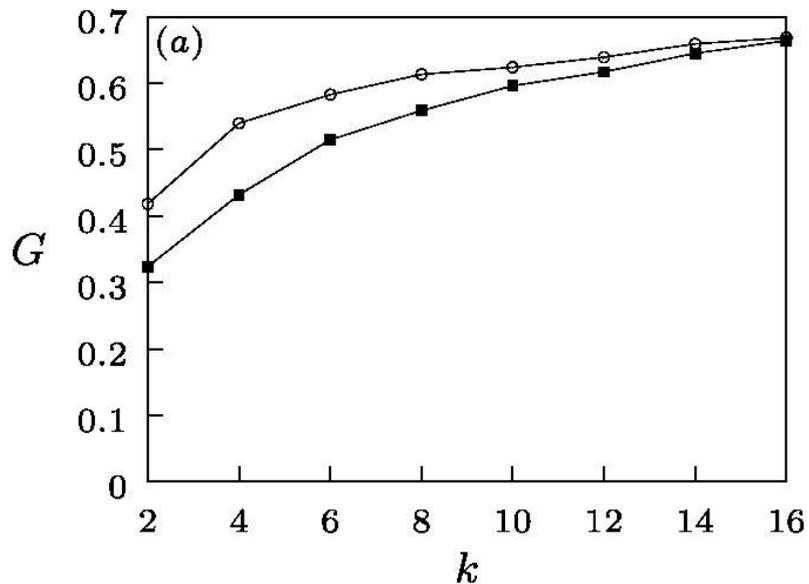
redes
complejas

Efecto de la topología en un sistema económico

J.Herrera, et.al. Physica A 390 (2011) 1453-1457

Modelos usuales:

Sistema económico – Interacciones tipo gas
(*Yakovenko 2009*)



Restricción de interacción (*Laguna et.al. 2004*)

w_i = Riqueza β_i = aversión al riesgo

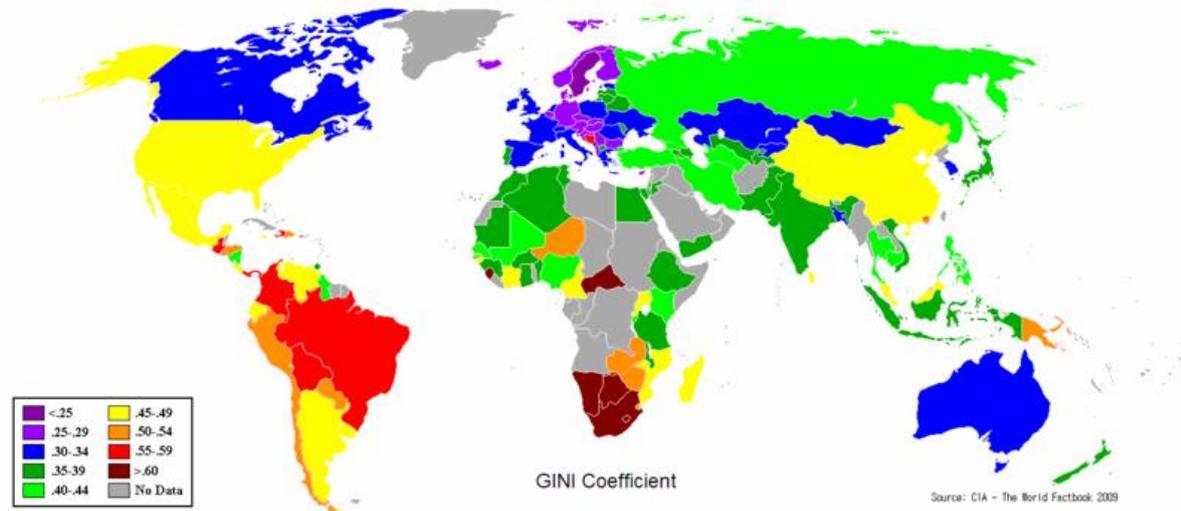
$$|w_i(t) - w_j(t)| < u$$

Interacciones globales

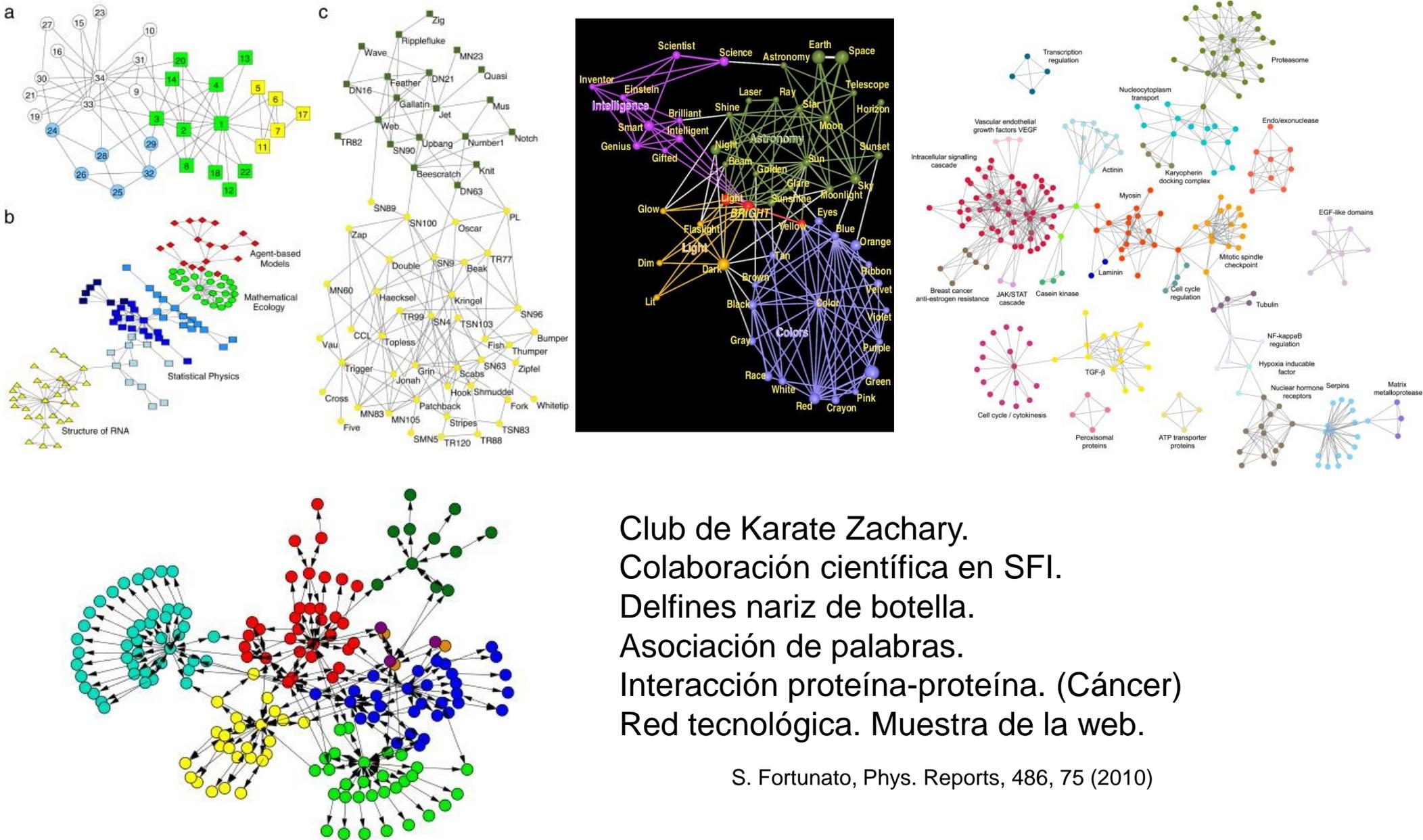
Nuestra propuesta:

***Interacciones locales son importantes.
Topología subyacente***

Resultados del coeficiente de Gini se aproximan a los reales



Estructura de comunidades en redes reales



Estructura presente en muchos sistemas, en diversos contextos
Nuestra pregunta: *¿Qué mecanismo genera esta estructura?*

¿Cómo se generan las estructuras de comunidad?

Proponen el mismo mecanismo de redes scale-free^{8,9}
No depende del estado de los elementos

$$\Pi(k_i) = \frac{k_i}{\sum_j k_j}$$

Formación de estructuras sociales debe depender de los estados de los individuos que la forma

Elección de compañeros sexuales: parecidos pero no tanto. Diversidad.^{10,11}

Comportamiento social: buscar compañeros similares, NO iguales.¹²

¿Qué mecanismo las genera de manera espontánea?

**Nuestra propuesta:
Umbral de repulsión - Mecanismo de identidad individual**

8.- Chunguang Li, Philip K. Maini, Journal of Physics A: Mathematical and General, Vol. 38, No 45, pp. 9741-9749, 2005

9.- P. Pollner, G. Palla and T. Vicsek, Europhys. Lett. 73, 478 (2006)

10.- El tercer chimpancé, la elección de pareja y de los compañeros sexuales. Pag. 150-156.

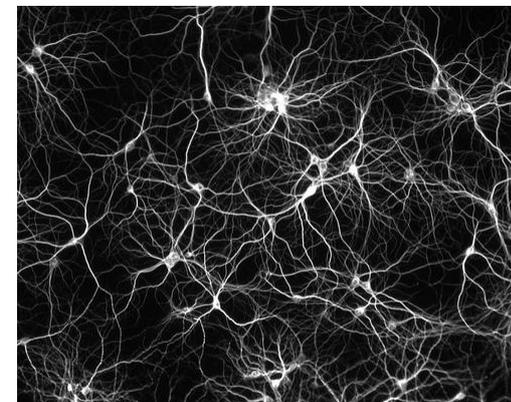
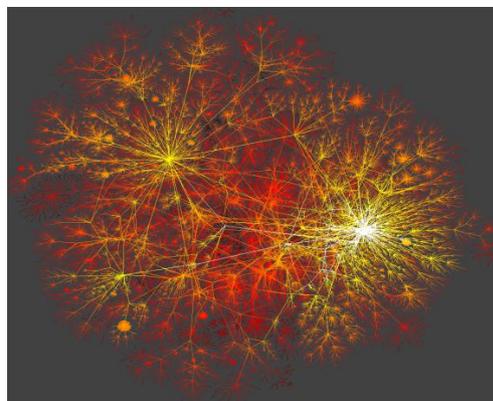
11.- H.C. Lie, L.W. Simmons, G. Rhodes, Evolution and Human Behavior, 31 (2010) 48-58.

12.- A. Parravano, H. Rivera-Ramirez, M.G. Cosenza, Physica A, Vol. 379 (2007) 241-249.

Sistemas dinámicos coevolutivos

Cambios en la topología ocurren como efecto de feedback de la dinámica de los estados de los nodos
Elementos y sus conexiones cambian simultáneamente

Ejemplos: redes de comunicación y transporte, el cerebro, redes económicas y sociales.



Buscar la de los telefonos

Coevolución:

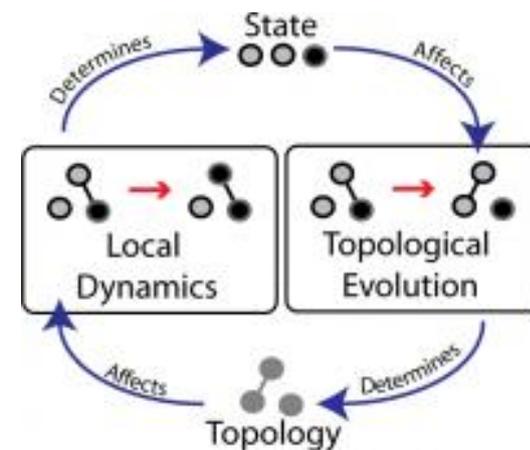
El estado de un agente cambia por influencia de su entorno

El entorno de un agente cambia como consecuencia de su estado

Acoplamiento: **Topología** ↔ **Dinámica**

¿La dinámica de los elementos controla la topología
o la topología controla la dinámica de los elementos?

→ competencia entre las escalas temporales de estos procesos



Nuestra propuesta: **Esquema general para el estudio de sistemas coevolutivos.**

Adaptación vs Coevolución
Forzado vs Autónomo

Modelos de dinámica de interacción social

Modelo de Deffuant⁴ (estados continuos)

$$|x_i(t) - x_j(t)| < \varepsilon \quad \varepsilon \rightarrow \text{Umbral de tolerancia} \quad x_i(t+1) = x_i(t) + \mu[x_j(t) - x_i(t)]$$

$$x_i \in [0,1] \quad \mu \rightarrow \text{Parámetro de convergencia} \quad x_j(t+1) = x_j(t) + \mu[x_i(t) - x_j(t)]$$

Modelos de estado discreto

Modelo del votante⁵

Agentes con una opinión sobre un Tema, se ubican sobre una red. Se selecciona un agente y se compara su estado con uno de sus vecinos. Si es diferente, copia la opinión del vecino

Formación de opinión

Modelo de Axelrod(vectorial)⁶

$$C_i = (\sigma_{i1}, \sigma_{i2}, \dots, \sigma_{if}, \dots, \sigma_{iF})$$

$$p_{ij} = \frac{\sum_{f=1}^F \delta_{\sigma_{if}, \sigma_{jf}}}{F}$$

Diseminación cultural

Otros modelos: Szjnad, Glauber, Balance social, juego de las minorías, mass media.
Sistemas sociales y biológicos poseen condición o umbral para interacción (similitud)

Transiciones orden – desorden. Transiciones de fragmentación

Redes estáticas no son suficientes. Sistemas sociales cambian en el tiempo. Sistemas coevolutivos

4.-Deffuant, G., Neau, D., Amblard, F., and Weisbuch, G., Advances in Complex Systems 3 (2000) 87-98.

5.- K. Suchecki, V. Eguíluz, M. San Miguel, PRE 72, 036132 2005

6.- C. Castellano, M. Marsili and A. Vespignani, Phys. Rev. Lett. **85**, 3536 (2000).

Coevolución de la topología y la dinámica en redes

J.L. Herrera et.al, EPL, 95 (2011) 58006

Coevolución consiste en dos procesos que coexisten:

- **Recableado:** un nodo cambia sus conexiones con probabilidad P_r
- **Dinámica:** un nodo cambia su estado con probabilidad P_c

Nuestras premisas:

1. Recableado y dinámica pueden ser independientes.
2. El proceso de recableado consiste en dos acciones básicas:
desconexión y reconexión entre nodos.

- Ambas acciones, desconexión y reconexión, ocurren mediante algún criterio de comparación de los estados de los agentes.

Definimos

$d \in [0,1]$ = Prob. dos nodos con estados idénticos se desconecten
→ $1-d$: se desconectan dos nodos con diferentes estados

$r \in [0,1]$ = Prob. Conexión de dos nodos con el mismo estado
→ $1-r$: se conectan dos nodos con estados diferentes

- El proceso de recableado caracterizado por la etiqueta dr : un punto en el espacio (d,r) .
Por simplicidad ambas acciones siempre se realizan (número de enlaces se conserva)

Un modelo coevolutivo consiste en una relación funcional que acopla P_r y P_c

Proceso discreto de reconexión

Proceso reconexión: $dr \rightarrow d$ (descon.), r (recon.) entre nodos con igual estado

Implementación:

Cada acción d o r puede tomar 3 valores distintos:

S (similitud):

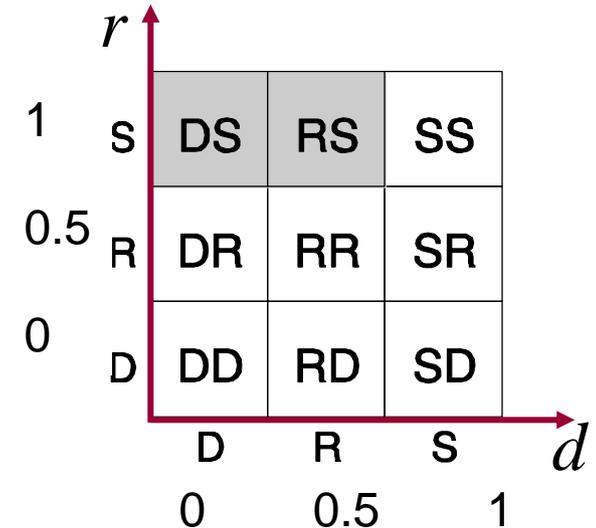
entre nodos del mismo estado (prob.=1).

R (aleatorio):

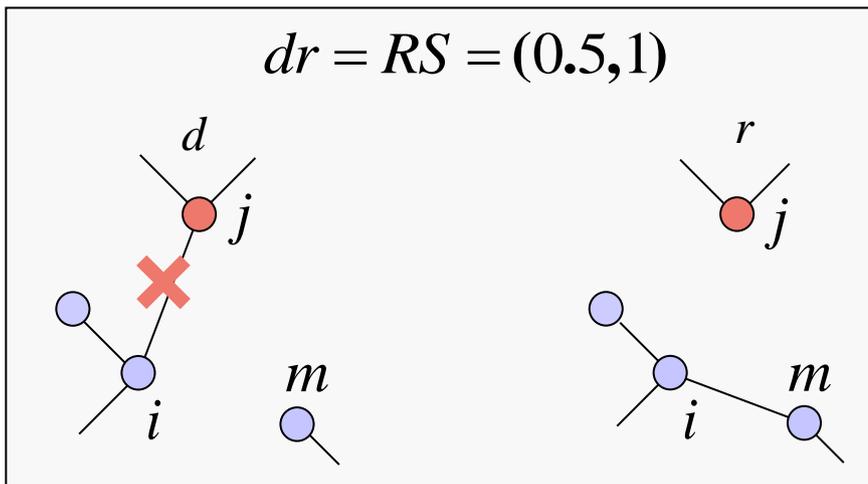
sin importar el estado (prob.=0.5).

D (disimilitud):

entre nodos de diferentes estados (prob.=0)



Ejemplo:



RS:

Proceso de recableado donde i se desconecta de un vecino aleatorio j , y luego se conecta a un vecino m con el mismo estado que i .

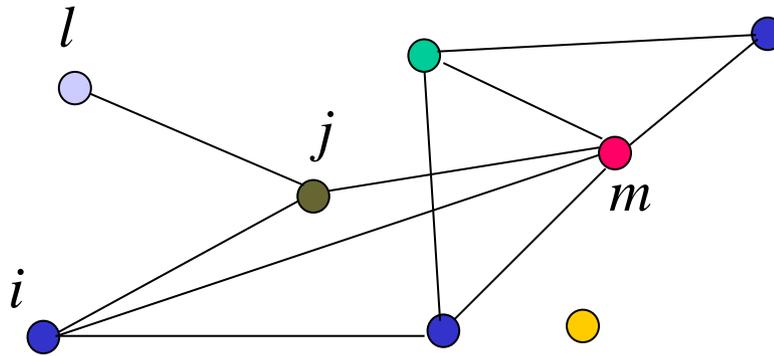
Recableados propuestos en la literatura se pueden clasificar bajo este esquema.

RS: P. Holme, M.E.J. Newman, *PRE* **74**, 056108 (2006).

DS: F. Vazquez et al, *PRL* **100**, 108702 (2008).

Dinámica coevolutiva

- Sistema dinámico coevolutivo puede ser representado por: d, r, P_r, P_c .



$i = 1, 2, \dots, N$ (Tamaño del sistema)

v_i = conjunto de vecinos de i

k_i = # de vecinos (grado) de i

\bar{k} = grado promedio de la red

g_i = variable de estado de i

- Dinámica de los estados (P_c): analogo modelo del votante (imitación): $g_i \in \{1, 2, \dots, G\}$
- Red inicial aleatoria con (N, \bar{k}) . Dado un proceso de recableado dr con P_r y distribución de estados aleatoria, la dinámica de coevolución se define iterando los siguientes pasos:

1.- Seleccione un agente i tal que $k_i > 0$

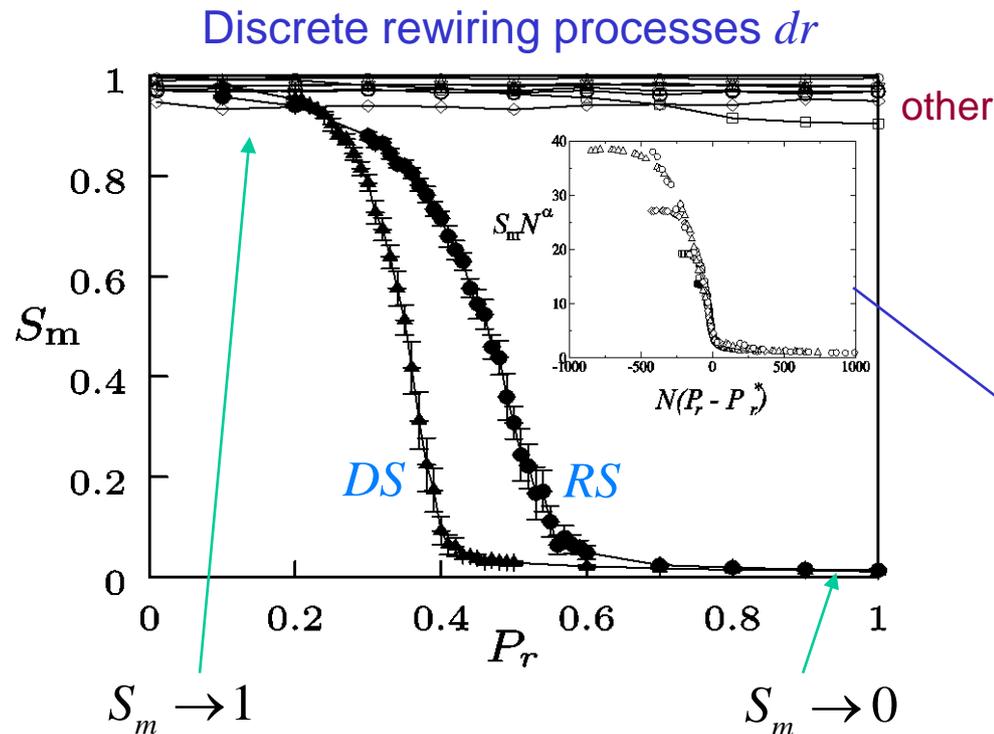
2.- Con probabilidad P_r aplique el proceso de recableado dr :

corte el enlace (i, j) , $j \in v_i$ bajo la acción d , y establezca (i, l) , $l \notin v_i$ bajo la acción r .

3.- Seleccione aleatoriamente un agente $m \in v_i$ tal que $g_m \neq g_i$. Con probabilidad establezca $g_i = g_m$

Comportamiento colectivo: transición de fragmentación

- Competencia entre el cambio de estado (aumenta # conexiones nodos similares) y recableado (puede favorecer separación) puede conducir a la fragmentación de la red: *formación de dominios*.
- **Dominio:** componente o subgrafo donde todos los nodos con el mismo estado.
- **Parámetro de Orden,** tamaño promedio normalizado del dominio más grande del sistema S_m



$$N = 3200, \bar{k} = 4$$

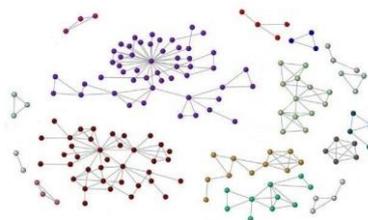
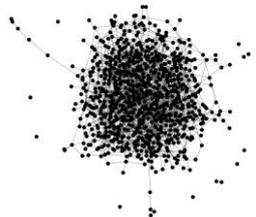
$$G = 320, P_c = 0.6$$

Critical value: $P_r^* = 0.541$ (RS)

$P_r^* = 0.380$ (DS)

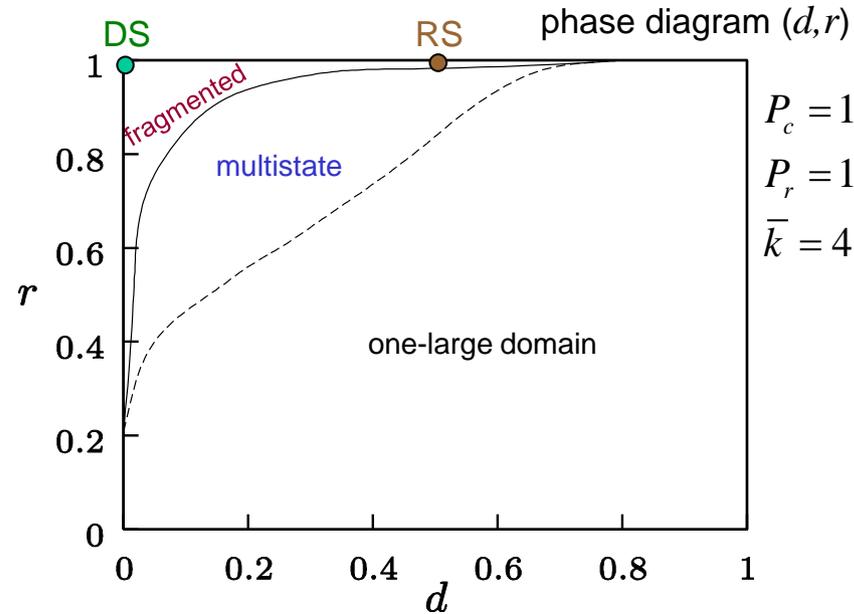
Analisis de tamaño finito (RS):

$$S_m N^\alpha = F(N(P_r - P_r^*))$$



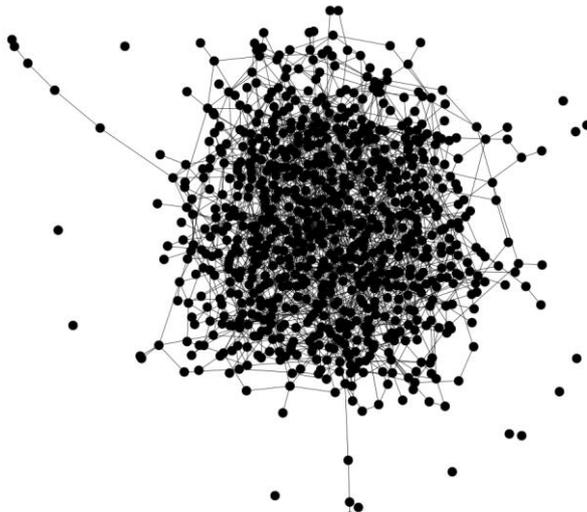
Transición fuera del equilibrio en P_r^* :
Un dominio grande \rightarrow muchos dominios

Procesos continuos de recableado

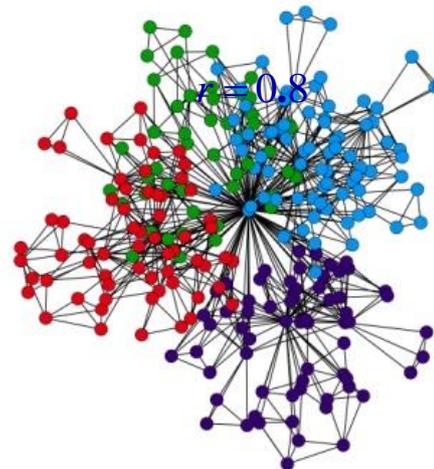


J.L. Herrera et.al, EPL, 95 (2011) 58006

$r = 0.2$

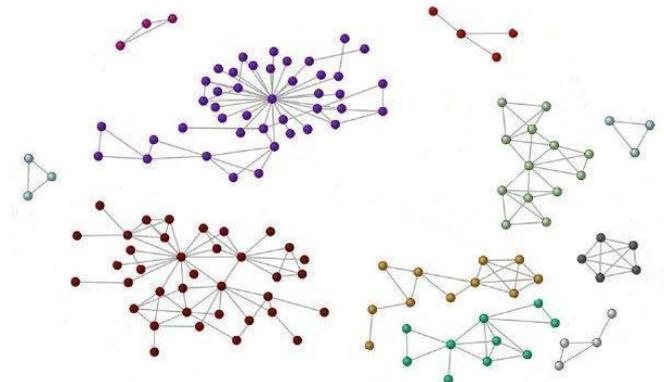


random, one-large domain



long-lived multistatey
Communit structure

$r = 0.95$



fragmented

$$\tau \propto e^{\beta N} \text{ (Reciente)}$$

Conclusiones y extensiones.

Sistemas complejos se pueden describir mediante redes dinámicas

Existen propiedades estadísticas y topológicas universales en redes.

Las estructuras de comunidades son ubicuas en sistemas sociales y biológicos

Muchos sistemas son coevolutivos: **Dinámica** \leftrightarrow **Topología**

• Esquema general para estudiar la coevolución de la topología y la dinámica en redes: (P_r, P_c, d, r) .

• Coevolución: dos procesos coexisten, dinámica local (P_r) recableado de la red (P_r).

• Proceso de recableado dr : dos acciones, desconexión (d) y reconexión (r).

• Comportamiento colectivo se caracteriza en función de (P_r, P_c, d, r) .

• Transición de fragmentación de la red en el espacio de parámetros $(P_r, P_c), (d, r)$.

• Se encuentran nuevos resultados y se pueden reproducir resultados previos bajo este esquema

• Plano (d, r) : persistencia de múltiples estados en una componente gigante para largos períodos; emerge estructura modular en la red \rightarrow comunidades..

• Futuras investigaciones:

Otras dinámicas en los nodos, permitir la no conservación de enlaces, intensidad de conexiones variable, efectos de campos externos sobre sistemas coevolutivos (mass media), influencia del ruido en la estabilidad de las estructuras de comunidad, extensión a sistemas dinámicos caóticos (ecuaciones diferenciales, mapas acoplados) coevolutivos.