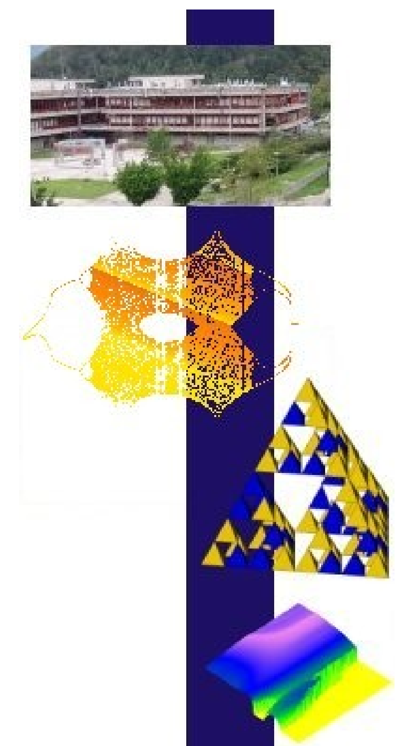
Universidad de los Andes
Facultad de Ciencias
Centro de Física Fundamental
Área de Caos y Sistemas Complejos

Trabajo Especial de Grado

Formación de estructuras en un modelo sociodinámico de conflictos



Diego Bernabé Ortiz Silva

Tutor:
Prof. Mario Cosenza

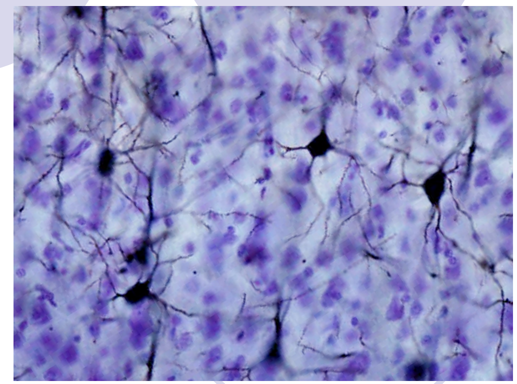
www.cff.ula.ve/caoticos

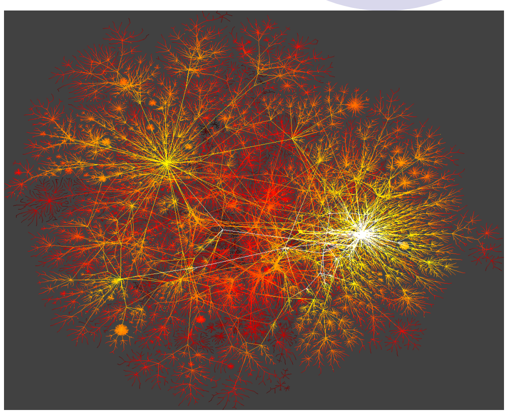
Sistemas Complejos

Sistemas complejos: propiedades colectivas (estructuras, patrones, funcionalidad) *emergen* de las interacciones entre elementos del sistema. No linealidad

Ejemplos: sistemas caóticos acoplados, colonias de insectos, cardúmenes, tráfico, sistemas fisiológicos, cerebro, redes, economía, sistemas sociales.

Comportamientos colectivos universales: sincronización, formación de patrones y estructuras, transiciones orden-desorden, conectividad, adaptación, etc → Interdisciplinariedad.

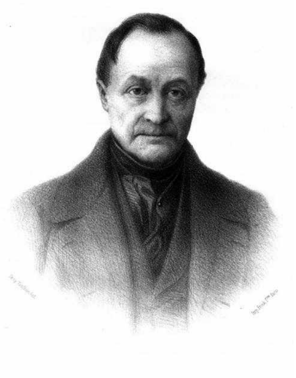




"What physicists bring to a new field is an attitude: the conviction that misteries can be solved".

Pursuing arrogant simplicities, Editorial *Nature* (2004).

Sistemas sociales vs. sistemas físicos



"Ahora que la mente humana ha comprendido la física celeste y la física terrestre, la física química, la física orgánica, tanto vegetal como animal, queda una Ciencia por completar la serie de ciencias de la observación: la *Física Social*. Esta es la que los hombres más necesitan hoy en día; y ésta es el objetivo del presente trabajo".

Auguste Comte, *Cours de Philosophie Positive (1830).*

Hipótesis: Fenómenos sociales (complejos) → fenómenos colectivos → Física.

Algunos problemas en Sociofísica:

- Competencia y cooperación.
- Formación de opinión y voto.
- Redes sociales.
- Consenso y polarización.
- Propagación de información.
- Emergencia de estructuras.

Conceptos y técnicas:

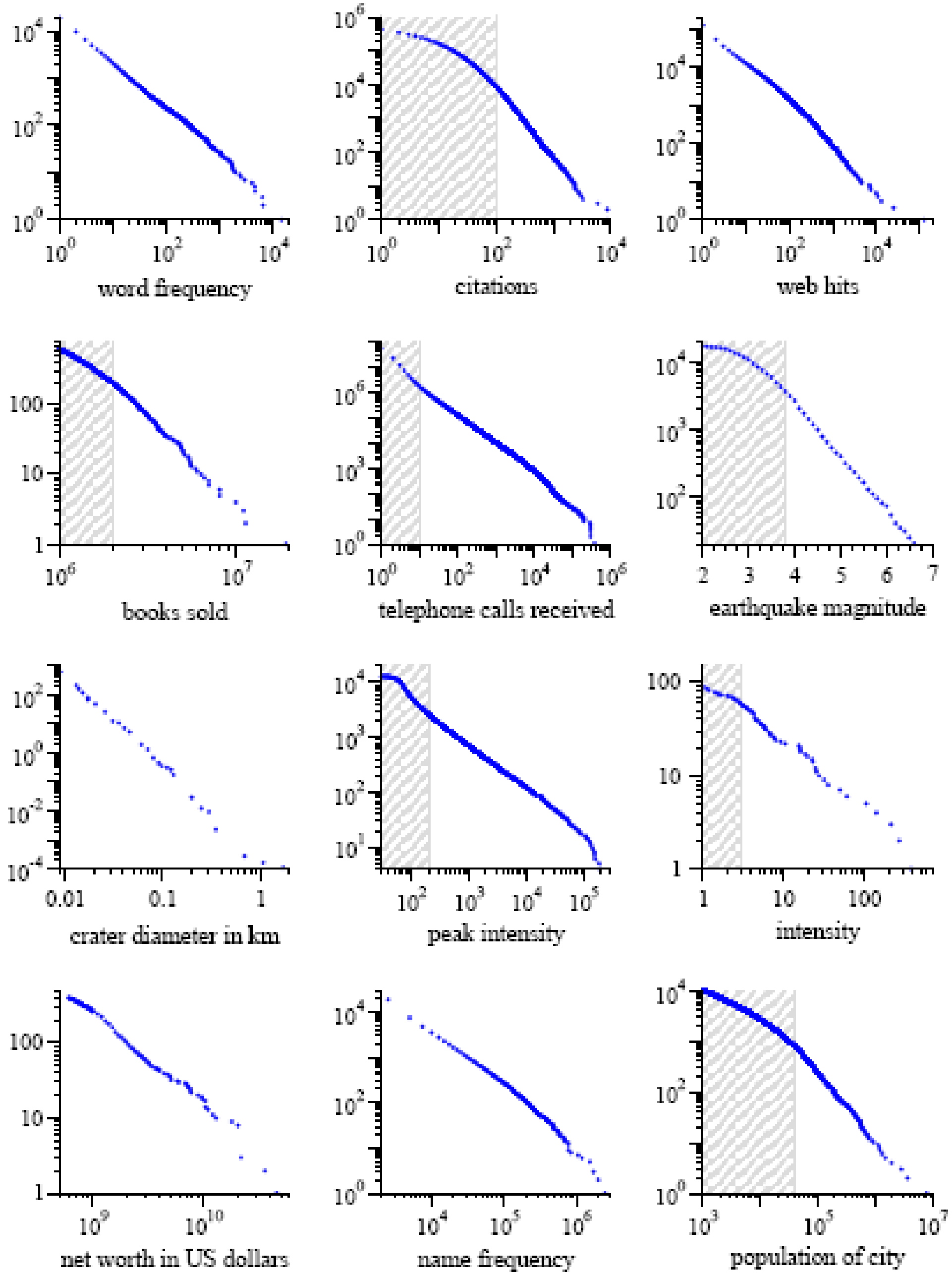
Dinámica No Lineal y Caos, Mecánica Estadística, Redes.

Diferencias entre sistemas sociales y sistemas físicos:

- <u>Experimentos</u>: historia, encuestas; *recientemente:* internet, llamadas telefónicas ⟷ redes sociales.
- <u>Sentido</u>: "*La vida no es la que uno vivió, sino la que uno recuerda y cómo la recuerda para contarla*".

Gabriel García Márquez, Vivir para contarla, 2002

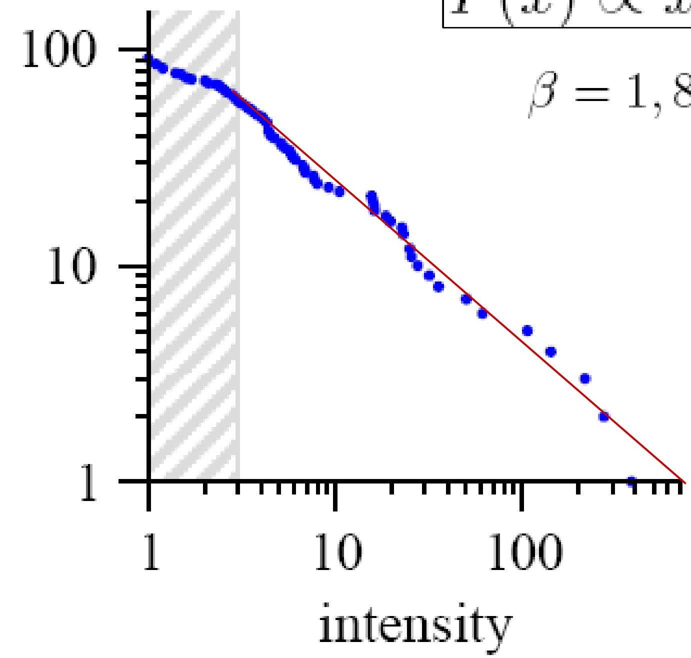
Ubiquidad de leyes de potencia.



Distribución de intensidad de guerras

$$P(x) \propto x^{-\beta}$$

$$\beta = 1,8$$



Distribución acumulada de la Intensidad en guerras entre los años 1816 - 1980, medida con el número de muertes entre los países participantes.

Modelo de Axelrod para formación de coaliciones

Building New Political Actors, *Artificial Societies* (1995)

Pregunta: "*¿How can new political actors emerge from an aggregation of smaller political actors?.*"

Propuesta: Modelo para el surgimiento de nuevos niveles de organización y asociación en sistemas sociales a partir de reglas simples de interacción entre los elementos del sistema.

Nuestra pregunta: *¿Existen comportamientos colectivos universales en el modelo de Axelrod?.*

Nuestra propuesta: Formulación matemática y computacional de las ideas de Axelrod, incluyendo el desarrollo de un algoritmo genético, para estudiar las propiedades colectivas y la formación de estructuras en este modelo.

El modelo consiste en un sistema dinámico espaciotemporal fuera de equilibrio, tipo red de mapas acoplados (espacio y tiempo discretos, y estados continuos) con interacciones coevolutivas, en el que no existen objetivos específicos, racionalidad ni intencionalidad.

Modelo de tributo y conflicto

Algoritmo

Dinámica elemental de "**pay or else**" (Axelrod):

1. ***N*** actores ubicados en nodos de una red (network).

2. Recursos (riquezas) inicial W_i є [W_{imin},W_{imax}].

3. Se escoge de forma aleatoria un actor Activo (***A***) , que puede demandar tributo a uno de sus vecinos escogido como Blanco (***T***). .

4. Si ***A*** hace una demanda al blanco ***T***, éste tiene dos opciones:

   a. Si ***T*** paga: se transfiere riqueza q (tributo) de ***T*** a ***A*** si $W_T > q$ o W_T si $W_T < q$.

   b. Si ***T*** pelea: ***A*** y ***T*** pierden recursos en proporción a los recursos del contrario

5. Después de un ciclo o año (***número λ dado de activaciones***), a cada elemento del sistema se le reinyecta una cantidad de riqueza fija o cosecha r (sistema disipativo).

Reglas de decisión para demandar tributo

Condiciones para escoger un blanco T entre vecinos j de A:

a) T débil para que elija pagar en vez de pelear.
b) T cause el menor daño si decide pelear.
c) T rico para pagar tanto como sea posible.

Definimos **vulnerabilidad** de un vecino j con respecto a A:

$$V_{A,j} = \frac{W_A - W_j}{W_A}$$

W_A y W_j : riquezas del demandante y un vecino posible blanco.

Escoger $T = j$ tal que $f_j = V_{A,j} \times \min(W_j, q)$ sea máxima.

Reglas para responder demandas

T pelea si y sólo si eso le cuesta menos que acceder a la demanda:

***T* pelea si y solo si:** $L_T < \min(W_j, q)$

Si *T* accede a la demanda de *A*, se transfiere riqueza de *T* a *A*:

$$q, \ \text{si } W_T > q$$
$$W_T, \ \text{si } W_T < q$$

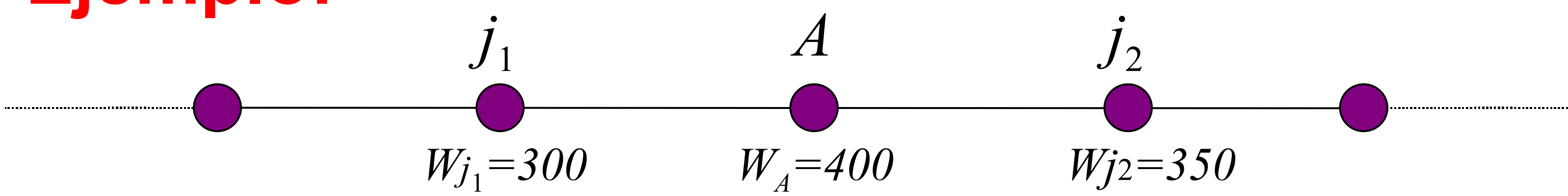
Si *T* va a un conflicto con *A*, las pérdidas respectivas son:

$$L_A = kW_T$$
$$L_T = kW_A$$

$k \in [0,1]$ Parámetro de pérdida

Después de un conflicto, la diferencia de riqueza entre A y T es $(1+k)(W_A - W_T)$

Ejemplo:



Cálculo del mejor blanco de *A*

$$V_{A,j} = \frac{400-300}{400} = \underline{0{,}25} \qquad V_{A,j'} = \frac{400-350}{400} = 0{,}125$$

(Suponer $q = 250$).

$$\max[V_{A,j} \times \min(W_j, q)] = \max\left[\underline{62.5},\ 31.25\right] \Rightarrow$$

j_1 es el mejor blanco = ***T***

En caso de conflicto entre *A* y *T*, las pérdidas son:

$$L_A = kW_T = 300k$$
$$L_T = kW_A = 400k$$

$$k = 0.2 \Rightarrow L_A = 60,\ \ L_T = 80$$

$$L_T = 80 < q = 250 \Rightarrow T \text{ pelea}$$

Wj_1=220 W_A=340

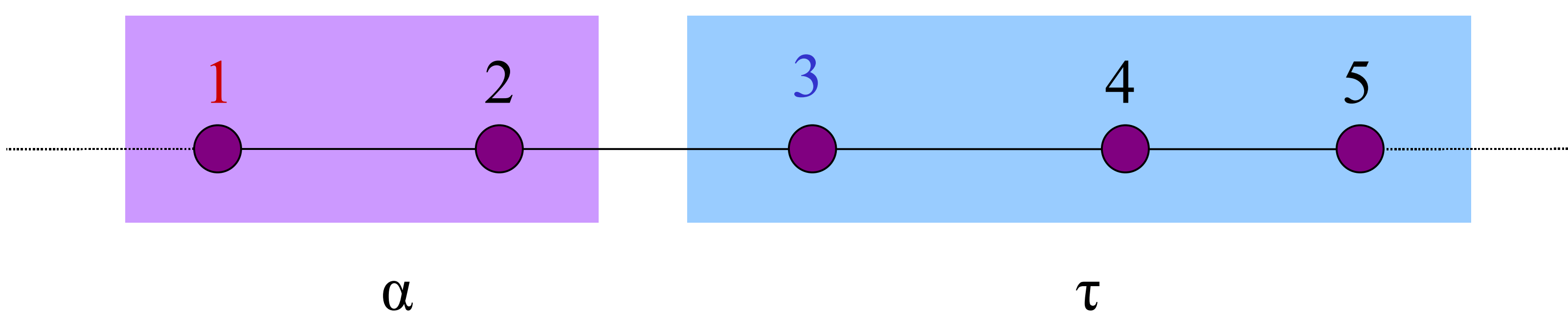
Diferencia de riqueza después del conflicto: $(1+k)(W_A - W_T) = 120$

Dinámica de compromisos (Axelrod)

Estructura de compromisos: matriz de acoplamientos (simétrica) C_{ij}.

- El compromiso C_{ij} de i con j aumenta cuando:
  - a. i paga tributo a j .
  - b. i recibe tributo de j .
  - c. i pelea en el mismo bando que j .
- El compromiso C_{ij} diminuye cuando:
  - a. i pelea en el bando opuesto de j.

Una alianza o coalición es un conjunto de elementos cuyos compromisos mutuos son mayores que un valor umbral dado *u*.



Coaliciones en conflicto

Riqueza de las coaliciones

$$W_\alpha = \sum_{i\in\alpha}^{N\alpha} W_i C_{iA}; \qquad W_\tau = \sum_{i\in\tau}^{N_\tau} W_i C_{iT}$$

Vulnerabilidad de blanco en una coalición

$$V_{A,j} = \frac{W_\alpha - W_\tau}{W_\alpha}$$

Donde:

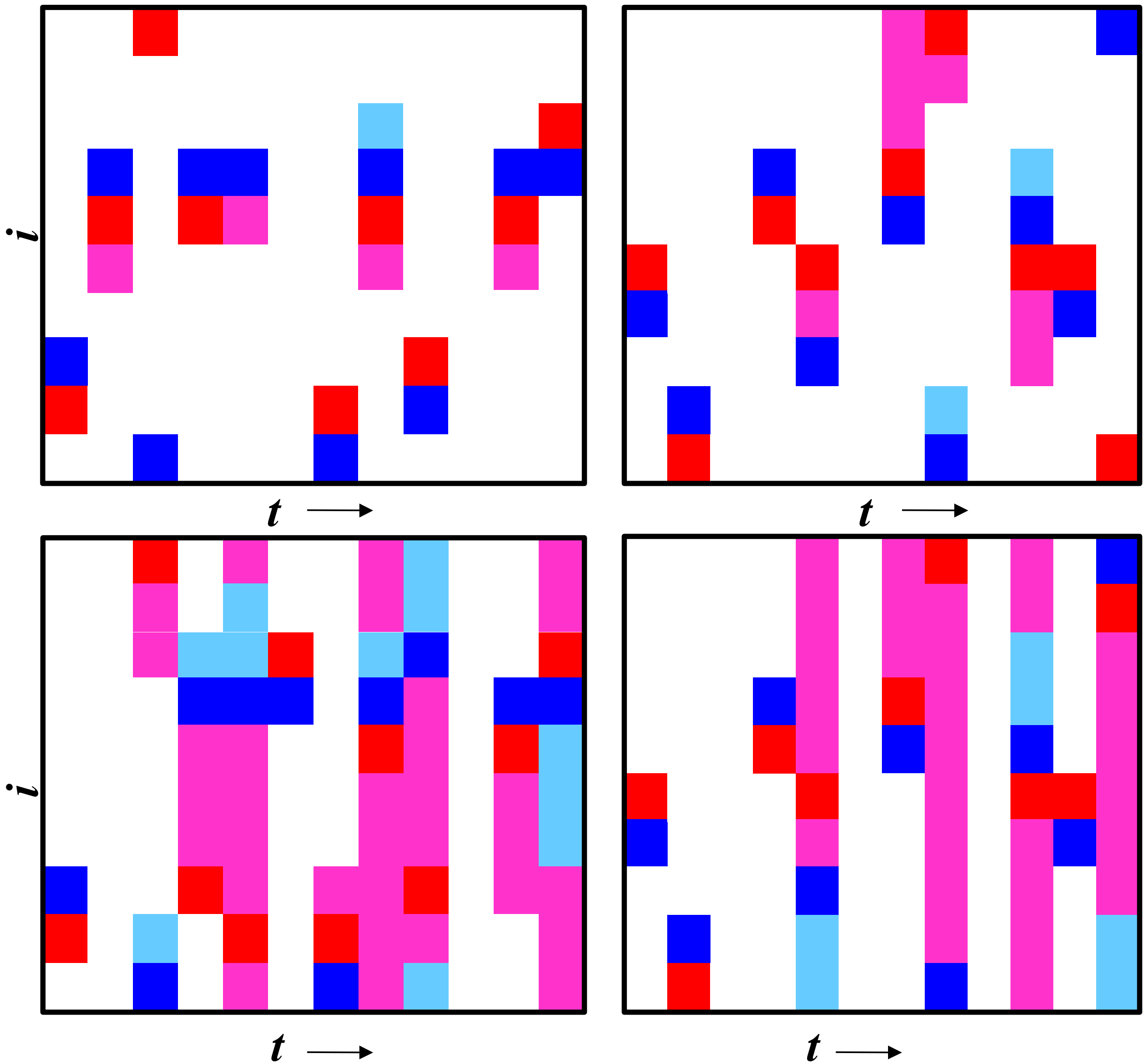
α y τ son las coaliciones atacante y atacada, respectivamente.

C_{iA} y C_{iT} : grado de compromiso entre los elementos i y A, y los elementos i y T, respectivamente

Pérdida de cada elemento de una coalición en caso de conflicto:

$$L_{i\in\alpha} = kW_\tau \frac{W_i}{W_\alpha}; \qquad L_{i\in\tau} = kW_\alpha \frac{W_i}{W_\tau}$$

Patrones espaciotemporales de las coaliciones en 1-d



Parámetros:

$N = 10$

cosecha $r = 20$

tributo $q = 250$

cambios de compromisos $c = 0{,}1$

cte. de prop. pérdida $k = 0{,}25$

umbral $u = 0.5$

ciclo $\lambda = 3$

A atacante

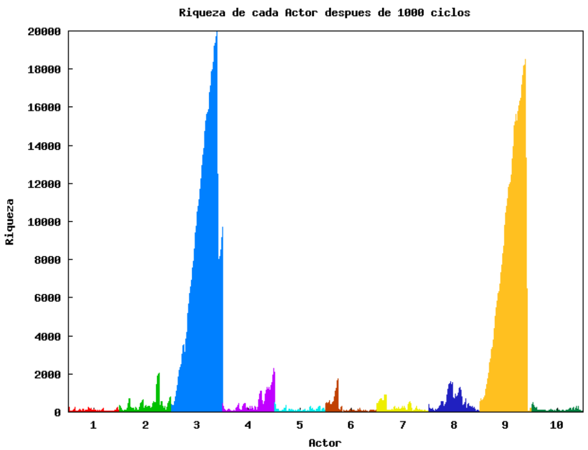
T blanco

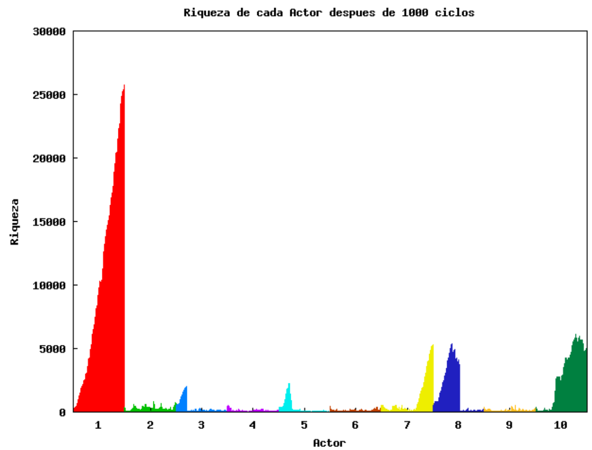
α coalición

τ coalición

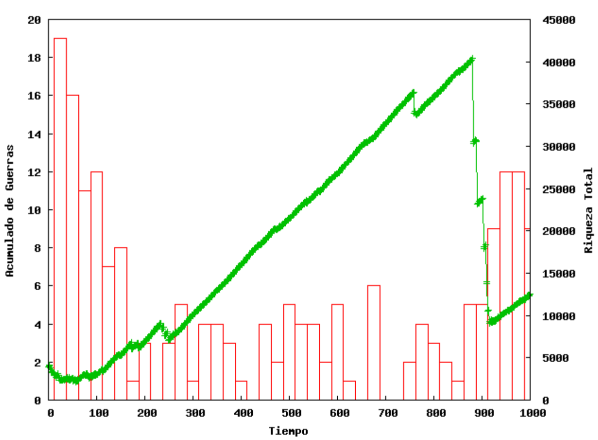
Evolución de riqueza

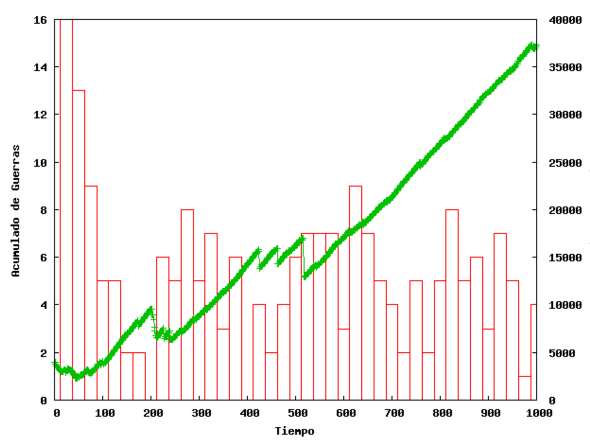
Evolución de la riqueza a lo largo de la simulación de un sistema 1D con N = 10.



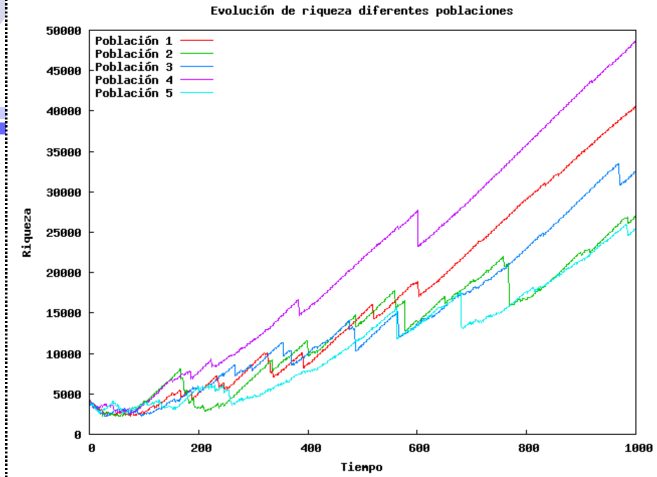


Acumulado de Guerras cada 25 ciclos (barras) y Riqueza total del sistema (línea).



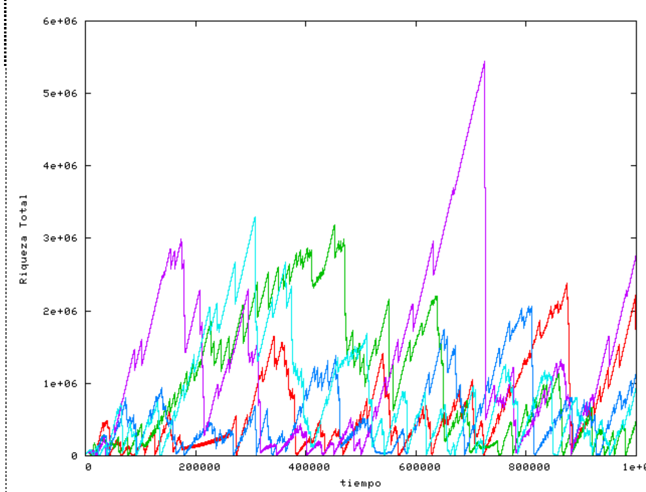


Riqueza total para distintas simulaciones. 1D



La distribución de la riqueza entre los elementos del sistema es desigual.

Riqueza total para distintas simulaciones. 2D



N = 10 x 10

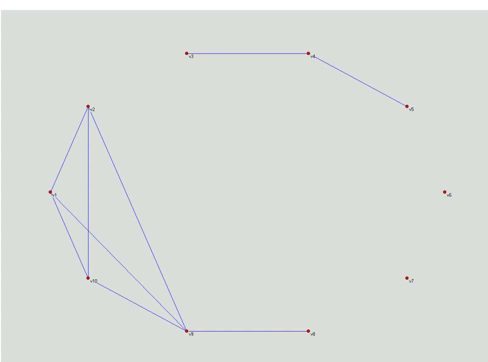
Matriz de compromisos. Caso 1D

Matriz de compromisos para *t = 50*

i,j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1.0	0.3	-	-	-	-	-	-	0.1	0.4
2	0.3	1.0	-	-	-	-	-	-	0.2	0.2
3	-	-	1.0	0.2	-	-	-	-	-	-
4	-	-	0.2	1.0	0.3	-	-	-	-	-
5	-	-	-	0.3	1.0	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	1.0	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-	1.0	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-	1.0	0.5	-
9	0.1	0.2	-	-	-	-	-	0.5	1.0	0.1
10	0.4	0.2	-	-	-	-	-	-	0.1	1.0

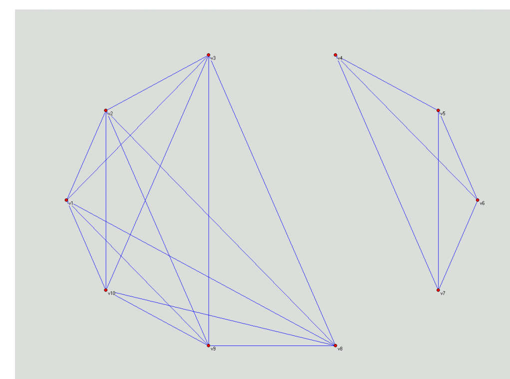
Matriz de compromisos para *t = 500*

i,j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1.0	1.0	0.7	-	-	-	-	1.0	1.0	1.0
2	1.0	1.0	1.0	-	-	-	-	1.0	1.0	1.0
3	0.7	1.0	1.0	-	-	-	-	1.0	0.9	0.7
4	-	-	-	1.0	1.0	0.6	1.0	-	-	-
5	-	-	-	1.0	1.0	1.0	1.0	-	-	-
6	-	-	-	0.6	1.0	1.0	1.0	-	-	-
7	-	-	-	1.0	1.0	1.0	1.0	-	-	-
8	1.0	1.0	1.0	-	-	-	-	1.0	1.0	1.0
9	1.0	1.0	0.9	-	-	-	-	1.0	1.0	1.0
10	1.0	1.0	0.7	-	-	-	-	1.0	1.0	1.0



Evolución de las coaliciones

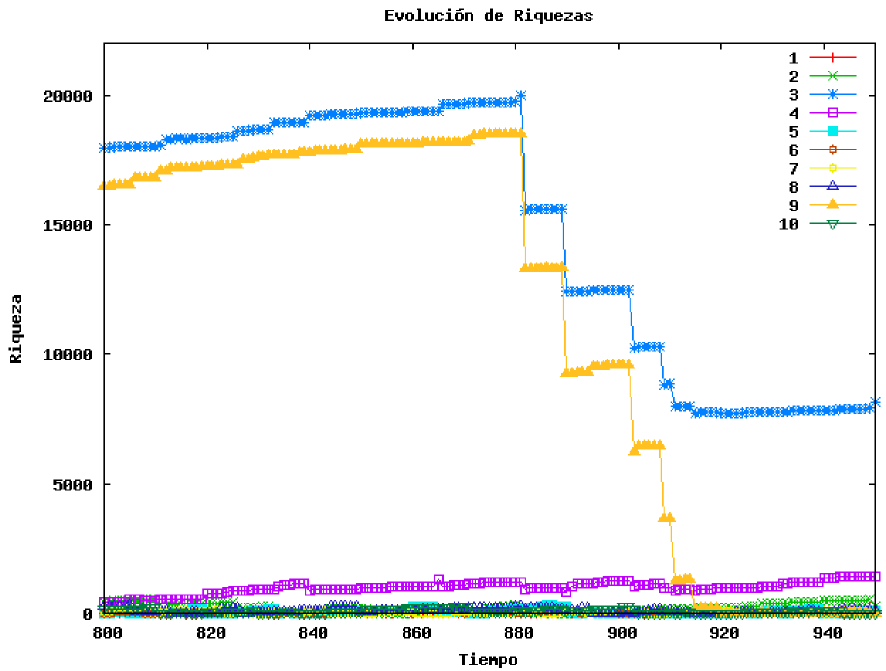
Año	Actor Activo	Actor Blanco	Rol
50	4	5	- - a A D - - - - -
60	6	5	- - - P R - - - - -
100	8	7	a a a - d d D A a a
200	5	7	- - - - R - P - - -
500	7	8	d d d a a a A D d d



A = atacante; D = defensor;
a = aliado atacante; d = aliado defensor;
P = pago de tributo; R = receptor de tributo.

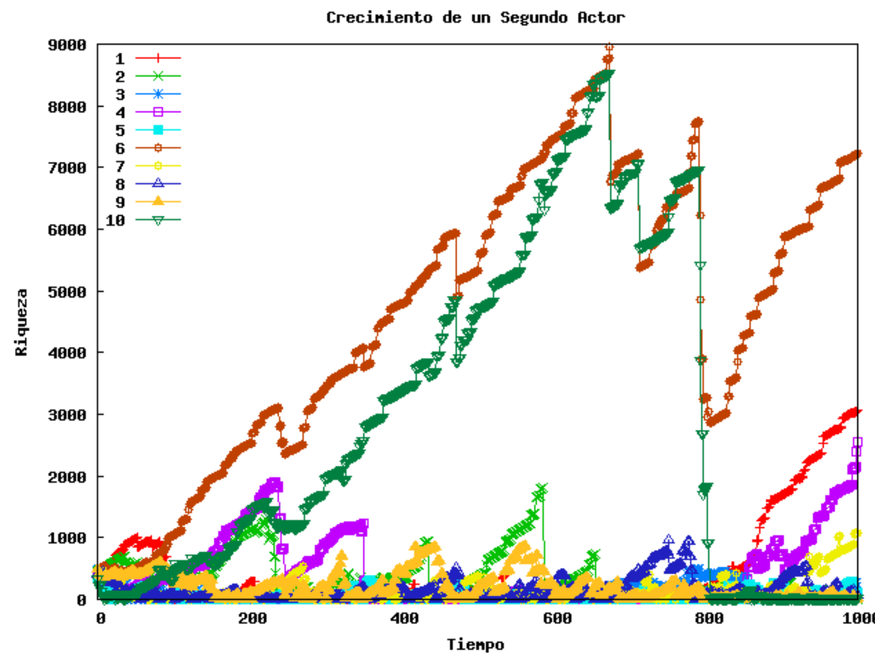
Auge y caída de imperios

Caída de un Imperio



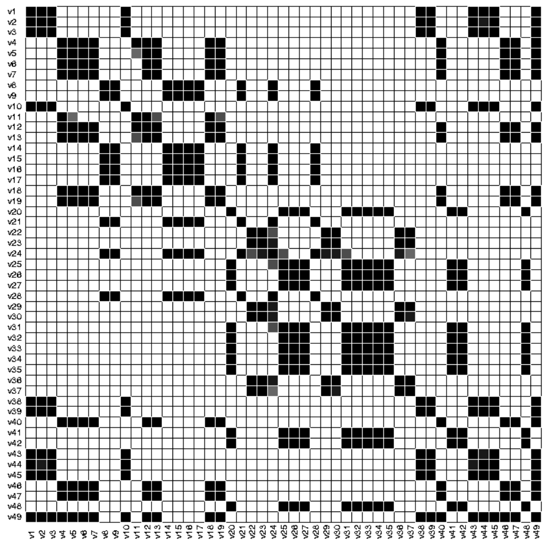
Año	Actor Activo	Actor Blanco	Rol
881	5	7	a a a a A d D d d d
882	5	7	a a a a A d D d d d
883 - 887	otras 5 Guerras Mundiales		

Crecimiento de un Segundo Actor en un mismo cluster 6-10

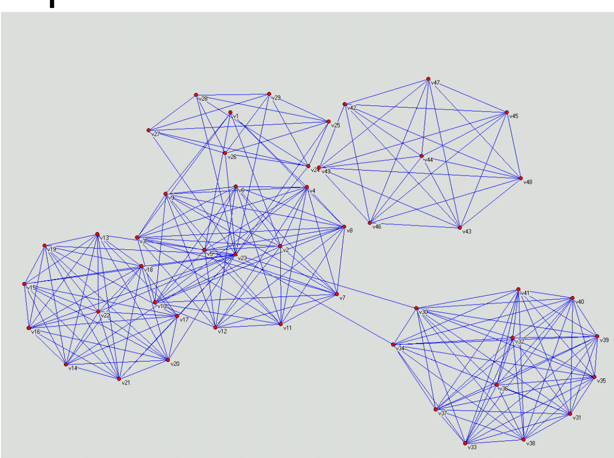


Guerras civiles

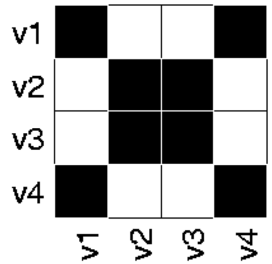
Algoritmo genético para ordenar la matriz de compromisos



Matriz y red de compromisos para ***t*** = 15000. ***N*** = 7 x 7.

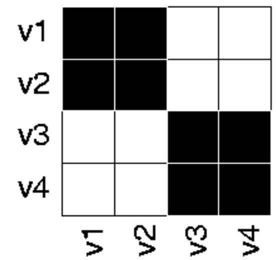


Función Aptitud.



$4 - 1 = 3$
$3 - 2 = 1$
0
$+\ 0$
4

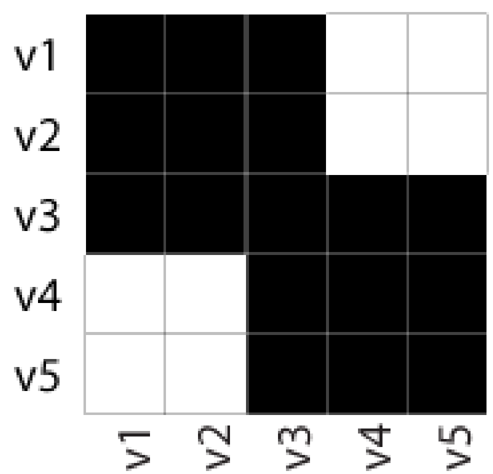
Gen1 = [v1]
Gen2 = [v2,v3]



$2 - 1 = 1$
0
$4 - 3 = 1$
$+\ 0$
2

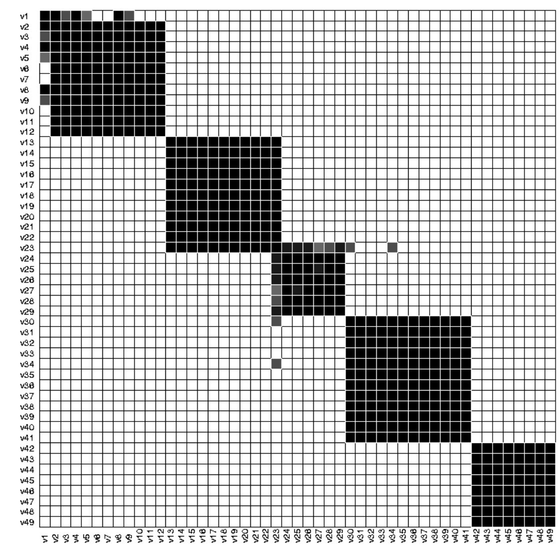
Gen1 = [v1,v2]
Gen2 = [v3,v4]

Criterio para selección de genes



Dos coaliciones con 1 elemento en común

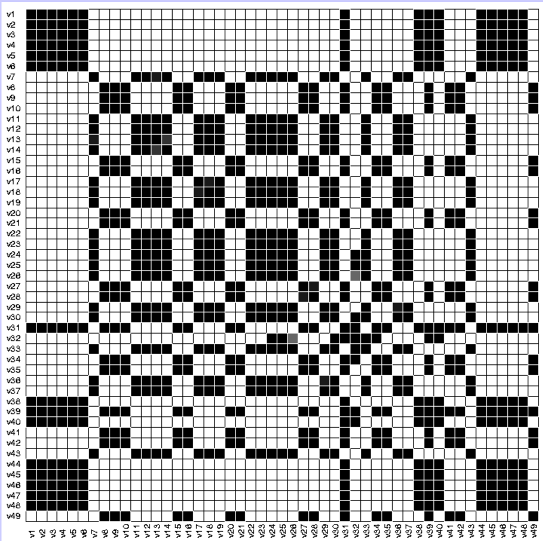
Matriz Ordenada

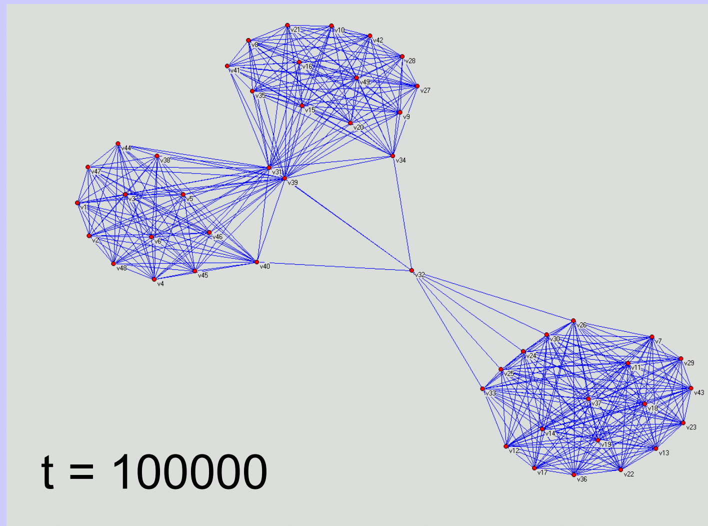


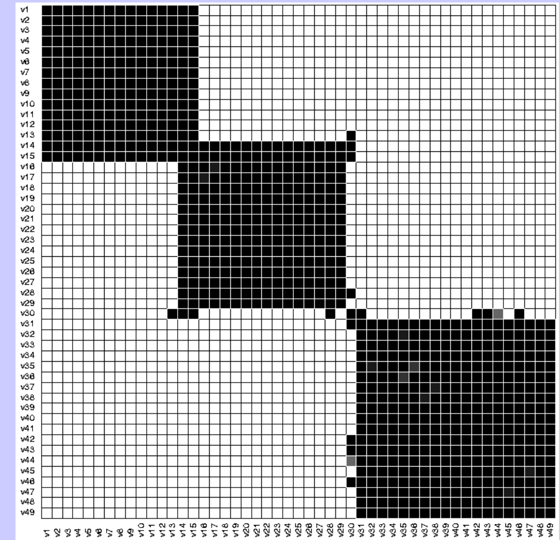
Visualización de estructuras.

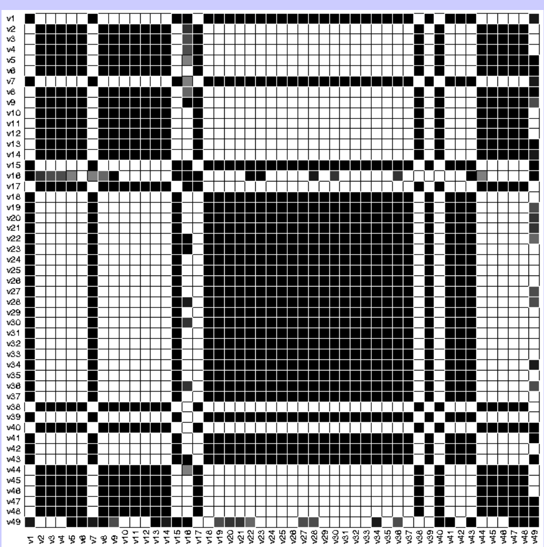
Otros ejemplos

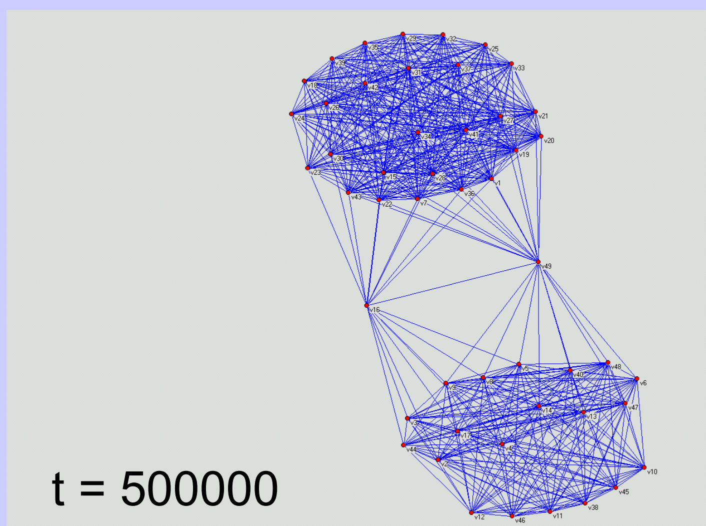
Matriz original | Red de compromisos | Matriz ordenada

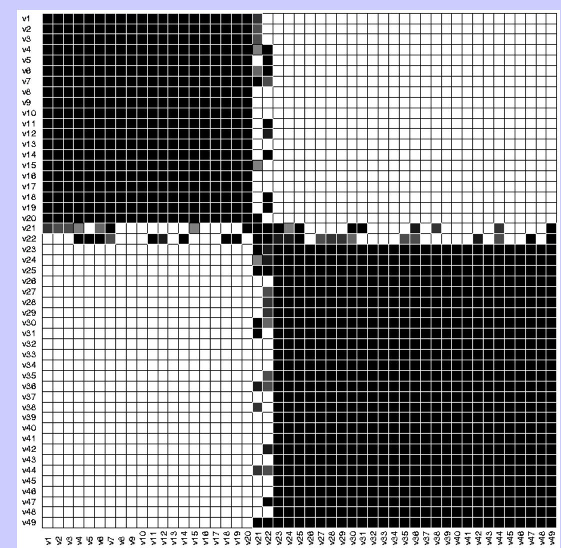




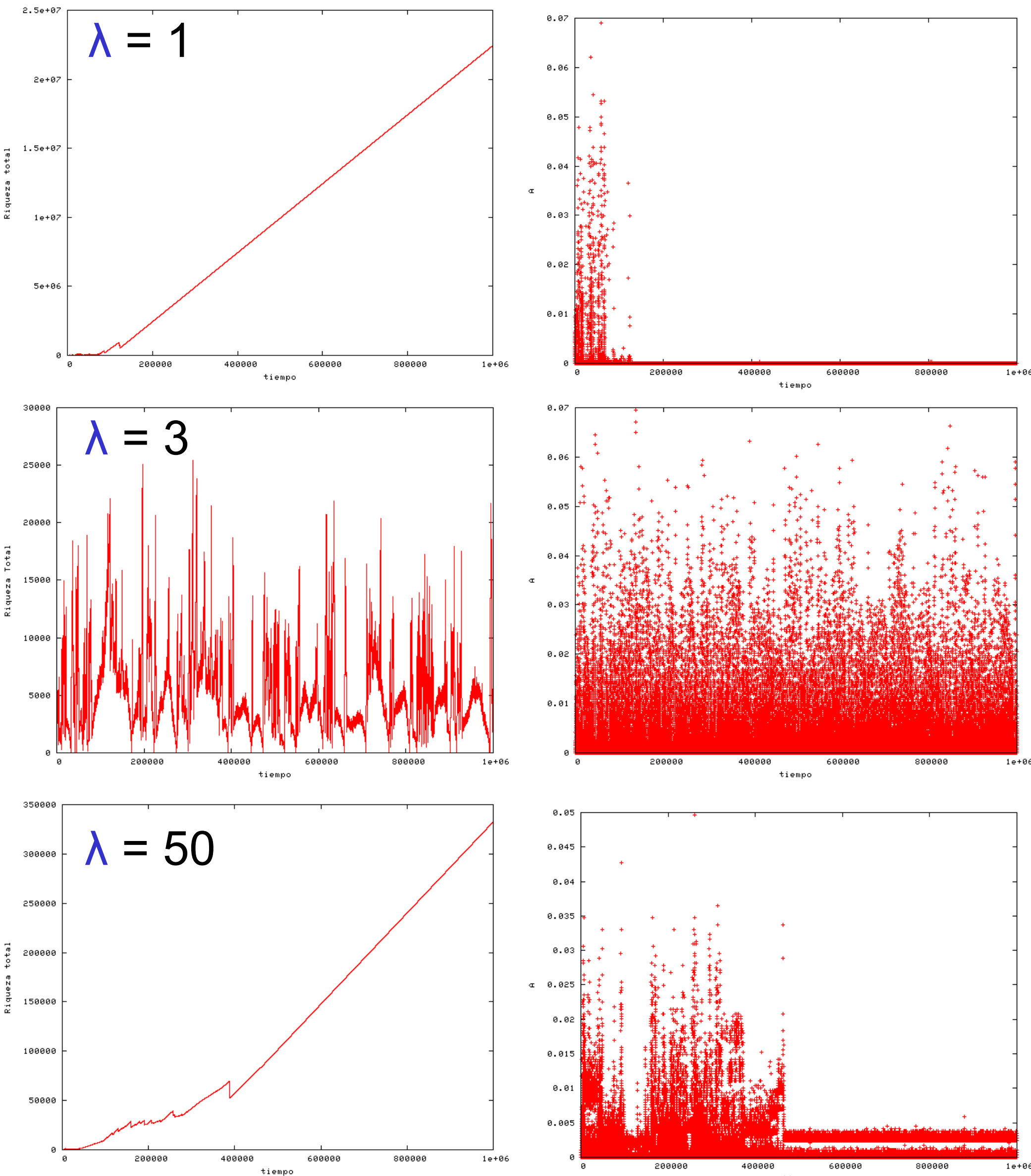






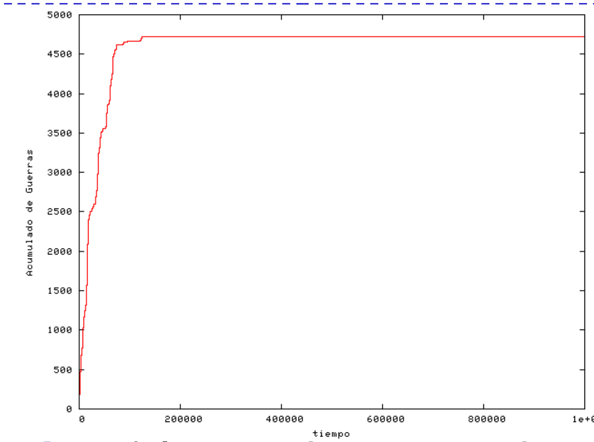


Caracterización de la Matriz de Compromisos

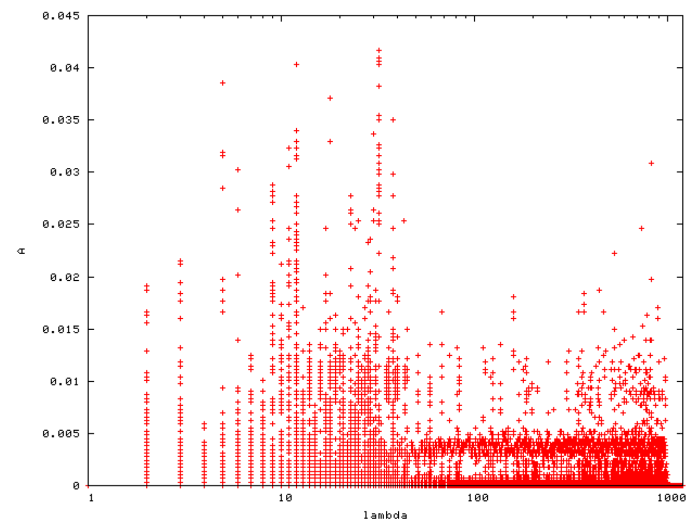


W_{total} vs tiempo y Actividad vs tiempo.
N = 5 x 5.

$$A(t) = \frac{1}{(N-1)^2} \sum_{i,j} | C_{ij}^{t+1} - C_{ij}^{t} |$$



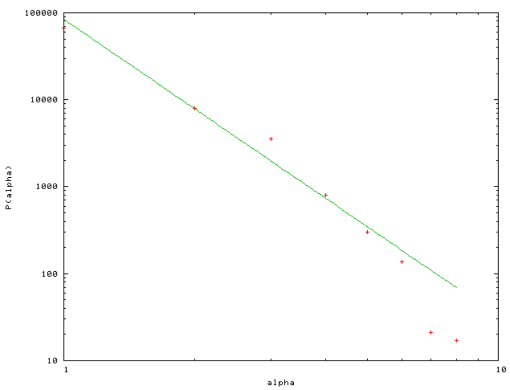
Para **λ** = 1 luego de un ***t*** no hay mas conflictos. ***N*** = 5 x 5.

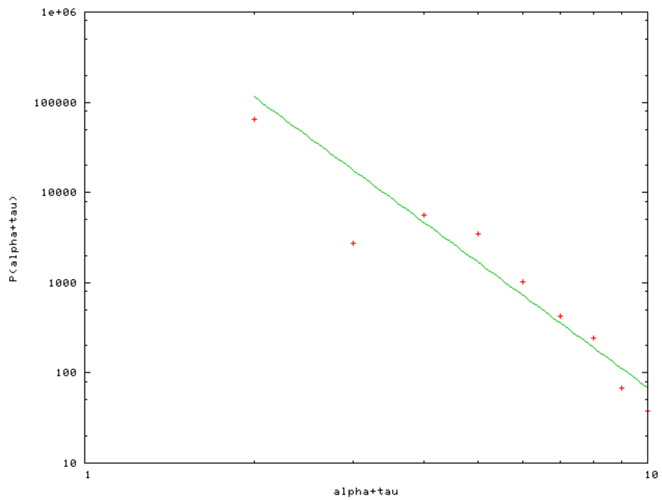


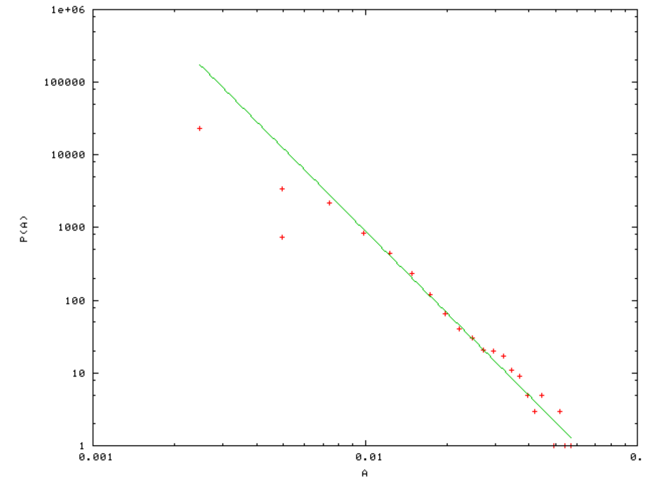
Actividad en función de **λ**. ***N*** = 5 x 5.

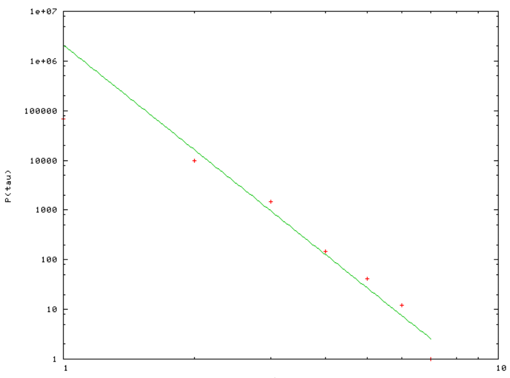
Leyes de Potencia en el modelo de Axelrod 1D

Distribuciones de Probabilidad 1D con N = 10, λ = 3.





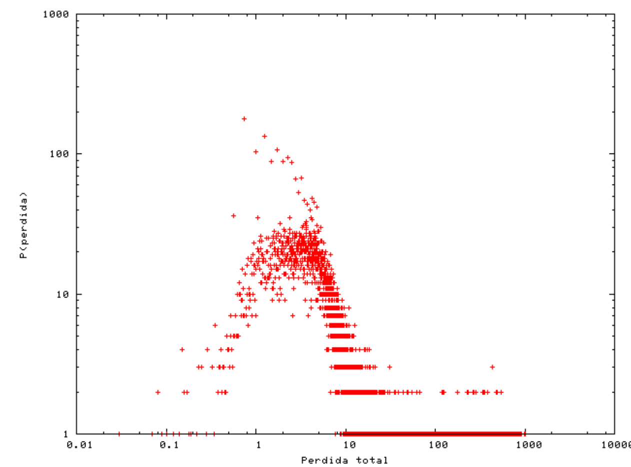




Distribuciones de Probabilidad de tamaño de las coaliciones **α**, **τ**, **α + τ**.

$P(\alpha)$	$(\alpha)^{-3,4}$
$P(\tau)$	$(\tau)^{-6,9}$
$P(\alpha+\tau)$	$(\alpha+\tau)^{-4,6}$
$P(A)$	$(A)^{-3,7}$
$P(L_T)$	no ley de potencia

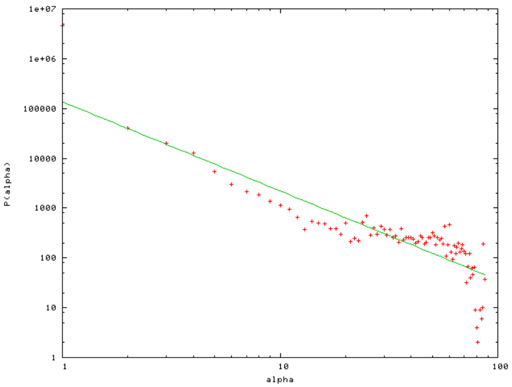
Cuadro con leyes de potencia para el caso 1D.

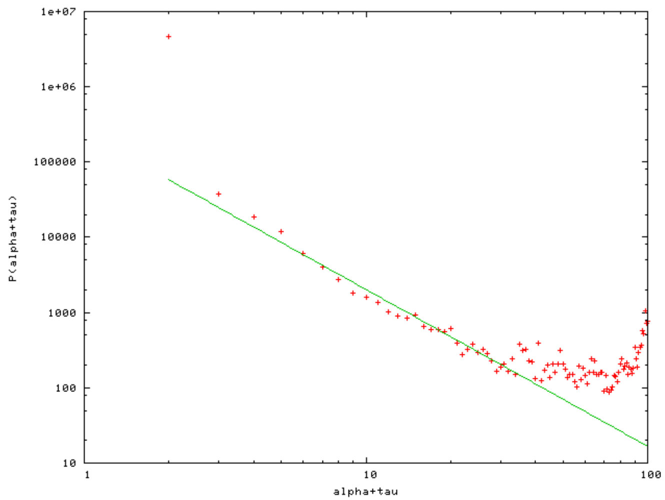


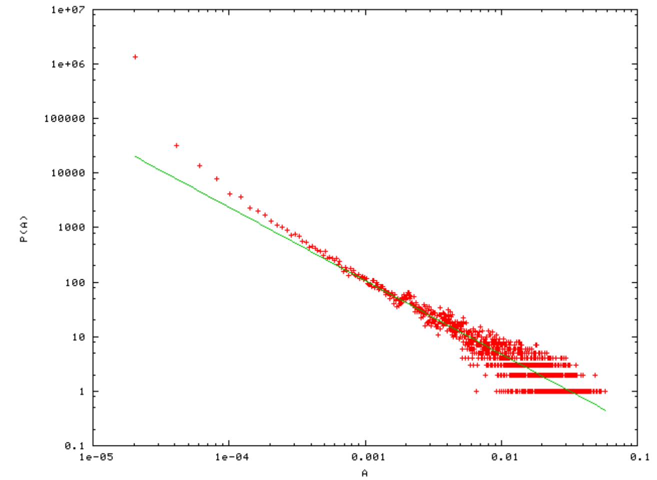
Distribuciones de Probabilidad de la Actividad y de la Perdida Total.

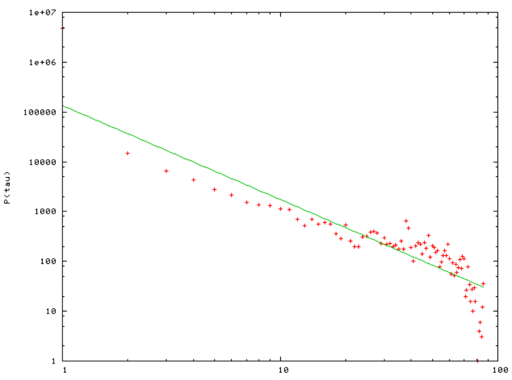
Leyes de Potencia en el modelo de Axelrod 2D

Distribuciones de Probabilidad 2D con N = 10 x 10, λ = 3.





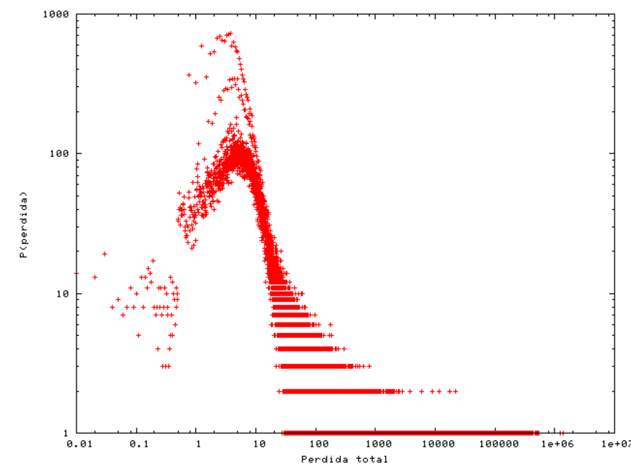




Distribuciones de Probabilidad de tamaño de las coaliciones **α**, **τ**, **α + τ**.

$P(\alpha)$	$(\alpha)^{-1,8}$
$P(\tau)$	$(\tau)^{-1,9}$
$P(\alpha+\tau)$	$(\alpha+\tau)^{-2,1}$
$P(A)$	$(A)^{-1,3}$
$P(L_T)$	no ley de potencia

Cuadro con leyes de potencia para el caso 2D.



Distribuciones de Probabilidad de la Actividad y de la Perdida Total.

Conclusiones

- Formulación matemática y computacional del modelo de conflicto de Axelrod.
- Desarrollo de algoritmo genético para ordenar las matrices de acoplamiento. General; útil en otros contextos.
- Identificación de estructuras o coaliciones.
- Caracterización de propiedades colectivas estadísticas y dinámicas:
    - Crecimiento de riqueza total e individual en el tiempo.
    - Leyes de potencia en distribución de intensidad de conflictos y en la actividad de la matriz de compromisos.
    - Posibilidad de oscilaciones en la actividad en un rango de λ. Existe λ crítico para $A \to 0$.
- Modelo de Axelrod reproduce fenomenología observada históricamente.
- Auto-organización a partir de interacciones simples entre elementos $\to$ Complejidad.
- Importancia de la interdisciplinaridad.


Sociofísica