



Universidad de los Andes  
Facultad de Ciencias  
Centro de Física Fundamental  
Área de Caos y Sistemas Complejos

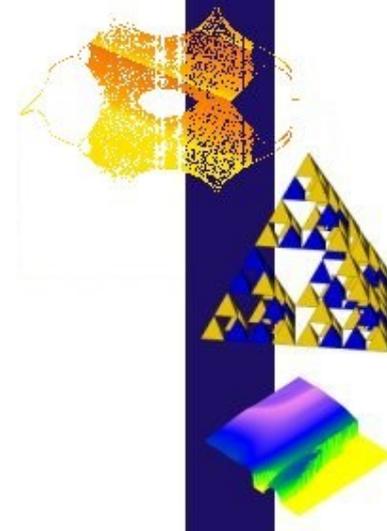


# *Modelo sociodinámico de formación de coaliciones y conflictos*

Br. Diego Bernabé Ortiz Silva

Tutor:  
Prof. Mario Cosenza

[www.cff.ula.ve/caoticos](http://www.cff.ula.ve/caoticos)





# Motivaciones

Comprender la emergencia de estructuras, organización y asociación en sistemas complejos (físicos, biológicos, sociales, económicos).

Interés actual en redes dinámicas coevolutivas.

Aplicaciones sociopolíticas<sup>[1]</sup>, biológicas<sup>[2]</sup>, neuronales<sup>[3]</sup>, redes dinámicas<sup>[4][5]</sup>.

Sociopolítico: No existe un modelo formal que proponga mecanismos para la auto-organización.

Paradigma para la formación de estructuras políticas o coaliciones ha sido tradicionalmente la Teoría de juegos<sup>[6]</sup>.

El modelo de Axelrod utiliza técnicas y conceptos provenientes del estudio de los sistemas complejos adaptativos<sup>[7][8][9][10]</sup>.

# Modelo de Axelrod para la formación de coaliciones

The Complexity of Cooperation, Princeton University Press (1997)



**Pregunta:** “*¿How can new political actors emerge from an aggregation of smaller political actors?.*”

**Propuesta:** Mostrar cómo pueden surgir nuevos niveles de organización y asociación en sistemas sociales o políticos a partir de reglas simples de interacción entre los elementos del sistema.

**Criterio para identificar a un nuevo actor político desarrollado por Axelrod:**

1. Control efectivo sobre los subordinados.
  - a. Pequeña rebelión.
  - b. No independencia.
2. Acción colectiva ("todos para uno y uno para todos").
  - a. Paternalismo: protección del débil por el fuerte.
  - b. Política exterior.
3. Reconocimiento por otros de que se es un actor.

# Bases del modelo

Imperio

Conflicto<sup>[11][12]</sup>

Tributo



Coacción y Extorsión<sup>[13]</sup>

Dinámica elemental de “pay or else” (Axelrod):

Un actor puede hacer una demanda de pago de tributo a un vecino, bajo la amenaza de la posibilidad de un conflicto.

El modelo consiste en un sistema dinámico fuera de equilibrio, espaciotemporal discreto, del tipo redes de mapas acoplados (espacio y tiempo discretos, y estados continuos) con interacciones adaptativas, en el que no existen objetivos específicos, racionalidad ni intencionalidad.

# Modelo de tributo y conflicto

## Algoritmo

Dinámica elemental de “pay or else” (Axelrod):

1.  $N$  actores ubicados en nodos de una red (network).
2. Recursos (riquezas) inicial  $W_i \in [W_{imin}, W_{imax}]$ .
3. Se escoge de forma aleatoria un actor Activo ( $A$ ), que puede demandar tributo a uno de sus vecinos escogido como Blanco ( $T$ ).
4. Si  $A$  hace una demanda al blanco  $T$ , éste tiene dos opciones:
  - a. Si  $T$  paga: se transfiere riqueza  $q$  (tributo) de  $T$  a  $A$  si  $W_T > q$  o  $W_T$  si  $W_T < q$ .
  - b. Si  $T$  pelea:  $A$  y  $T$  pierden recursos en proporción a los recursos del contrario<sup>[11]</sup>
5. Después de un ciclo o año (**número dado de activaciones**), a cada elemento del sistema se le reinyecta una cantidad de riqueza fija o cosecha  $r$  (sistema disipativo).

# Reglas de decisión para demandar tributo

Condiciones para escoger un blanco  $T$  entre vecinos  $j$  de  $A$ :

- $T$  débil para que elija pagar en vez de pelear.
- $T$  cause el menor daño si decide pelear.
- $T$  rico para pagar tanto como sea posible.

Definimos **vulnerabilidad** de un vecino  $j$  con respecto a  $A$ :

$$V_{A,j} = \frac{W_A - W_j}{W_A}$$

$W_A$  y  $W_j$  : riquezas del demandante y un vecino posible blanco.

Escoger  $T = j$  tal que  $f_j = V_{A,j} \times \min(W_j, q)$  sea máxima.

# Reglas para responder demandas

$T$  pelea si y sólo si eso le cuesta menos que acceder a la demanda:

$$T \text{ pelea si y solo si: } L_T < \min(W_j, q)$$

Si  $T$  accede a la demanda de  $A$ , se transfiere riqueza de  $T$  a  $A$ :

$$q, \text{ si } W_T > q$$

$$W_T, \text{ si } W_T < q$$

Si  $T$  va a un conflicto con  $A$ , las pérdidas respectivas son:

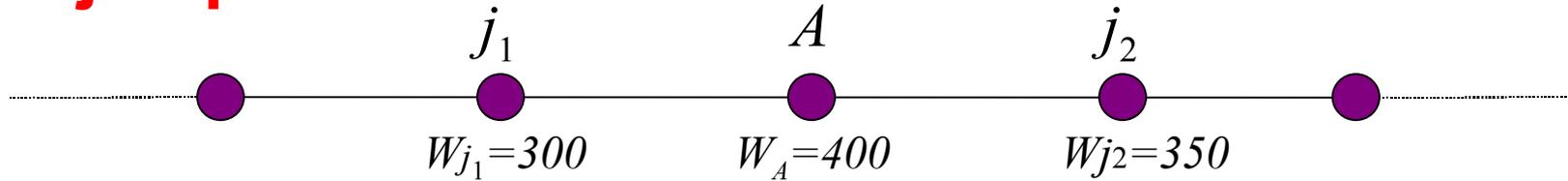
$$L_A = kW_T$$

$$L_T = kW_A$$

$k \in [0,1]$  Parámetro de pérdida

Después de un conflicto, la diferencia de riqueza entre  $A$  y  $T$  es  $(1+k)(W_A - W_T)$

## Ejemplo:



Cálculo del mejor blanco de  $A$

$$V_{A,j} = \frac{400 - 300}{400} = \underline{0,25} \quad V_{A,j'} = \frac{400 - 350}{400} = 0,125 \quad (\text{Suponer } q = 250).$$

$$\max[V_{A,j} \times \min(W_j, q)] = \max[\underline{62.5}, 31.25] \Rightarrow j_1 \text{ es el mejor blanco} = T$$

En caso de conflicto entre  $A$  y  $T$ , las pérdidas son:

$$L_A = kW_T = 300k$$

$$k = 0.2 \Rightarrow L_A = 60, L_T = 80$$

$$L_T = kW_A = 400k$$

$$L_T = 80 < q = 250 \Rightarrow T \text{ pelea}$$

$$W_{j_1} = 220$$

$$W_A = 340$$

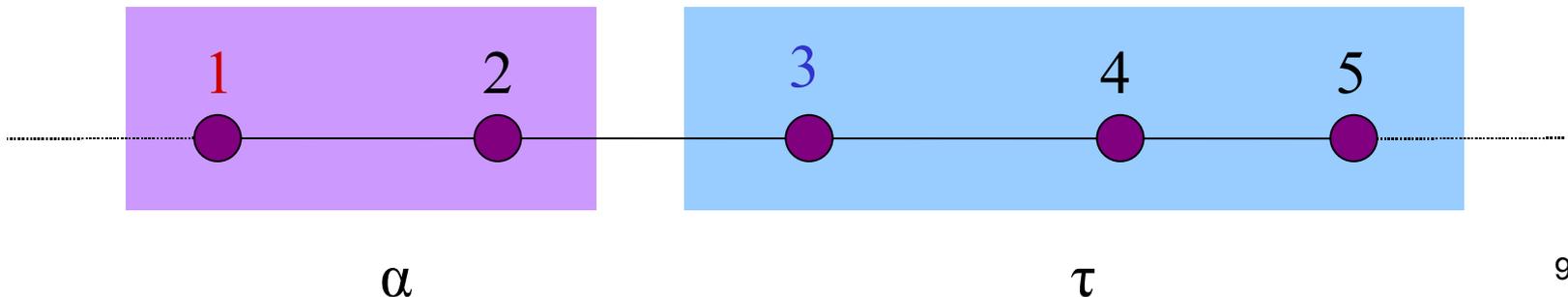
$$\text{Diferencia de riqueza después del conflicto: } (1+k)(W_A - W_T) = 120$$

# Dinámica de compromisos (Axelrod)

Estructura de compromisos: matriz de acoplamientos (simétrica)  $C_{ij}$ .

- El compromiso  $C_{ij}$  de  $i$  con  $j$  aumenta cuando:
  - a.  $i$  paga tributo a  $j$ .
  - b.  $i$  recibe tributo de  $j$ .
  - c.  $i$  pelea en el mismo bando que  $j$ .
- El compromiso  $C_{ij}$  disminuye cuando:
  - a.  $i$  pelea en el bando opuesto de  $j$ .

Una alianza o coalición es un conjunto de elementos cuyos compromisos mutuos son mayores que un valor umbral dado  $u$ .



# Coaliciones en conflicto

## Riqueza de las coaliciones

$$W_{\alpha} = \sum_{i \in \alpha}^{N_{\alpha}} W_i C_{iA}; \quad W_{\tau} = \sum_{i \in \tau}^{N_{\tau}} W_i C_{iT}$$

## Vulnerabilidad de blanco en una coalición

$$V_{A,j} = \frac{W_{\alpha} - W_{\tau}}{W_{\alpha}}$$

Donde:

$\alpha$  y  $\tau$  son las coaliciones atacante y atacada, respectivamente.

$C_{iA}$  y  $C_{iT}$  : grado de compromiso entre los elementos  $i$  y  $A$ ,  
y los elementos  $i$  y  $T$ , respectivamente

## Pérdida de cada elemento de una coalición en caso de conflicto:

$$L_{i \in \alpha} = kW_{\tau} \frac{W_i}{W_{\alpha}}; \quad L_{i \in \tau} = kW_{\alpha} \frac{W_i}{W_{\tau}}$$

# Parámetros y Dinámica del modelo tributo

En resumen, nuestro modelo consta de cinco parámetros:

a) El incremento uniforme de riqueza  $r$  al final de cada ciclo de 3 iteraciones.

b) La constante de proporcionalidad para pérdida de riqueza  $k$ .

c) El parámetro de cambios de compromisos  $c$ .

d) Unidad de tributos  $q$ .

e) Umbral de compromiso para pertenecer a una coalición  $u$ .

**Ejemplo:** Red **1D** con  **$N=10$**  y condiciones de contorno periódicas.

Riqueza inicial  $W_i \in [300,500]$ .

Cosecha  $r = 20$ .

**Año** = 3 activaciones.

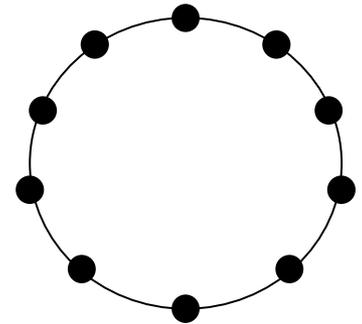
Ctte. perdida  $k = 0.25$ .

Umbral  $u = 0.5$

$C_{ij} \in [0,1]$ ,  $c = 0.1$ . Siempre  $C_{ii} = 1$ .

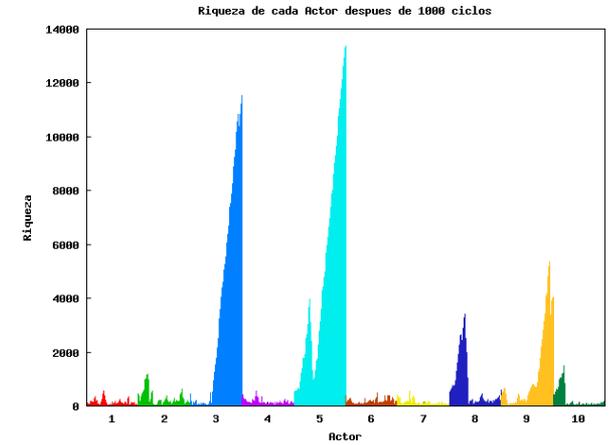
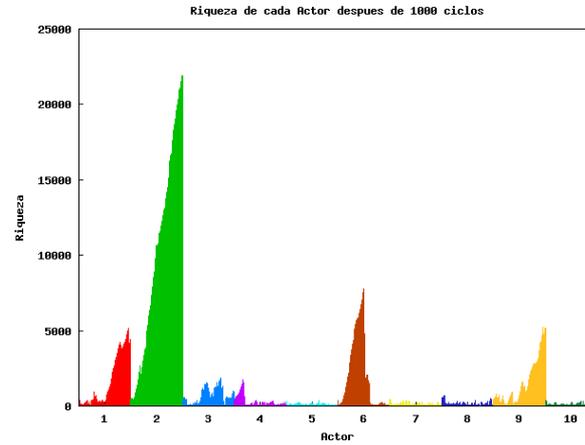
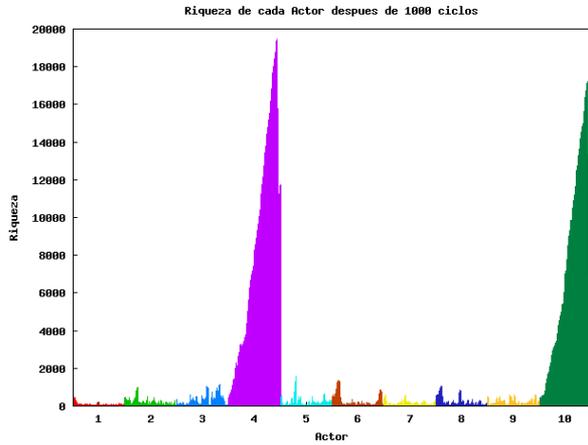
Al inicio  $C_{ij} = 0$ .

Unidad de tributos es  $q = 250$ .

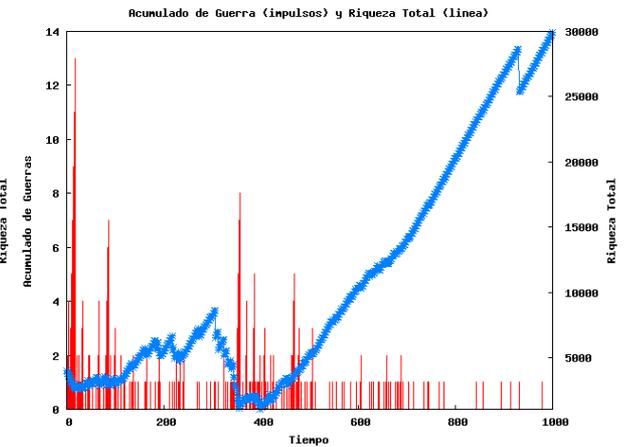
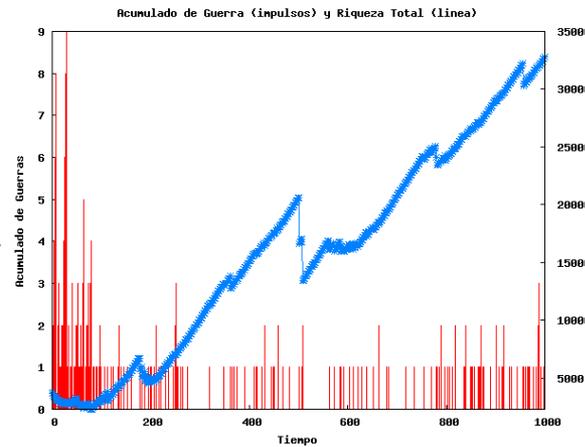
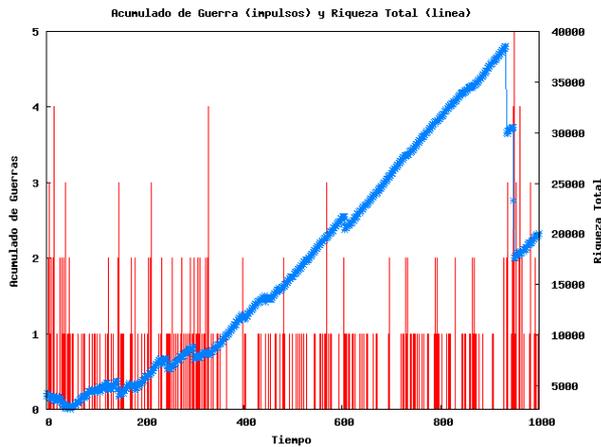


# Evolución de riqueza de los Actores

Evolución de la riqueza a lo largo de la simulación de un sistema de 10 elementos.



Guerras consecutivas (impulsos) y Riqueza total del sistema (línea).



# Matriz de compromisos

Matriz de compromisos para  $t = 50$

i,j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1.0	0.3	-	-	-	-	-	-	0.1	0.4
2	0.3	1.0	-	-	-	-	-	-	0.2	0.2
3	-	-	1.0	0.2	-	-	-	-	-	-
4	-	-	0.2	1.0	0.3	-	-	-	-	-
5	-	-	-	0.3	1.0	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	1.0	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-	1.0	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-	1.0	0.5	-
9	0.1	0.2	-	-	-	-	-	0.5	1.0	0.1
10	0.4	0.2	-	-	-	-	-	-	0.1	1.0

Matriz de compromisos para  $t = 500$

i,j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1.0	1.0	0.7	-	-	-	-	1.0	1.0	1.0
2	1.0	1.0	1.0	-	-	-	-	1.0	1.0	1.0
3	0.7	1.0	1.0	-	-	-	-	1.0	0.9	0.7
4	-	-	-	1.0	1.0	0.6	1.0	-	-	-
5	-	-	-	1.0	1.0	1.0	1.0	-	-	-
6	-	-	-	0.6	1.0	1.0	1.0	-	-	-
7	-	-	-	1.0	1.0	1.0	1.0	-	-	-
8	1.0	1.0	1.0	-	-	-	-	1.0	1.0	1.0
9	1.0	1.0	0.9	-	-	-	-	1.0	1.0	1.0
10	1.0	1.0	0.7	-	-	-	-	1.0	1.0	1.0

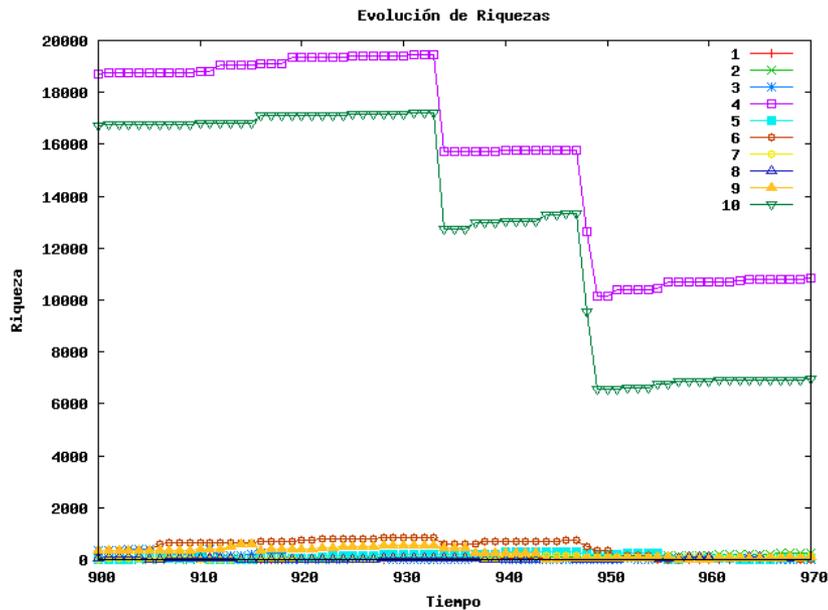
## Evolución de las coaliciones

Año	Actor	Actor	Rol
	Activo	Blanco	
50	4	5	-- a A D -----
60	6	5	--- P R -----
100	8	7	aaa-ddDAaa
200	5	7	----R-P---
500	7	8	ddd a a a A D d d d

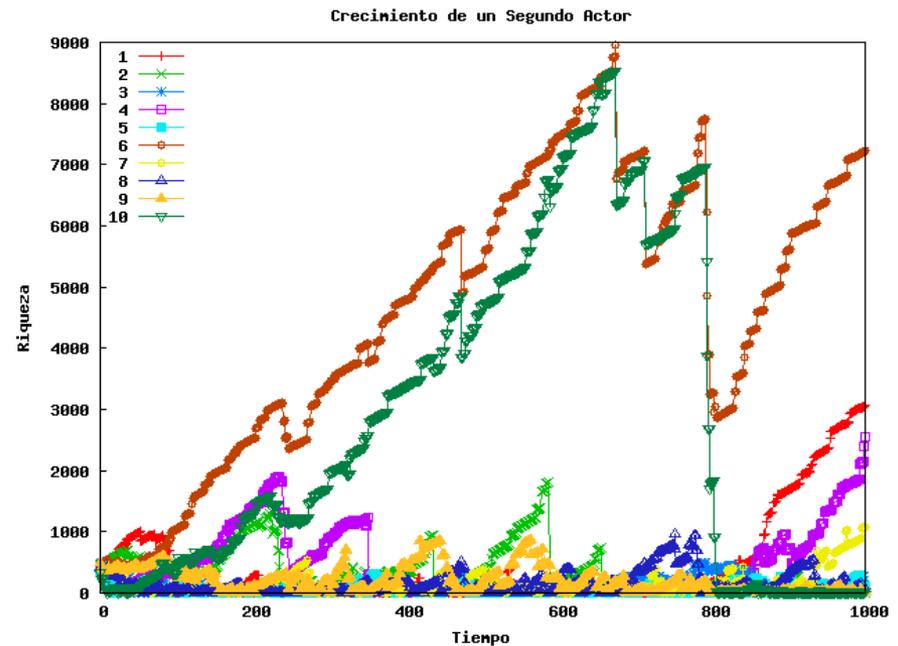
**A** = atacante; **D** = defensor;  
**a** = aliado atacante; **d** = aliado defensor;  
**P** = pago de tributo; **R** = receptor de tributo.

# Auge y caída de imperios

## Caída de un Imperio



## Crecimiento de un Segundo Actor en un mismo cluster 6-10



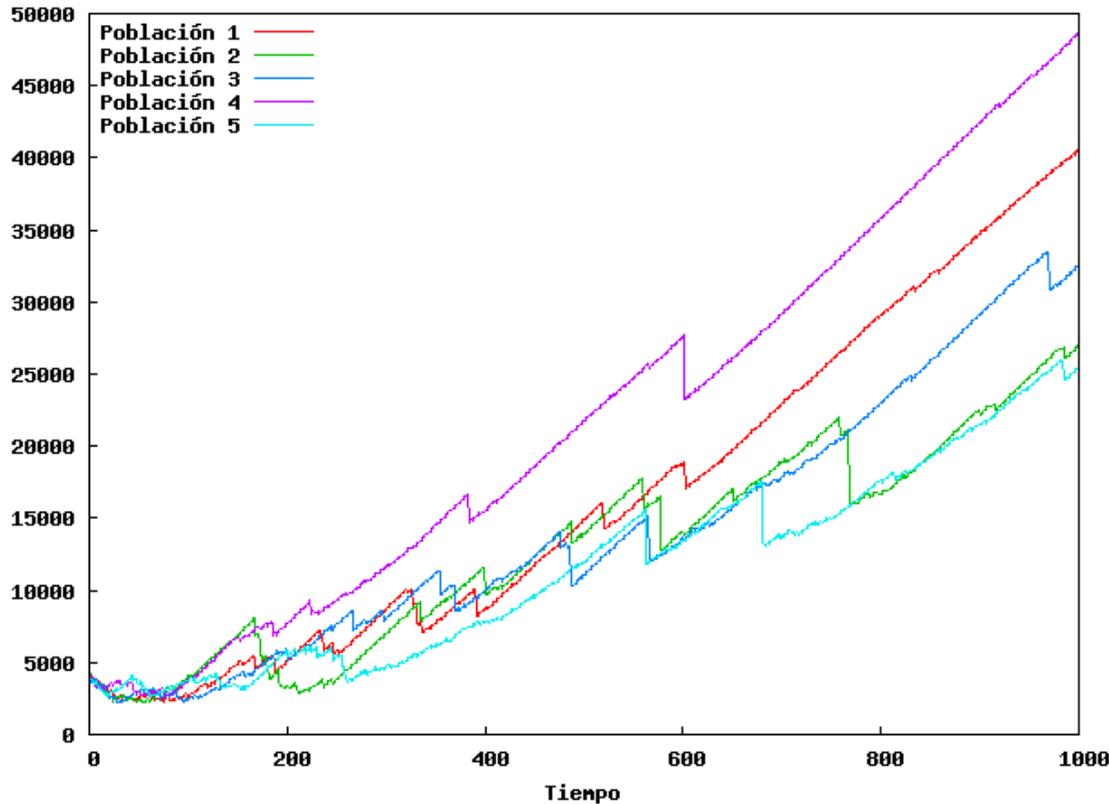
Año	Actor Activo	Actor Blanco	Rol
931	5	9	a a a a A d d d D d
932	5	9	a a a a A d d d D d
933 - 937	otras 5 Guerras Mundiales		

Guerras civiles

# Distribución de riqueza en el tiempo

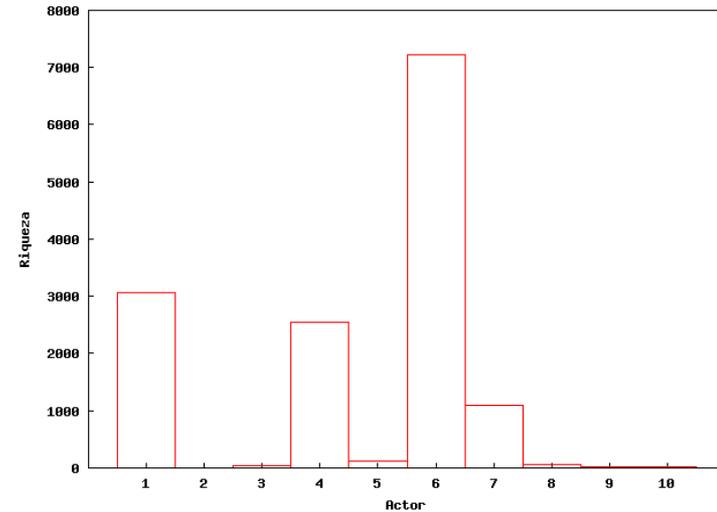
Riqueza total para distintas simulaciones.

Evolución de riqueza diferentes poblaciones

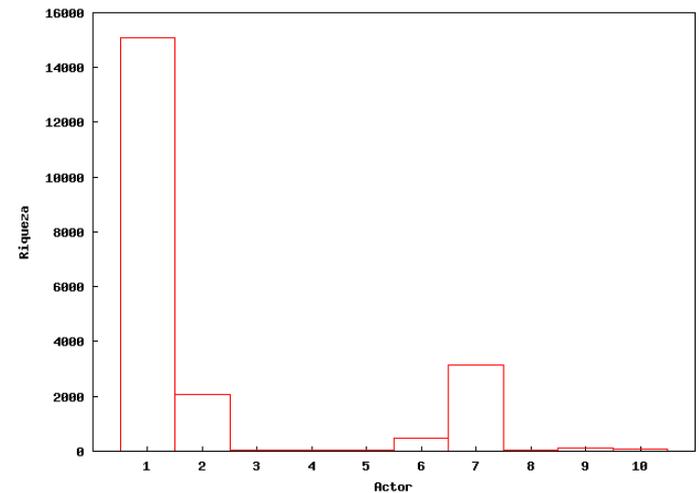


La distribución de la riqueza entre los elementos del sistema es desigual.

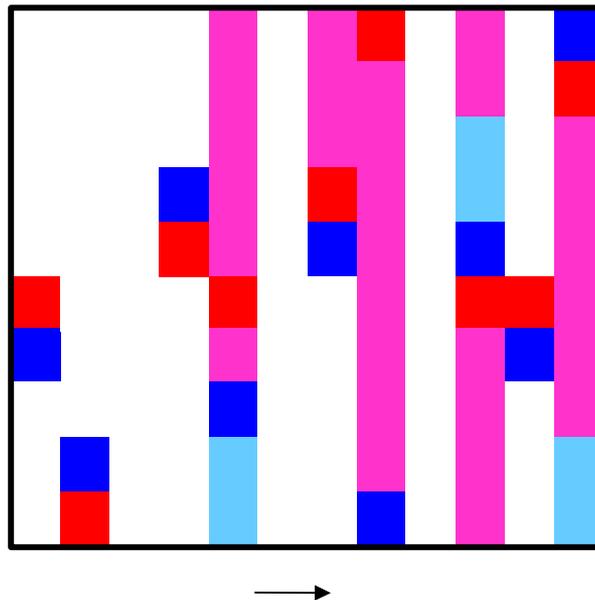
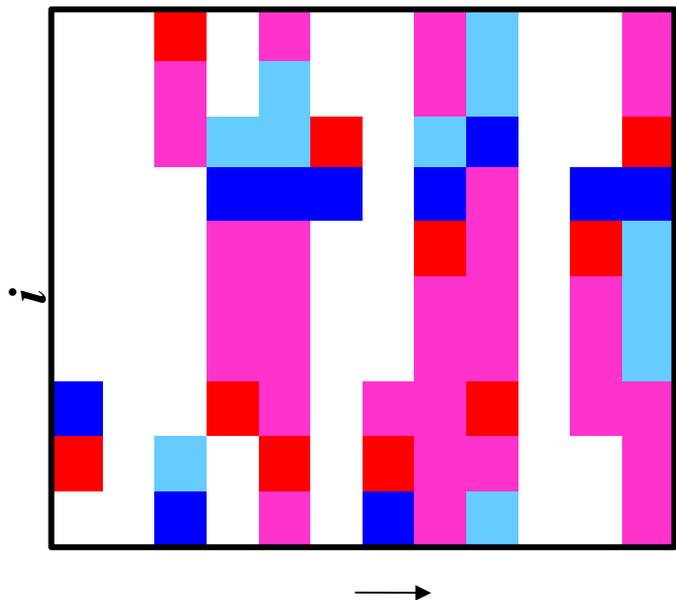
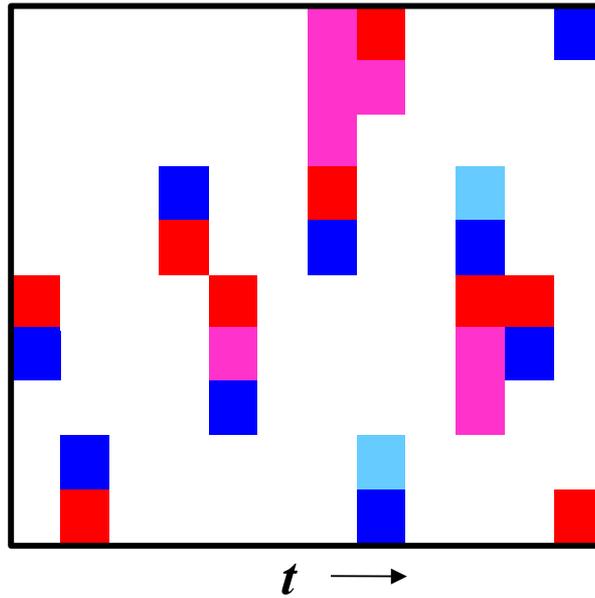
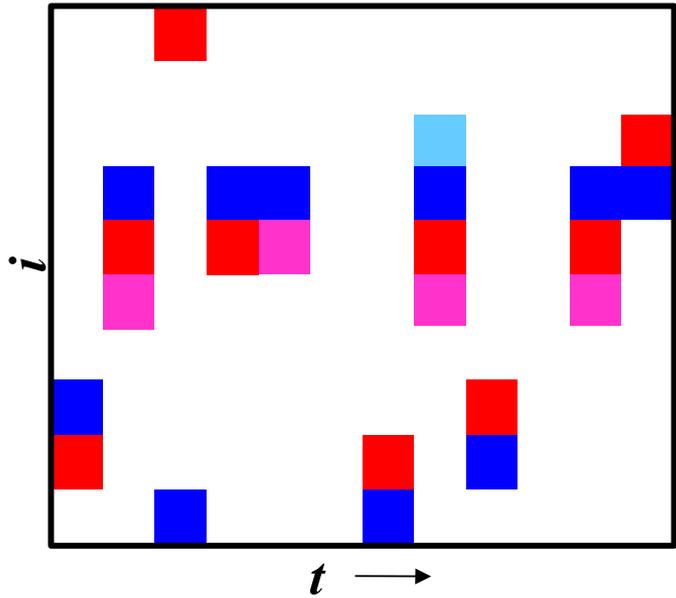
Riqueza de cada Actor despues de 1000 ciclos



Riqueza de cada Actor despues de 1000 ciclos



# Patrones espaciotemporales de las coaliciones en 1-d



**Parámetros:**

$$N = 10$$

$$r = 20$$

$$q = 250$$

$$c = 0,1$$

$$k = 0,25$$

$$u = 0.5$$

 A atacante

 T blanco

  $\alpha$  coalición

  $\tau$  coalición

# Problemas para investigar

Caracterizar la matriz de acoplamiento.

Extender modelo a 2 dimensiones. Estudiar influencia de topología de conectividad (redes complejas, redes de pequeño mundo, etc).

Distribuciones de conflictos.

Comportamiento del sistema en función de parámetros.

Búsqueda de transiciones de fases y relaciones de escala (leyes de potencia). Comportamientos colectivos universales.

Conectividad global (potencias insulares) y otras redes de conectividad.

Medir longitud característica, coeficiente de clustering en  $C_{ij}$ ,

Comparar con datos históricos.

# Preguntas específicas de Axelrod

La dinámica que vemos en el modelo de tributo y conflicto sugiere muchas preguntas interesantes:

¿Cuáles son las condiciones mínimas para la emergencia de nuevos actores?.

¿Qué tiende a promover tal emergencia?.

¿Cómo la dinámica es afectada por el número de actores?.

¿Qué puede guiar al colapso de un actor?.

¿Cómo nuevos actores crecen bajo la sombra de un actor establecido?.



# Bibliografía

- [1] Garret Hardin, The Tragedy of Commons, Science, v. 162, 1243 (1968)
- [2] Buss Leo W., The evolution of individuality, Princenton N.J., Princenton University Press, 1987.
- [3] Hebb, D. O. The Organization of Behavior, New York 1988.
- [4] K. Kaneko, Prog. Theor. Phys. 72, 480 (1984).
- [5] I. Waller and R. Kapral, Phys. Rev. A 30, 2047 (1984).
- [6] Von Neumann J. y Morgenstern O., Theory of Games and Economic Behavior, The University Press, Princeton, 1944.
- [7] Stein D. L., Lectures in the Science of Complexity, Redwood City, Addison-Wesley, 1989.
- [8] Fontana W., Functional Self-Organization in Complex Systems, Redwood City, Addison-Wesley, 1990.
- [9] Holland J. H. Complex Adaptive Systems, 1992.
- [10] Robert Axelrod, Building New Political Actors, Artificial Societies, 1995.
- [11] Lanchester F.W., Mathematics in Warfare, Simond & Schuster, New York, 1956.
- [12] Epstein J.M., The Calculus of Conventional War: Dynamic Analysis Without Lanchester Theory, Washington, Brookings, 1985.
- [13] Tilly C., War Making and State Makings as Organized Crime, Cambridge University Press, 1985.
- [14] Kennedy J (1998) J. Conflict Res. 42: 56-76.

