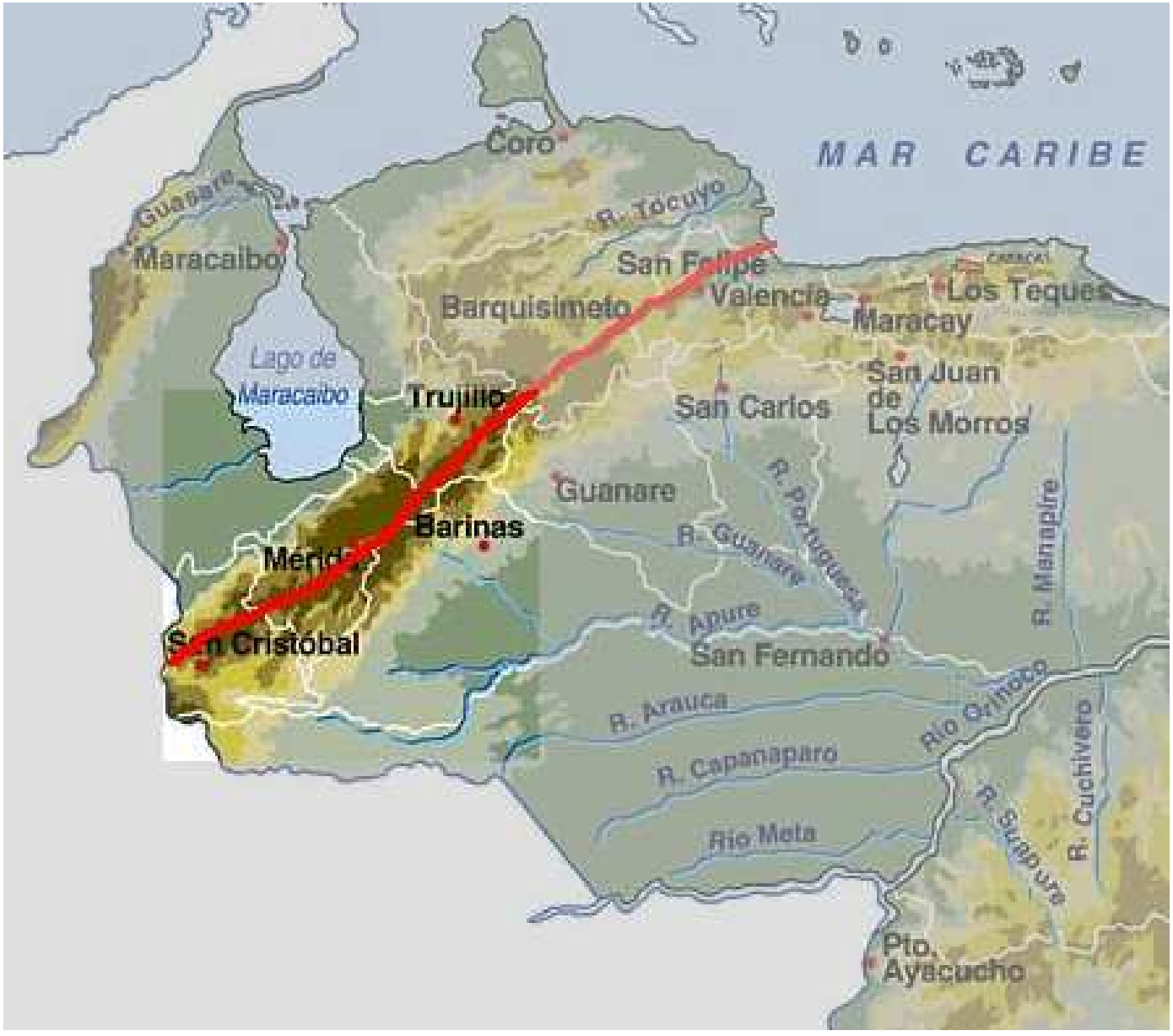
CARACTERIZACIÓN DE LA ACTIVIDAD SÍSMICA DE LA FALLA DE BOCONÓ UTILIZANDO TÉCNICAS NO LINEALES.

Br. Felvir Rivas.
Tutor: Kay Tucci.
Defensa.

Universidad de Los Andes.
Facultad de Ciencias.
Departamento de Matemática.

Falla de Boconó.



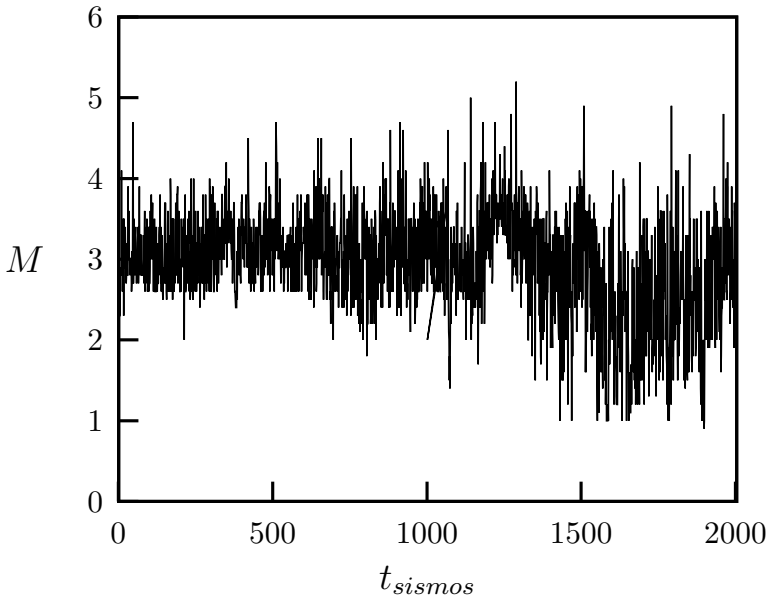
Objetivo.

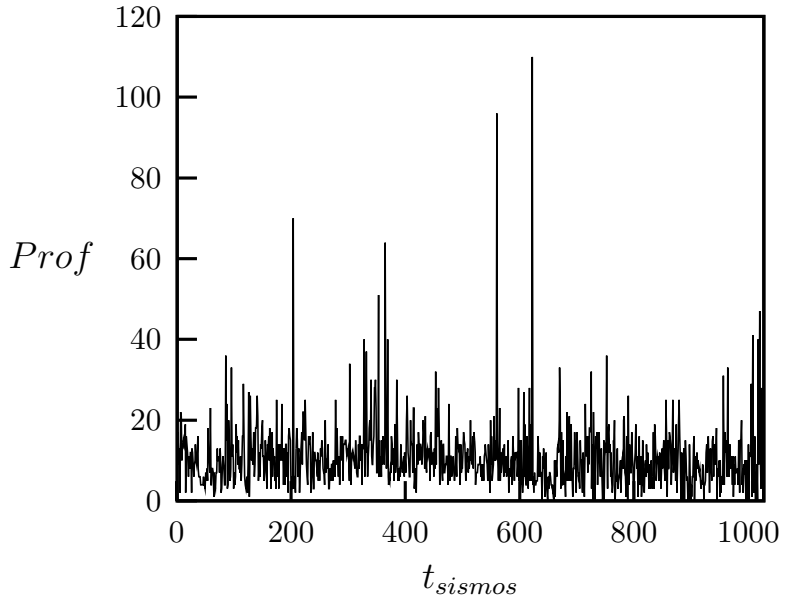
Caracterizar la actividad sísmica de la falla de Boconó utilizando técnicas no lineales.

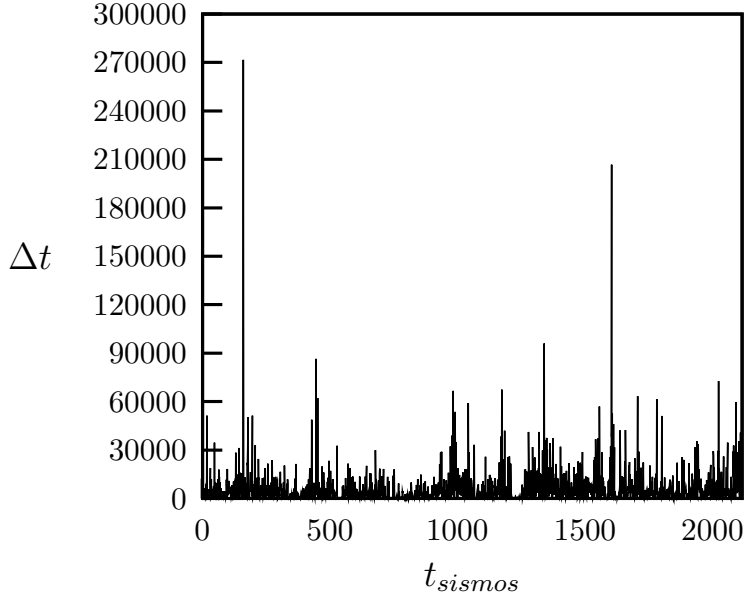
Vamos a utilizar métodos que consideran que la serie de datos provienen de un sistema dinámico no lineal.

- Criticalidad autoorganizada.
- Reconstrucción del atractor.

Datos de la falla de Boconó.







Criticalidad autoorganizada.

El concepto de SOC fue introducido por primera vez por Per Bak en 1987, con el fin explicar las propiedades invariantes de sistemas dinámicos complejos lejos del equilibrio. SOC es un término usado para describir sistemas dinámicos que tienen puntos críticos que son atractores extraños.

Criticalidad autoorganizada.

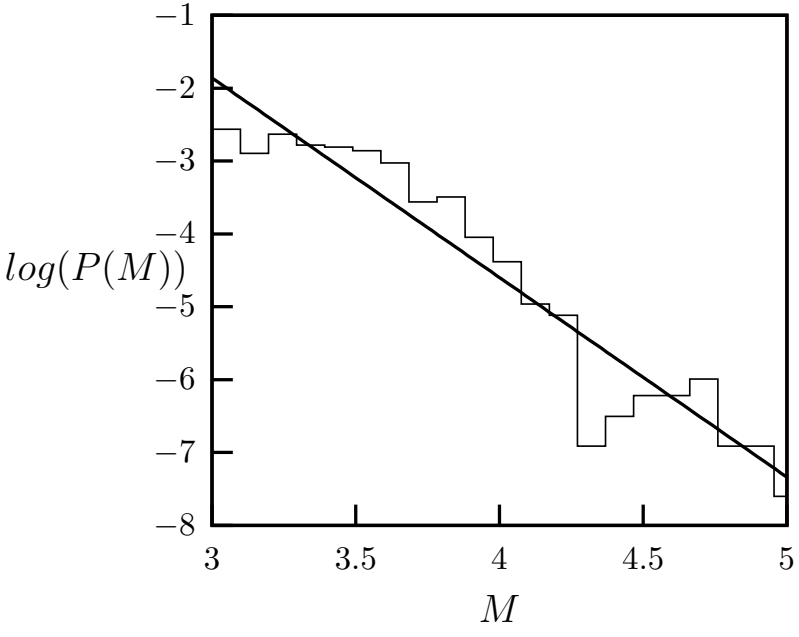
El concepto de SOC fue introducido por primera vez por Per Bak en 1987, con el fin explicar las propiedades invariantes de sistemas dinámicos complejos lejos del equilibrio. SOC es un término usado para describir sistemas dinámicos que tienen puntos críticos que son atractores extraños.

Ley de potencia.

$$y = ax^{\beta} \quad \longrightarrow \quad \log y = \beta \log x + \log a.$$
$$\tilde{y} = \beta \tilde{x} + c$$

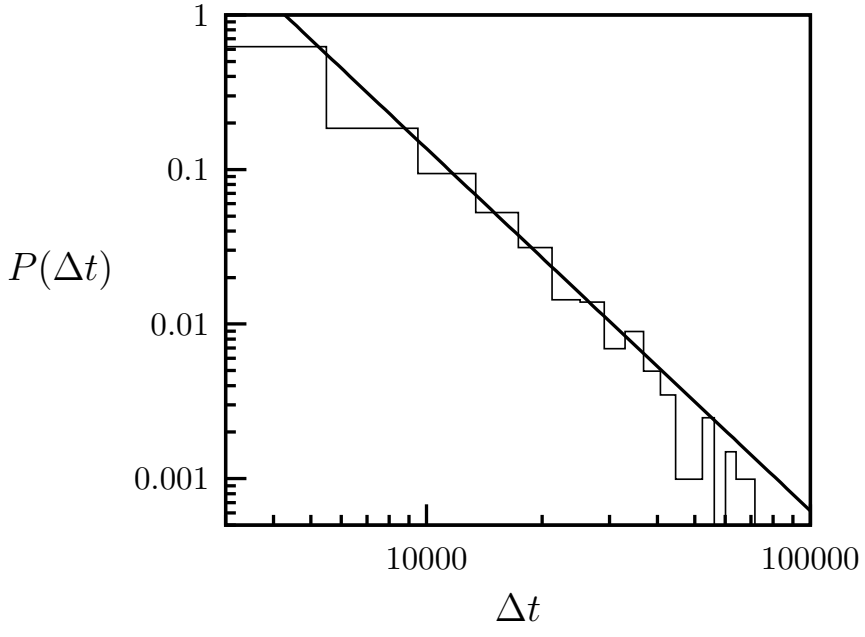
Exponente de la ley de potencia de los observables.

Serie de tiempo M.



β_M =-2.7 $\pm$ 0.2.

Serie de tiempo Δt



$\beta_{\Delta t}$ =-1.7 $\pm$ 0.1.

Reconstrucción del atractor.

Vamos a utilizar el **Teorema de Takens**: Sea (X, h) un sistema dinámico, con $\mathrm{X} \subset \mathbb{R}^n$, y $\alpha : \mathrm{X} \longrightarrow \mathbb{R}$ la función de observación del sistema, entonces la aplicación de retardos $\Phi_{h,\alpha} : \mathrm{X} \longrightarrow \mathbb{R}^m$, dada por $\Phi_{h,\alpha}(x) = (\alpha(h^{(m-1)\tau}(x)), ..., \alpha(x))$, es un homeomorfismo sobre X siempre que $m \geq 2n + 1$, siendo m una dimensión de embedding y τ un retardo cualquiera.

Reconstrucción del atractor.

Vamos a utilizar el **Teorema de Takens**: Sea (X, h) un sistema dinámico, con $\mathrm{X} \subset \mathbb{R}^n$, y $\alpha : \mathrm{X} \longrightarrow \mathbb{R}$ la función de observación del sistema, entonces la aplicación de retardos $\Phi_{h,\alpha} : \mathrm{X} \longrightarrow \mathbb{R}^m$, dada por $\Phi_{h,\alpha}(x) = (\alpha(h^{(m-1)\tau}(x)), ..., \alpha(x))$, es un homeomorfismo sobre X siempre que $m \geq 2n + 1$, siendo m una dimensión de embedding y τ un retardo cualquiera.

Tenemos que:

- Calcular la dimensión de embedding mínima.
- Calcular el tiempo de retraso.
- Reconstruir el espacio de fases.

Elección de la dimensión de embedding mínima.

- **Método de los falsos vecinos:** está basado en el hecho de que si la dimensión de embedding elegida es demasiado pequeña para reconstruir el verdadero atractor, habrá puntos que, estando cerca en ese espacio, estarán lejos en el espacio reconstruido con la dimensión adecuada.

  Sea x_t un punto de la serie de tiempo y x_n un vecino de x_t

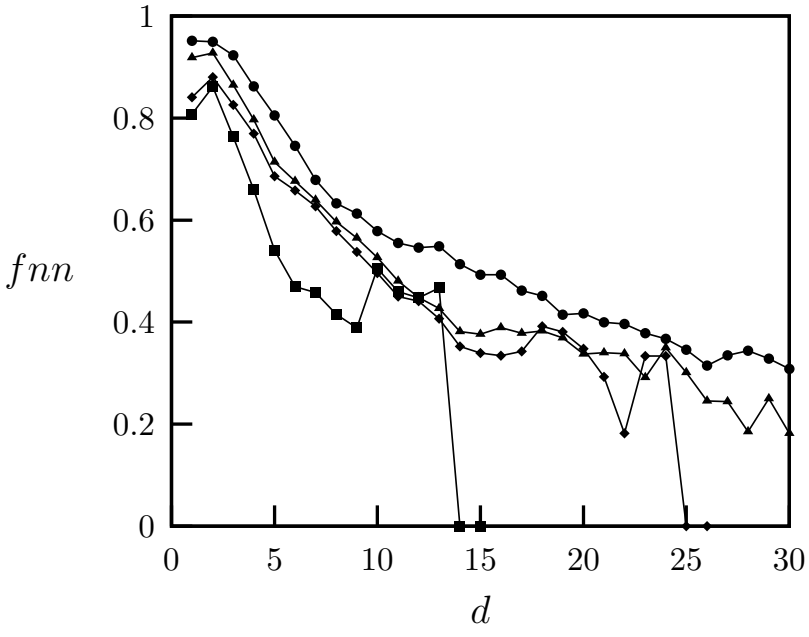
  $$\frac{|z_{t-m\tau} - z_{n-m\tau}|}{\|x_t - x_n\|} = \mathcal{R}_i$$

  Si $\mathcal{R}_i$ excede al valor umbral fijado $\mathcal{R}_{tol}$, se dice que x_n es un falso vecino de x_t.

  $$fnn = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Theta(\mathcal{R}_i - \mathcal{R}_{tol})$$

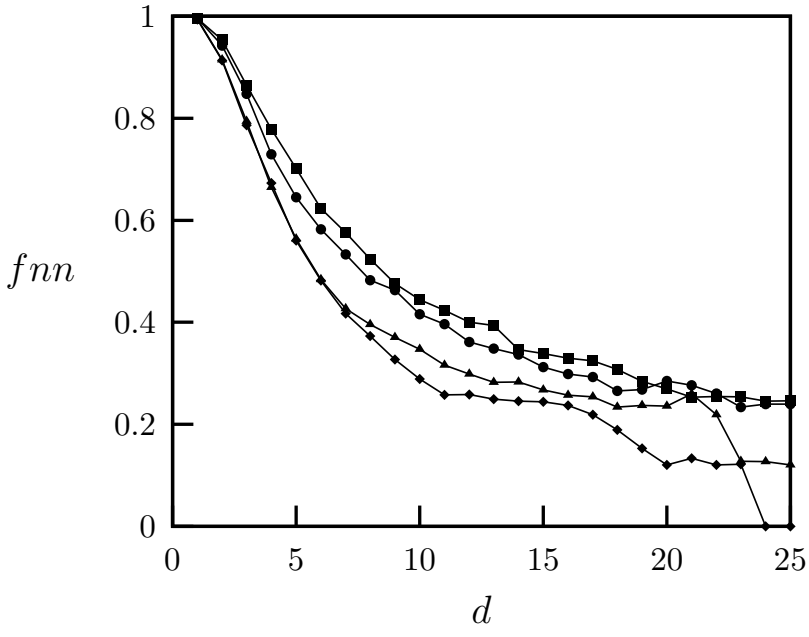
Elección de la dimensión de embedding mínima.

Serie de tiempo M.



m_M =25 con $\mathcal{R}_{tol}$ = 1.2

Serie de tiempo Δt



$m_{\Delta t}$ =24 con $\mathcal{R}_{tol}$ = 2.0

Elección del tiempo de retraso.

- Usar como retardo el primer cero de la función de autocorrelación,

$$\mathcal{C}_\tau = \sum_t (x_t - \overline{x})(x_{t+\tau} - \overline{x}),$$

donde $\overline{x}$ es el valor esperado de x_N.

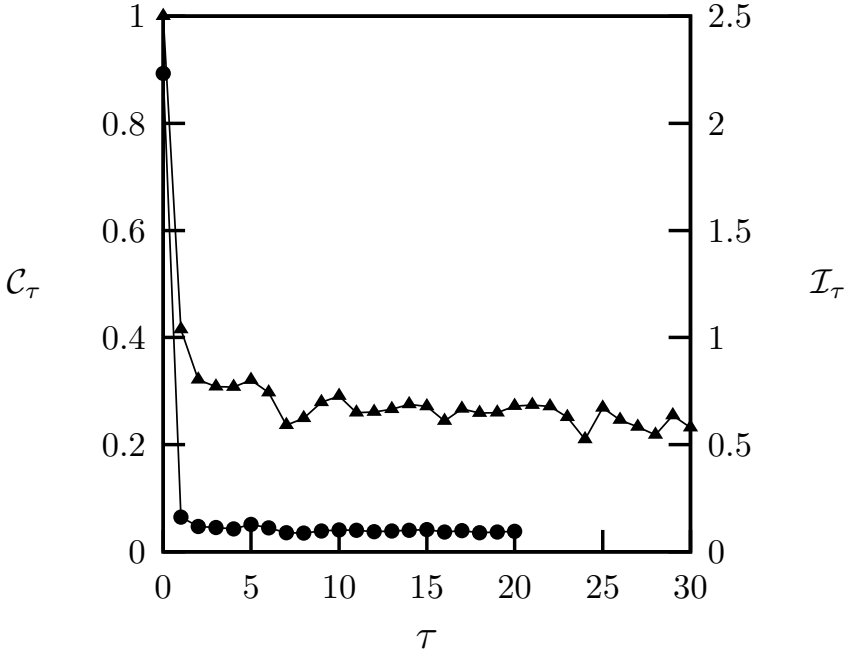
- Utilizar el primer mínimo de la función media de información mutua

$$\mathcal{I}_\tau = \sum_{x_t, x_{t+\tau}} \mathcal{P}(x_t, x_{t+\tau}) \log_2 \left[\frac{\mathcal{P}(x_t, x_{t+\tau})}{\mathcal{P}(x_t)\mathcal{P}(x_{t+\tau})} \right],$$

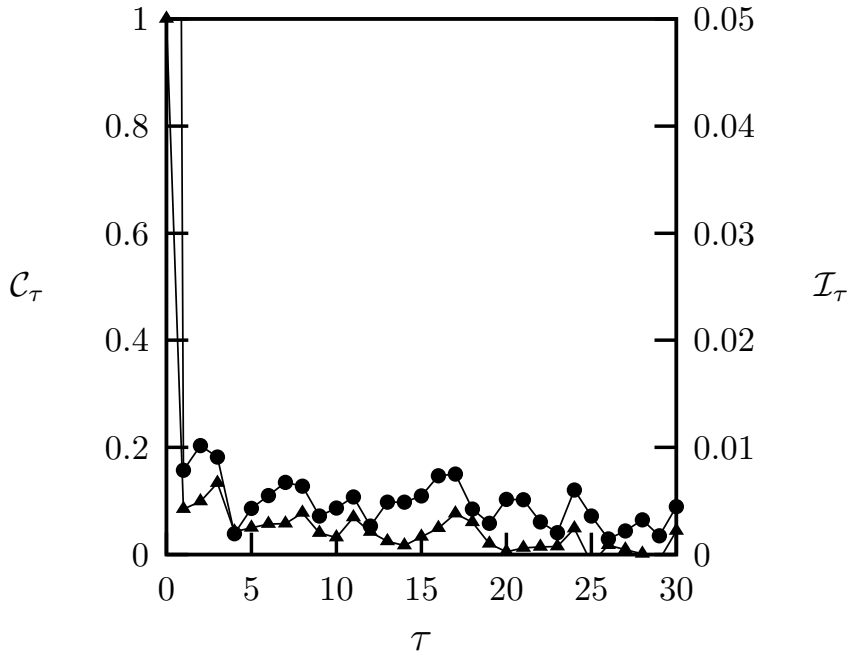
con $\mathcal{P}$ la correspondiente distribución de probabilidad.

Elección del tiempo de retraso.

Serie de tiempo M.



Serie de tiempo Δt



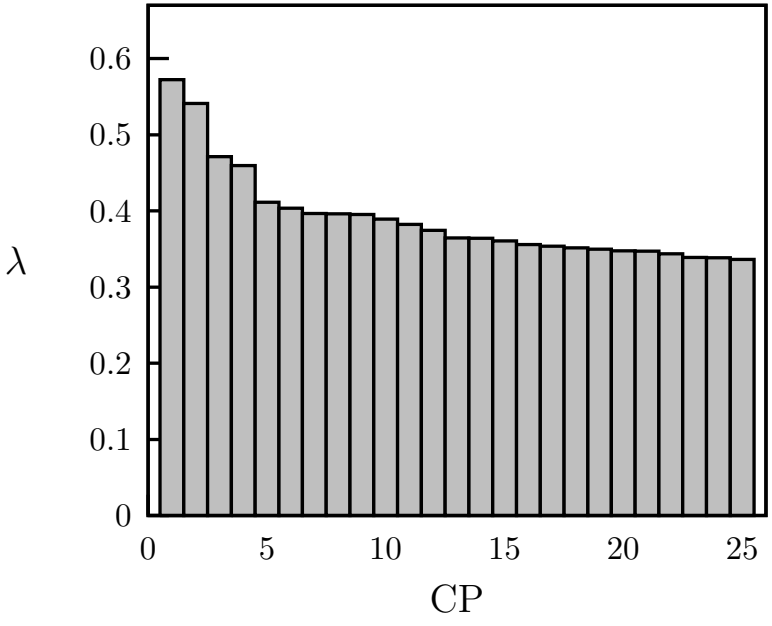
$$\tau = 10$$

Componentes principales.

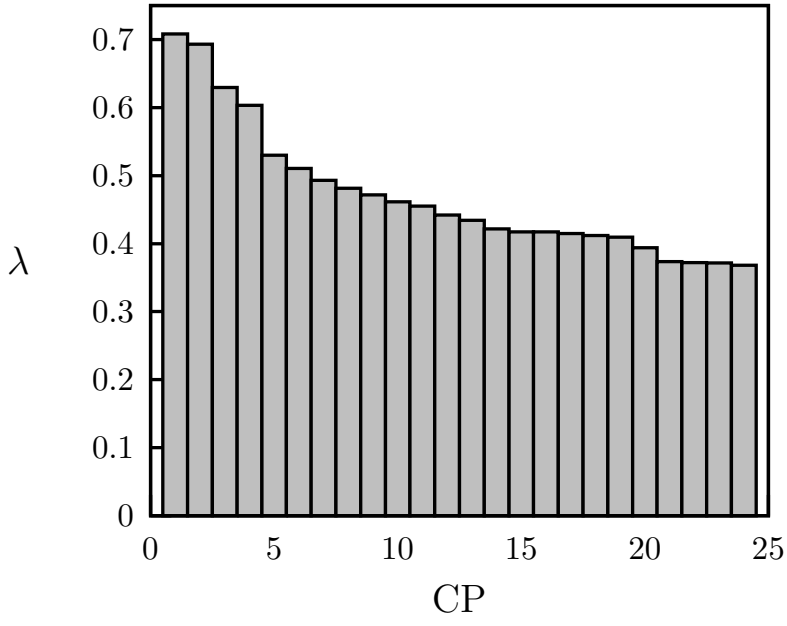
- La primera CP $\mathbf{z_1} = \mathbf{X a_1}$ se obtiene proyectando los datos en la dirección unitaria $\mathbf{a_1}$ en la que la varianza de los datos proyectados sea máxima. Esto es equivalente a encontrar el vector unitario $\mathbf{a_1} \in \mathbb{R}^p$ que maximiza $\mathbf{a_1' S a_1}$.
- La segunda CP se obtiene proyectando los datos en la dirección unitaria $\mathbf{a_2}$ que maximice $\mathbf{a_2' S a_2}$ entre aquellas direcciones que sean ortogonales a $\mathbf{a_1}$.
- En general, la CP i-ésima se obtiene proyectando los datos en la dirección unitaria $\mathbf{a_i}$ que maximice $\mathbf{a_i' S a_i}$ entre aquellas direcciones que sean ortogonales a $\mathbf{a_1}, ..., \mathbf{a_{i-1}}$.

Componentes principales.

Serie de tiempo M.



Serie de tiempo Δt



Conclusiones y Recomendaciones.

- Se logró caracterizar la actividad sísmica de la falla de la Boconó en la Región de los Andes mediante:
  - **La teoría de la criticalidad autoorganizada.** Se encontró el exponente β de la ley de potencia que siguen los terremotos.
    - β_M =-2.7$\pm$ 0.2. y $\beta_{\Delta t}$ = -1.7$\pm$ 0.1.
  - **El análisis de series de tiempo de dinámicas no lineales.** Se determinó una dimensión de embedding de $m = 25$ y un tiempo de retraso de $\tau = 10$.
- No fue posible reducir la dimensión de embedding mediante el método de componentes principales.
- Recomendamos que se incluyan en el catálogo los sismos de baja magnitud.

Bibliografía.

- Bak; Tang; Wiesenfeld. *Self-organized criticality.* Phys. Rev. A 38:364-374 (1988).
- Bak; Tang. *Earthquakes as a self-organized critical phenomenon.* Geophys. Res. 94: 15635-15637 (1989)
- http://lgula.ciens.ula.ve.
- James R. Munkres. *Topología.* 2^{da} edición, 186-201.
- J. C, Sprott. *Chaos and Time-Series Analisys.* 211-239.
- Kantz; Schreiber. *Nonlinear Time Series Analysis.* http://www.mpipks-dresden.mpg.de/$\sim$tisean/
- Takens. *International Journal of Bifurcation and Chaos.* Vol. 3, No. 2, 241-256 (1993).