

Se desarrolla un modelo dinámico coevolutivo de emergencia de estructuras o coaliciones en sistemas sociales basado en las ideas de formación de nuevos actores sociales propuestas por Robert Axelrod. Este modelo permite aplicar diversos conceptos y herramientas provenientes del estudio de sistemas complejos y mecánica estadística. La interacción entre los agentes del sistema sigue la dinámica de conflicto o pago de tributo (pay or else) descrita por Axelrod como un proceso característico en relaciones de poder en sistemas sociales o internacionales. La transferencia de tributos y la ocurrencia de conflictos determinan la aparición de compromisos o acoplamientos entre los agentes, de modo que la conectividad de la red que forman los agentes cambia en el tiempo. De este modo, los estados de los agentes coevolucionan con la topología de la red de conectividad, lo cual permite el surgimiento de conjuntos de elementos fuertemente acoplados que son interpretados como coaliciones. Se investigan las propiedades del modelo en redes regulares. Se encuentran comportamientos colectivos no triviales, tales como leyes de potencia en las distribuciones de probabilidad de tamaños de conflictos, similares a las que se observan en datos históricos y otros sistemas físicos fuera de equilibrio.

Modelo de Axelrod para formación de coaliciones

Building New Political Actors, *Artificial Societies* (1995)



Pregunta: “*¿How can new political actors emerge from an aggregation of smaller political actors?.*”

Propuesta: Modelo para el surgimiento de nuevos niveles de organización y asociación en sistemas sociales a partir de reglas simples de interacción entre los elementos del sistema.

Nuestra pregunta: *¿Existen comportamientos colectivos universales en el modelo de Axelrod?.*

Nuestra propuesta: Formulación matemática y computacional de las ideas de Axelrod, incluyendo el desarrollo de un algoritmo genético, para estudiar las propiedades colectivas y la formación de estructuras en este modelo.

El modelo consiste en un sistema dinámico espaciotemporal fuera de equilibrio, tipo red de mapas acoplados (espacio y tiempo discretos, y estados continuos) con interacciones coevolutivas, en el que no existen objetivos específicos, racionalidad ni intencionalidad.

Modelo de tributo y conflicto

Algoritmo

Dinámica elemental de “pay or else” (Axelrod):

1. N actores ubicados en nodos de una red (network).
2. Recursos (riquezas) inicial $W_i \in [W_{imin}, W_{imax}]$.
3. Se escoge de forma aleatoria un actor Activo (A), que puede demandar tributo a uno de sus vecinos escogido como Blanco (T).
4. Si A hace una demanda al blanco T , éste tiene dos opciones:
 - a. Si T paga: se transfiere riqueza q (tributo) de T a A si $W_T > q$ o W_T si $W_T < q$.
 - b. Si T pelea: A y T pierden recursos en proporción a los recursos del contrario
5. Después de un ciclo o año (**número dado de activaciones**), a cada elemento del sistema se le reinyecta una cantidad de riqueza fija o cosecha r (sistema disipativo).

Definimos **vulnerabilidad** de un vecino j con respecto a A :

$$V_{A,j} = \frac{W_A - W_j}{W_A}$$

Escoger $T = j$ tal que $f_j = V_{A,j} \times \min(W_j, q)$ sea máxima.

Si T accede a la demanda de A

$$q, \text{ si } W_T > q \quad W_T, \text{ si } W_T < q$$

Si T va a un conflicto con A

$$L_A = kW_T ; \quad L_T = kW_A$$

Después de un conflicto, la diferencia de riqueza entre A y T es $(1+k)(W_A - W_T)$

Riqueza de las coaliciones

$$W_\alpha = \sum_{i \in \alpha} W_i C_{iA}; \quad W_\tau = \sum_{i \in \tau} W_i C_{iT}$$

Vulnerabilidad de blanco en una coalición

$$V_{A,j} = \frac{W_\alpha - W_\tau}{W_\alpha}$$

Pérdida de cada elemento de una coalición en caso de conflicto:

$$L_{i \in \alpha} = kW_\tau \frac{W_i}{W_\alpha}; \quad L_{i \in \tau} = kW_\alpha \frac{W_i}{W_\tau}$$

Patrones espaciotemporales de las coaliciones en 1-d

Parámetros:

$N = 10$

cosecha $r = 20$

tributo $q = 250$

cambios de compromisos $c = 0,1$

cte. de prop. pérdida $k = 0,25$

umbral $u = 0.5$

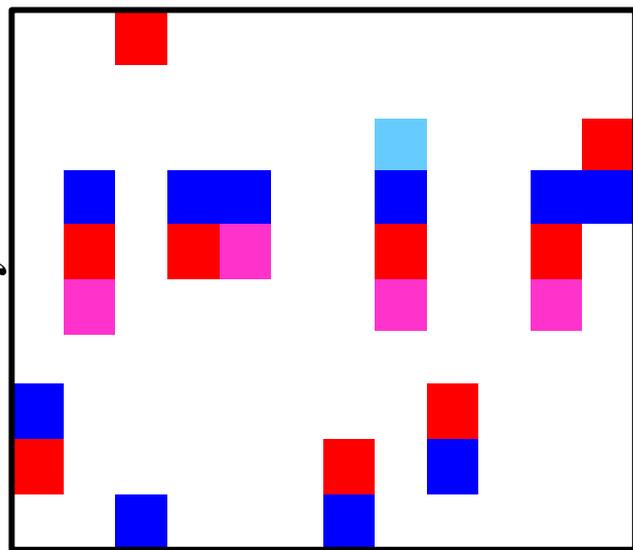
ciclo $\lambda = 3$

 A atacante

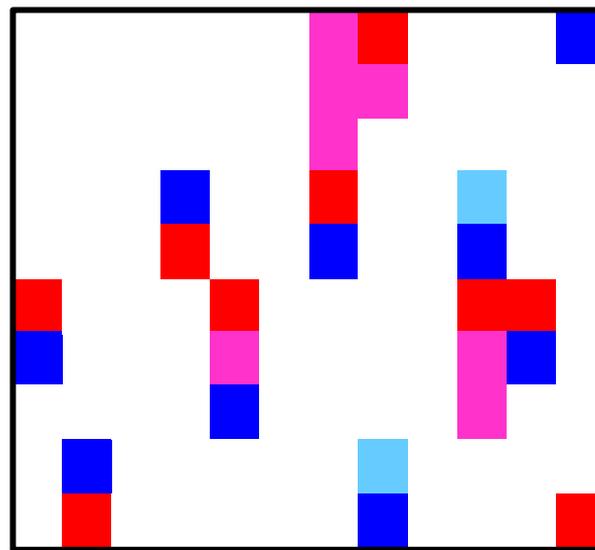
 T blanco

 α coalición

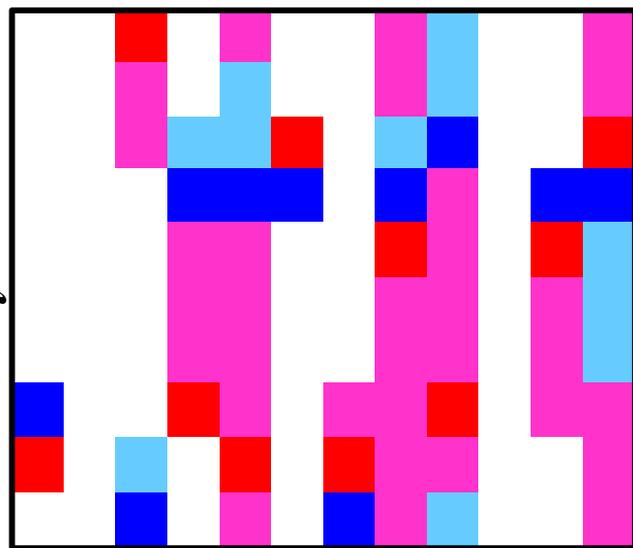
 τ coalición



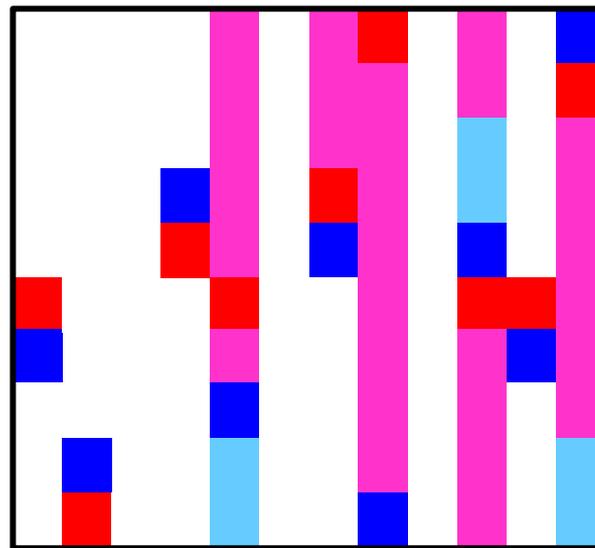
$t \rightarrow$



$t \rightarrow$



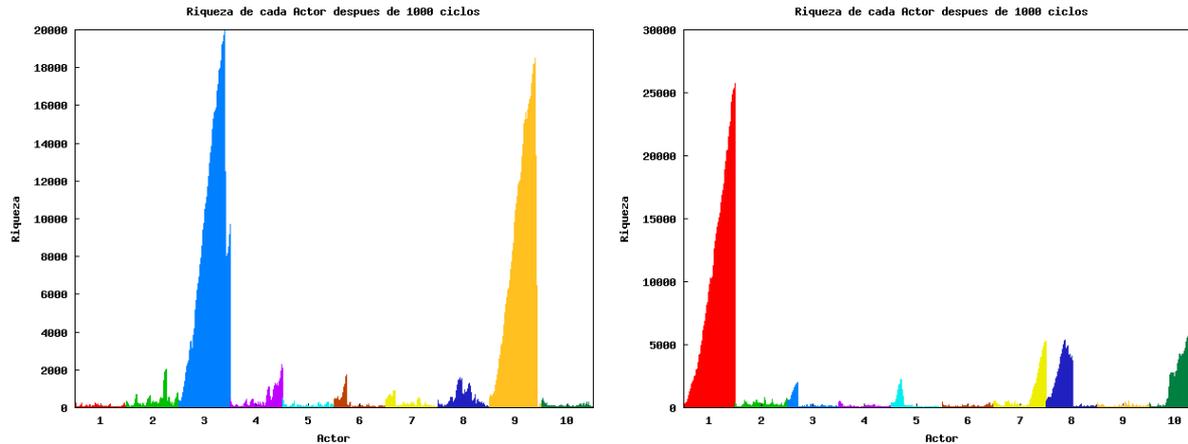
$t \rightarrow$



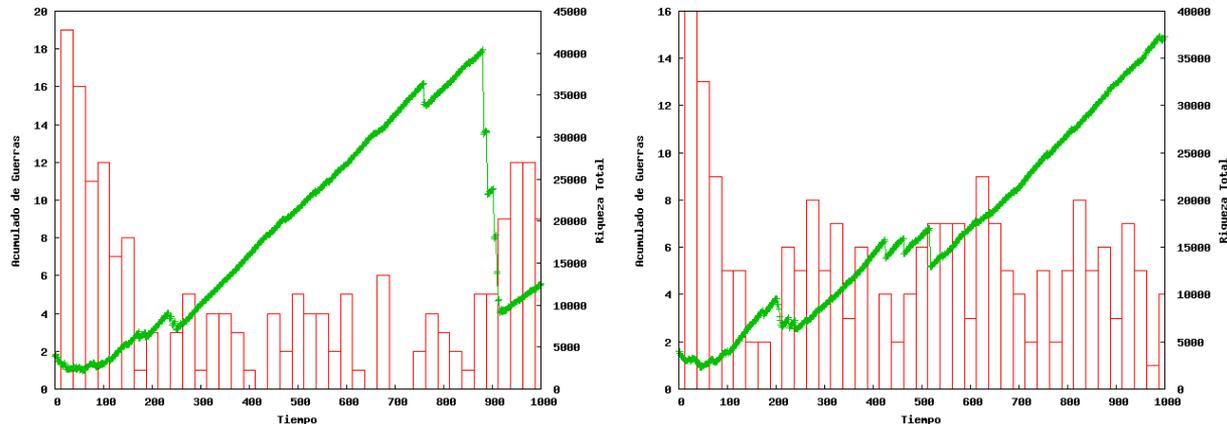
$t \rightarrow$

Evolución de riqueza

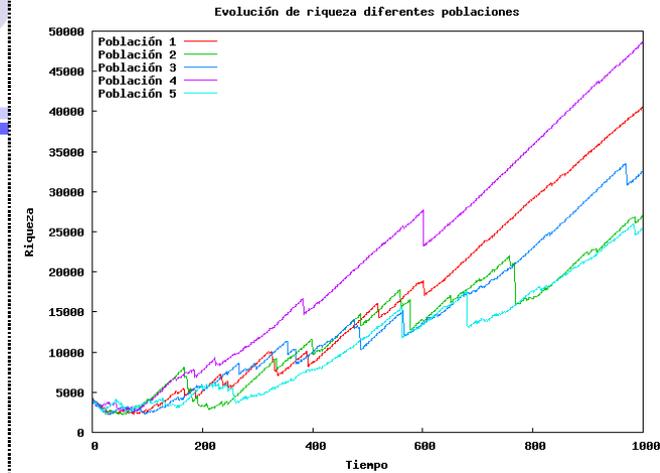
Evolución de la riqueza a lo largo de la simulación de un sistema 1D con $N = 10$.



Acumulado de Guerras cada 25 ciclos (barras) y Riqueza total del sistema (línea).

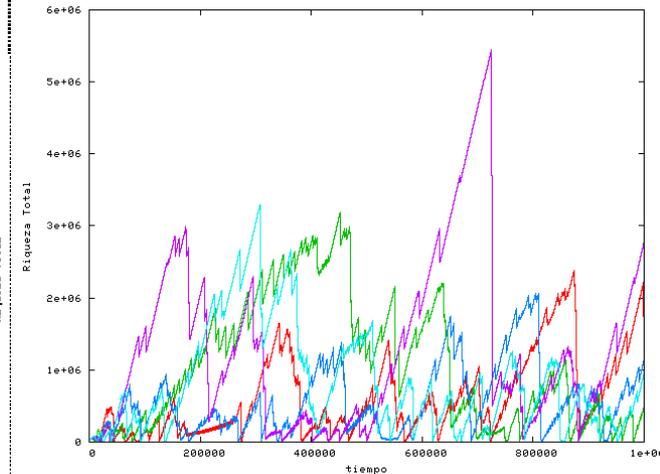


Riqueza total para distintas simulaciones. 1D



La distribución de la riqueza entre los elementos del sistema es desigual.

Riqueza total para distintas simulaciones. 2D



$N = 10 \times 10$

Matriz de compromisos. Caso 1D

Matriz de compromisos para $t = 50$

i,j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1.0	0.3	-	-	-	-	-	-	0.1	0.4
2	0.3	1.0	-	-	-	-	-	-	0.2	0.2
3	-	-	1.0	0.2	-	-	-	-	-	-
4	-	-	0.2	1.0	0.3	-	-	-	-	-
5	-	-	-	0.3	1.0	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	1.0	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-	1.0	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-	1.0	0.5	-
9	0.1	0.2	-	-	-	-	-	0.5	1.0	0.1
10	0.4	0.2	-	-	-	-	-	-	0.1	1.0

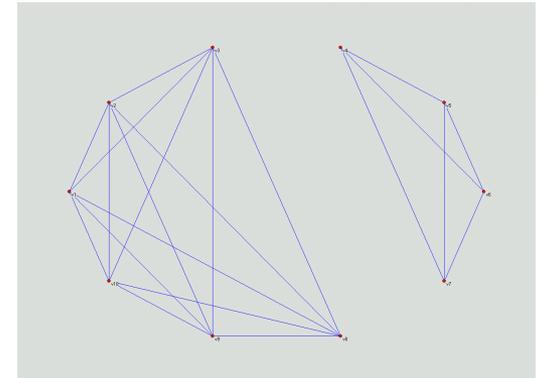
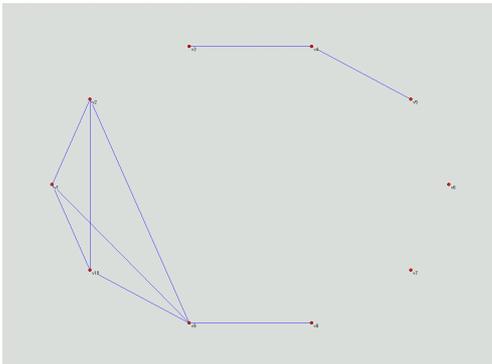
Matriz de compromisos para $t = 500$

i,j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1.0	1.0	0.7	-	-	-	-	1.0	1.0	1.0
2	1.0	1.0	1.0	-	-	-	-	1.0	1.0	1.0
3	0.7	1.0	1.0	-	-	-	-	1.0	0.9	0.7
4	-	-	-	1.0	1.0	0.6	1.0	-	-	-
5	-	-	-	1.0	1.0	1.0	1.0	-	-	-
6	-	-	-	0.6	1.0	1.0	1.0	-	-	-
7	-	-	-	1.0	1.0	1.0	1.0	-	-	-
8	1.0	1.0	1.0	-	-	-	-	1.0	1.0	1.0
9	1.0	1.0	0.9	-	-	-	-	1.0	1.0	1.0
10	1.0	1.0	0.7	-	-	-	-	1.0	1.0	1.0

Evolución de las coaliciones

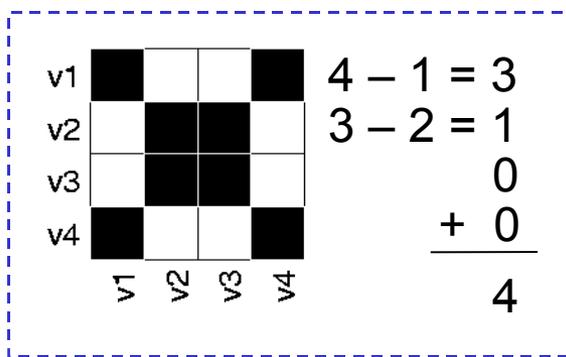
Año	Actor	Actor	Rol
	Activo	Blanco	
50	4	5	-- a A D -----
60	6	5	--- P R -----
100	8	7	a a a - d d D A a a
200	5	7	---- R - P ---
500	7	8	d d d a a a A D d d

A = atacante; **D** = defensor;
a = aliado atacante; **d** = aliado defensor;
P = pago de tributo; **R** = receptor de tributo.

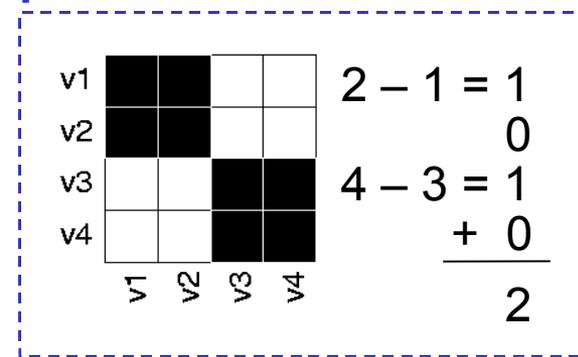


Algoritmo genético para ordenar la matriz de compromisos

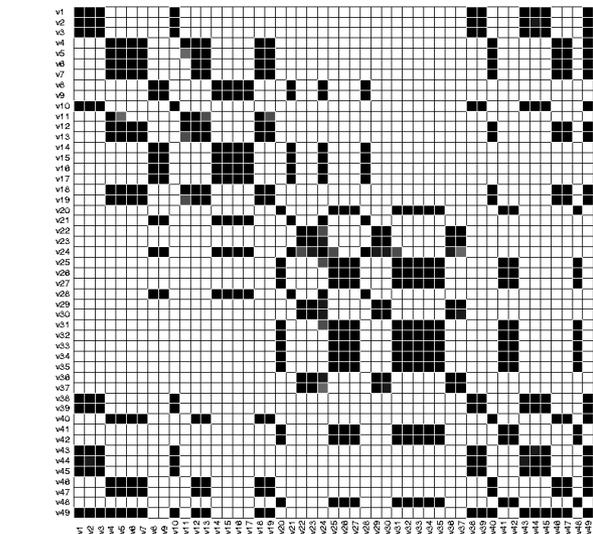
Función Aptitud.



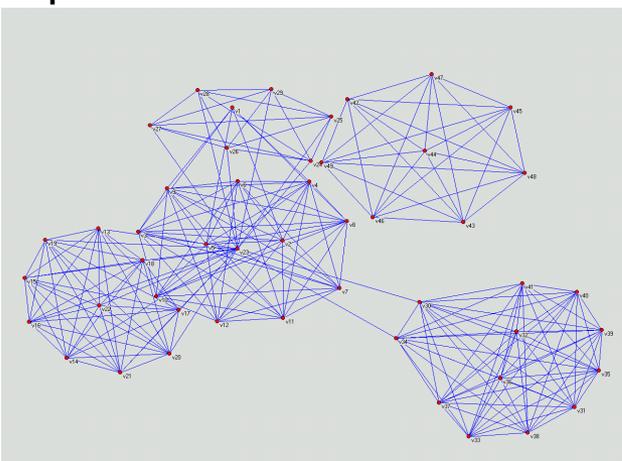
Gen1 = [v1]
Gen2 = [v2,v3]



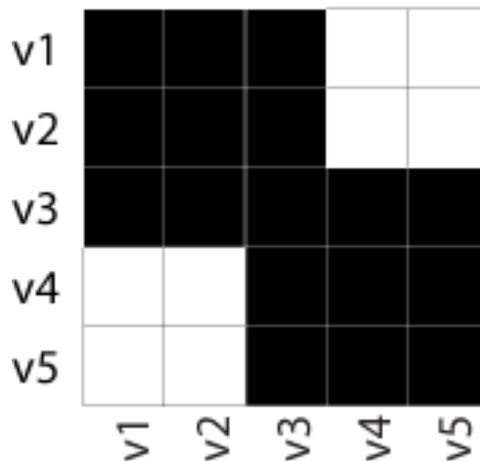
Gen1 = [v1,v2]
Gen2 = [v3,v4]



Matriz y red de compromisos para $t = 15000$. $N = 7 \times 7$.

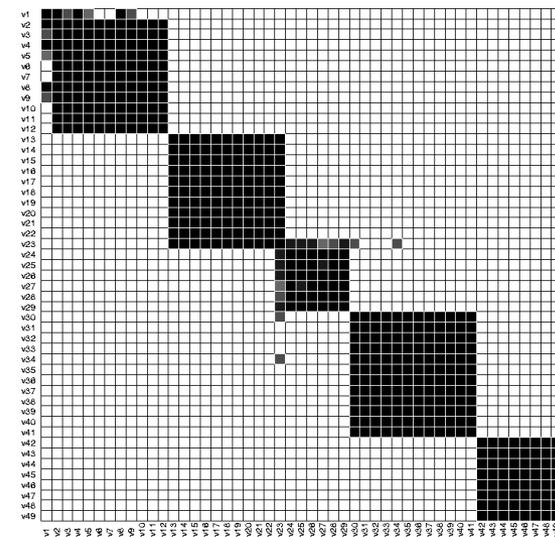


Criterio para selección de genes



Dos coaliciones con 1 elemento en común

Matriz Ordenada



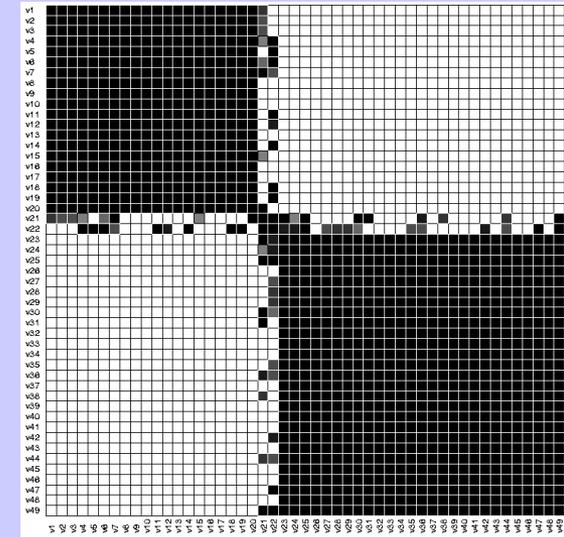
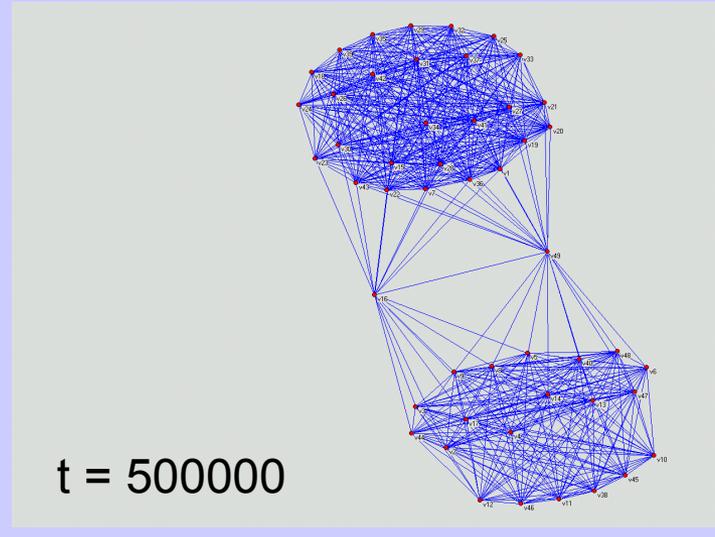
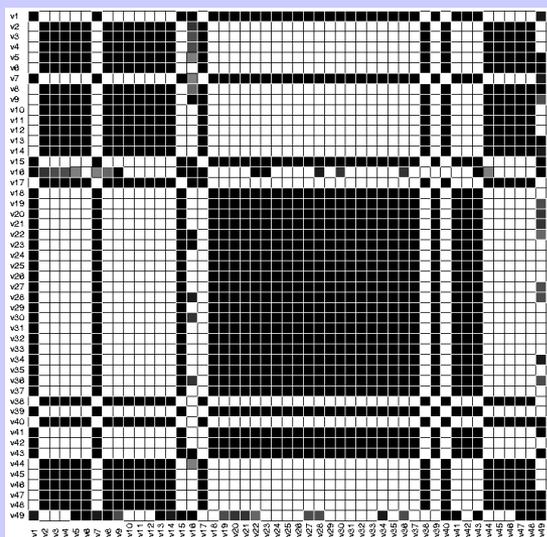
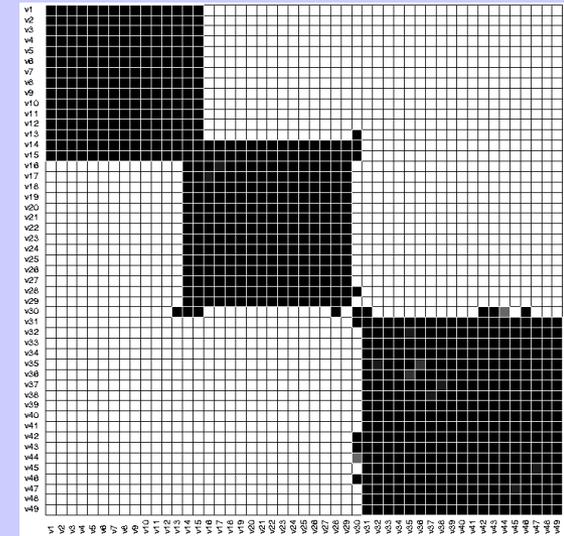
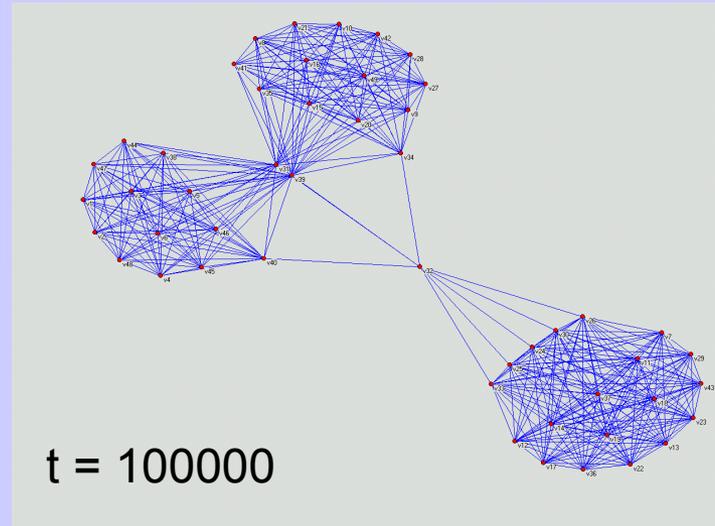
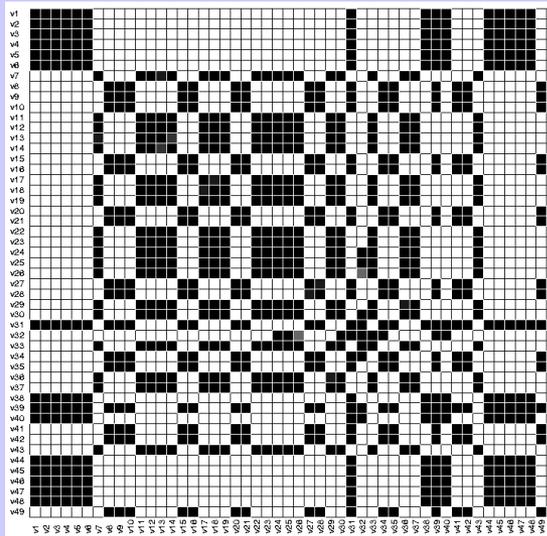
Visualización de estructuras.

Otros ejemplos

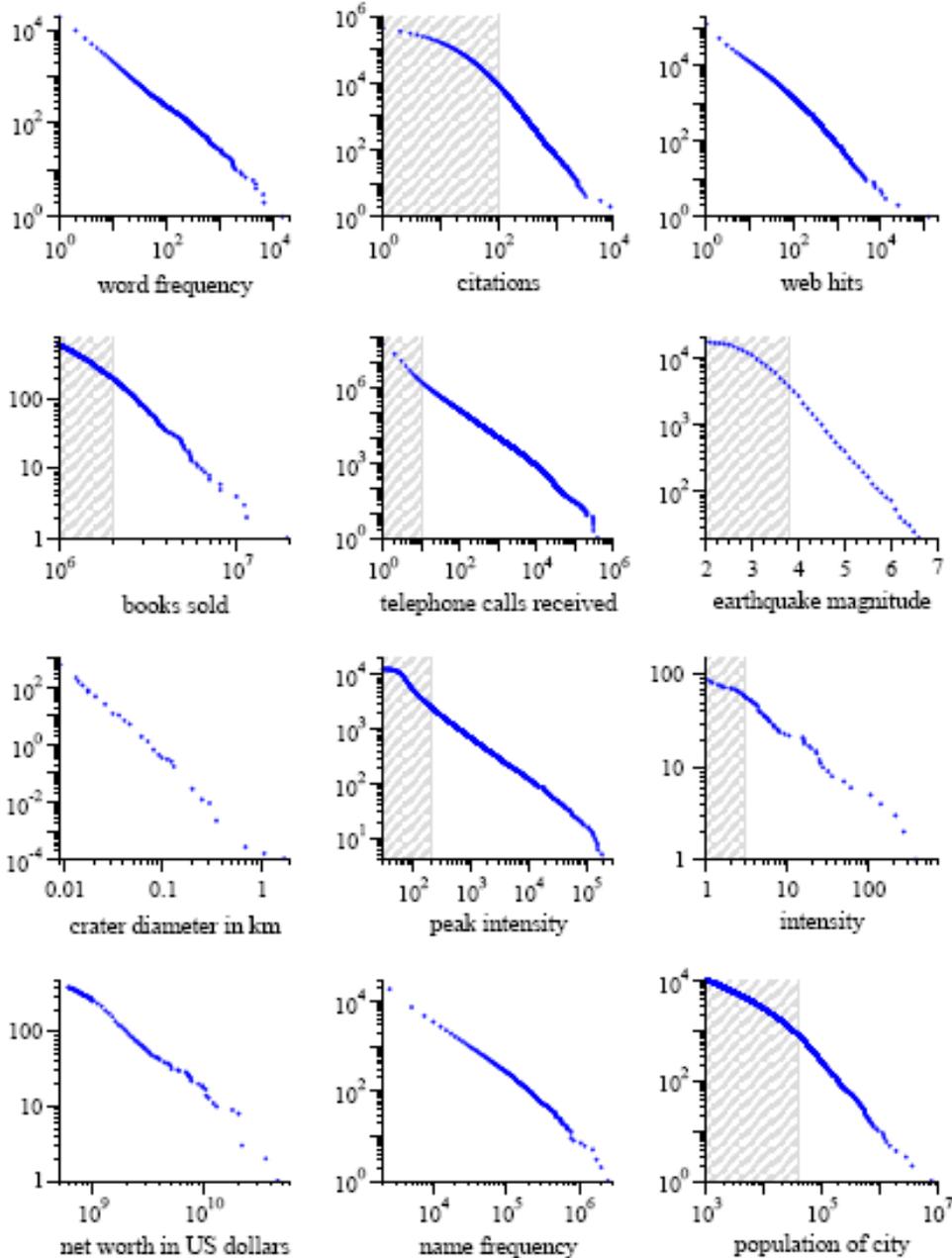
Matriz original

Red de compromisos

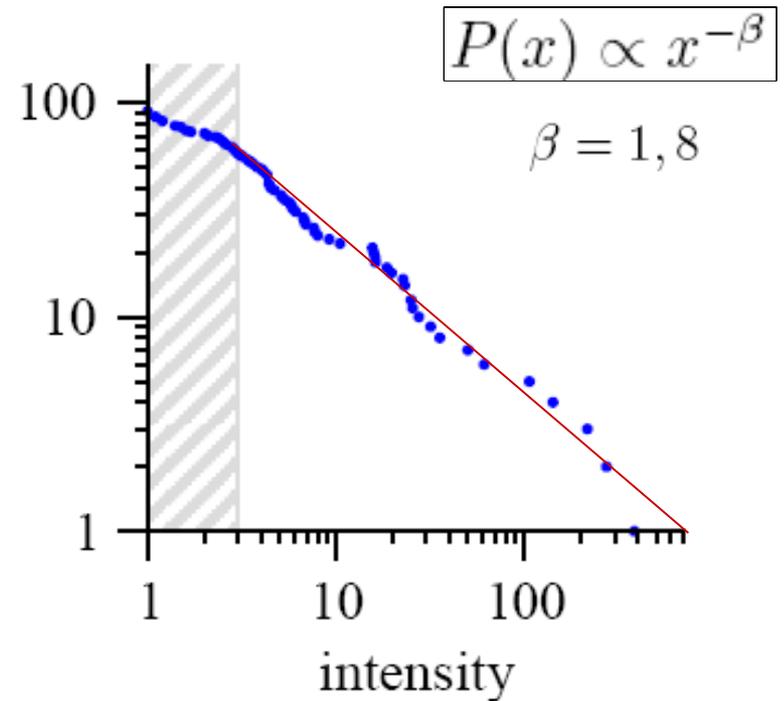
Matriz ordenada



Ubiquidad de leyes de potencia.



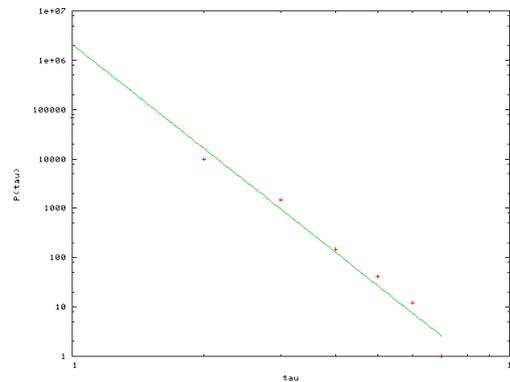
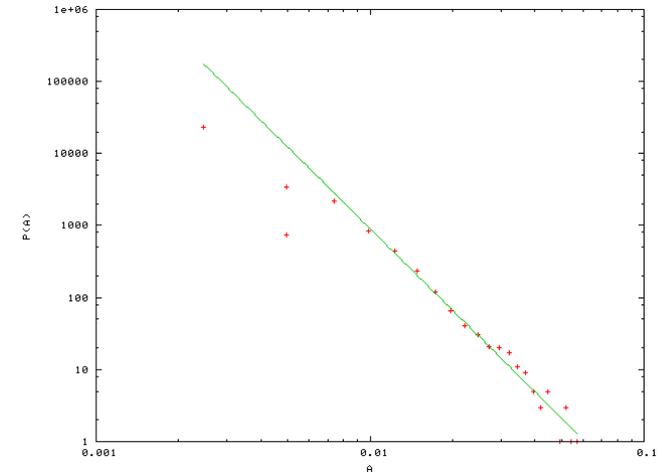
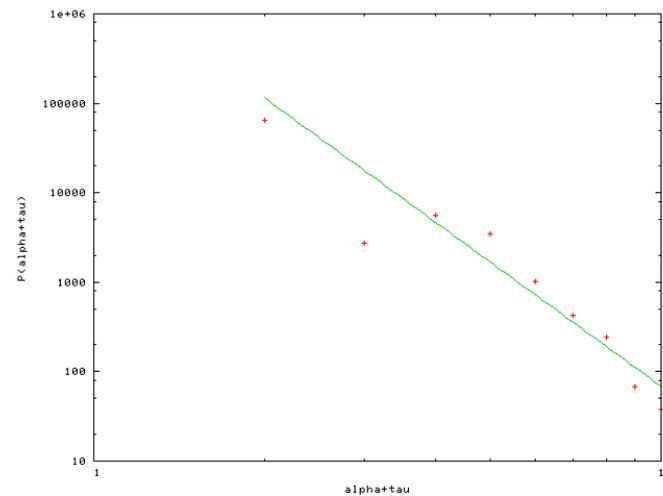
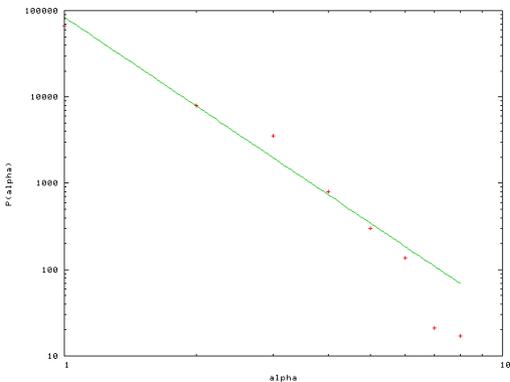
Distribución de intensidad de guerras



Distribución acumulada de la Intensidad en guerras entre los años 1816 - 1980, medida con el número de muertes entre los países participantes.

Leyes de Potencia en el modelo de Axelrod 1D

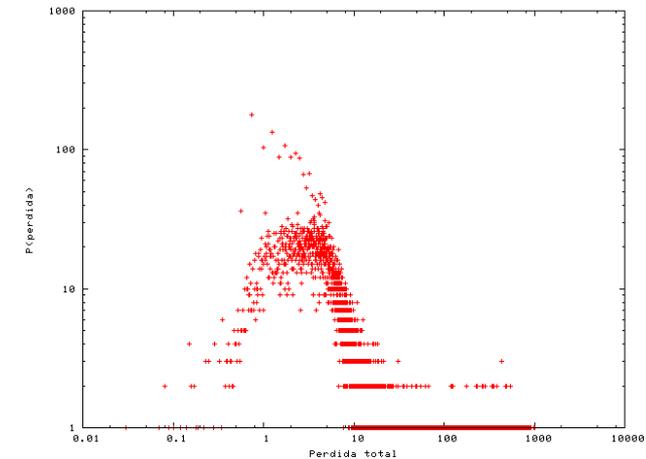
Distribuciones de Probabilidad 1D con $N = 10$, $\lambda = 3$.



Distribuciones de Probabilidad de tamaño de las coaliciones α , τ , $\alpha + \tau$.

$P(\alpha)$	$(\alpha)^{-3,4}$
$P(\tau)$	$(\tau)^{-6,9}$
$P(\alpha + \tau)$	$(\alpha + \tau)^{-4,6}$
$P(A)$	$(A)^{-3,7}$
$P(L_T)$	no ley de potencia

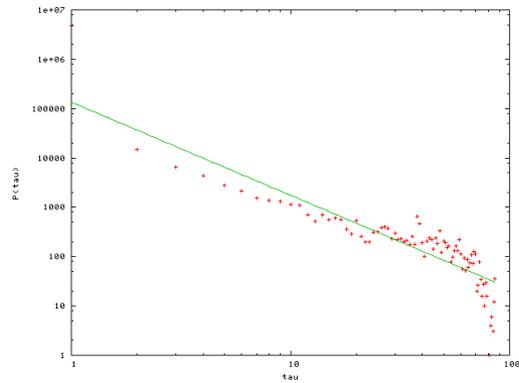
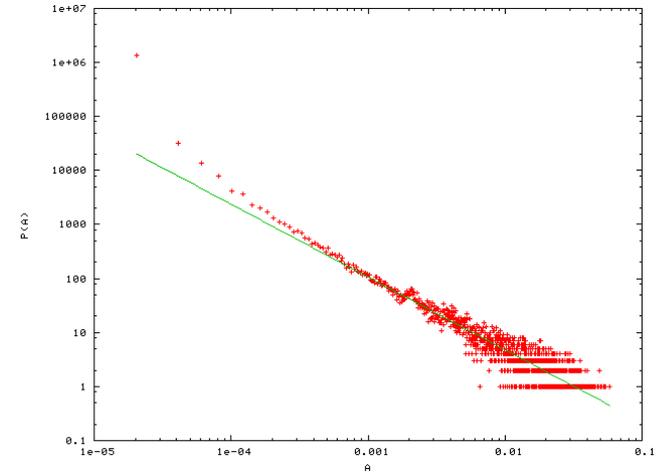
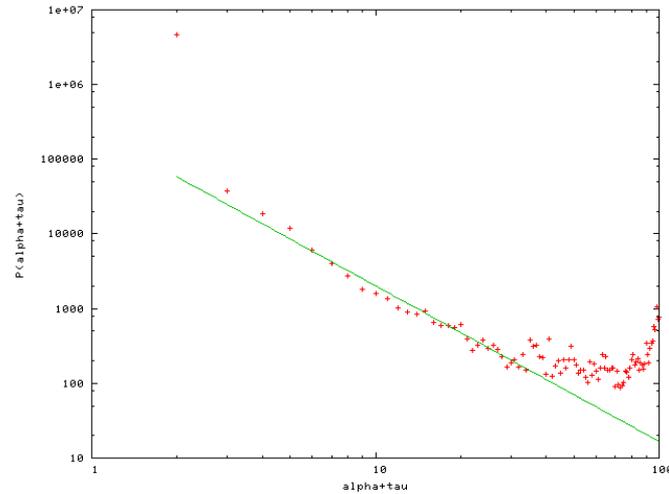
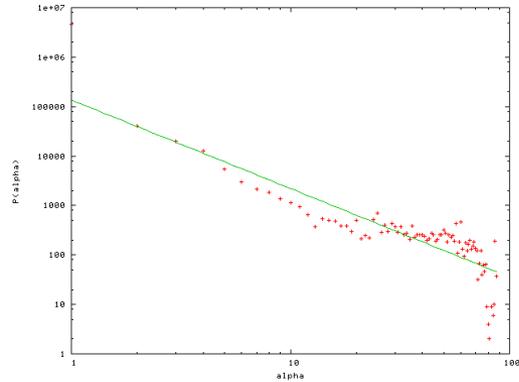
Cuadro con leyes de potencia para el caso 1D.



Distribuciones de Probabilidad de la Actividad y de la Perdida Total.

Leyes de Potencia en el modelo de Axelrod 2D

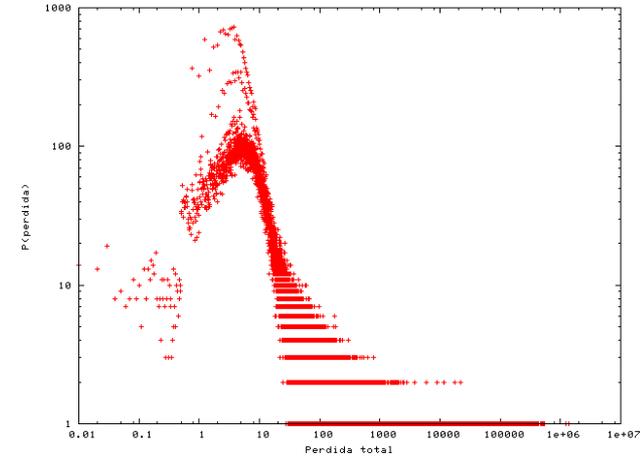
Distribuciones de Probabilidad 2D con $N = 10 \times 10$, $\lambda = 3$.



Distribuciones de Probabilidad de tamaño de las coaliciones α , τ , $\alpha + \tau$.

$P(\alpha)$	$(\alpha)^{-1,8}$
$P(\tau)$	$(\tau)^{-1,9}$
$P(\alpha + \tau)$	$(\alpha + \tau)^{-2,1}$
$P(A)$	$(A)^{-1,3}$
$P(L_T)$	no ley de potencia

Cuadro con leyes de potencia para el caso 2D.



Distribuciones de Probabilidad de la Actividad y de la Perdida Total.

Conclusiones

- Formulación matemática y computacional del modelo de conflicto de Axelrod.
- Desarrollo de algoritmo genético para ordenar las matrices de acoplamiento. General; útil en otros contextos.
- Identificación de estructuras o coaliciones.
- Caracterización de propiedades colectivas estadísticas y dinámicas:
 - Crecimiento de riqueza total e individual en el tiempo.
 - Leyes de potencia en distribución de intensidad de conflictos y en la actividad de la matriz de compromisos.
- Modelo de Axelrod reproduce fenomenología observada históricamente.
- Auto-organización a partir de interacciones simples entre elementos → Complejidad.
- Importancia de la interdisciplinariedad.

[1] K. Kaneko, Prog. Theor. Phys. 72, 480 (1984).

[2] I. Waller and R. Kapral, Phys. Rev. A 30, 2047 (1984).

[3] Holland J. H. Complex Adaptive Systems, 1992.

[4] Robert Axelrod, Building New Political Actors, Artificial Societies, 1995.

[5] Lanchester F.W., Mathematics in Warfare, Simond & Schuster, New York, 1956.