



Universidad de Los Andes
Facultad de Ciencias
Mérida - Venezuela

Departamento de Física
Area de Caos y Sistemas Complejos

**Efecto de la propaganda en un modelo
dinámico espaciotemporal de influencia cultural**

Trabajo de grado presentado ante la ilustre
Universidad de Los Andes
como requisito parcial para optar al Título de:
Licenciado en Física

Presentado por:
Br. Juan Carlos González Avella

Tutor: **Dr. Mario Cosenza**

Octubre 2003

Hemos hallado unas sorprendentes huellas de pisadas en las riberas de lo desconocido.

Hemos ensayado, una tras otras, profundas teorías para explicar el origen de esas huellas.

Finalmente hemos conseguido reconstruir el ser que las había producido, y resulta que las huellas eran nuestras.

Arthur Eddington.

Si hay algo que he aprendido, es que la piedad es más inteligente que el odio, que la misericordia es preferible aún a la justicia misma, que si uno va por el mundo con mirada amistosa, uno hace buenos amigos

Philip Gibbs

Agradecimientos

Quizás ésta sea la parte más difícil de escribir en este trabajo, pues cuán difícil es para mí tener en la mente y el corazón a todos aquellos que de un modo u otro me acompañaron a lo largo de este viaje; aquellos que me motivaron, me empujaron y me llevaron a alcanzar mi meta. Ahora que consigo tomar con mis manos uno de mis sueños más preciados y al hacerlo realidad, vuelvo mi mirada hacia atrás, y al observar el camino recorrido consigo ver tantos rostros queridos a quienes agradezco por haber estado allí conmigo en el momento en que los necesité; algunos con su paciencia, otros con su sabiduría y otros con su dedicación; todos me brindaron su amor. Gracias por acompañarme y permitirme ser su compañero de andar.

Quiero mencionar a todos esos seres que han marcado una profunda e imborrable huella en mi corazón; no sin antes disculparme de antemano por si dejo de nombrar a alguien; es que son tantos a quien agradecer este logro que espero que me sepan perdonar.

A Mario, quien no sólo ha sido un gran tutor, sino alguien que me dio la oportunidad y la confianza para desarrollar este trabajo, asumiendo ambos un gran reto

intelectual, compartiendo aciertos y desaciertos, brindándome su amistad y alta calidad humana. Gracias no sólo por ser mi tutor y amigo, sino por sus consejos y por haberme iniciado en este arduo pero fascinante mundo de la investigación.

A Antonio Parravano, Héctor Rago, y Victor García, por haber aceptado ser parte de esta experiencia intelectual novedosa para todos nosotros; por sus valiosos comentarios, preguntas y críticas durante la evolución del presente trabajo. Gracias a Antonio, por sus sugerencias, amistad, contagiosa y permanente alegría.

Al Profesor Kay Tucci, quien fue parte fundamental en el desarrollo de este trabajo por sus importantes sugerencias, por enseñarme habilidades computacionales y darme acceso a la herramienta **ISyS** (Inhomogeneous Systems Simulator) diseñada por él; y en particular por brindarme su amistad.

A la Profesora Bernarda Pinilla, por sus explicaciones sobre Sociología y guiarme en la bibliografía clásica de esta ciencia.

A mis amigos y profesores los Teóricos, quienes no sólo me enseñaron física y formalismos matemáticos; sino que también me enseñaron a ser buen crítico, y que los logros se alcanzan con trabajo y dedicación. Nelson Pantoja, de quien aprendí paciencia y orden; Alejandra Melfo, a quien considero mi madre académica, aprendí la constancia y sinceridad; Héctor Rago, de quien aprendí la alegría de hacer física y la pasión por el conocimiento. Gracias a todos y a cada uno de ustedes, a quienes respeto y admiro, por su confianza y dedicación.

Al Profesor Orlando Escalona, por su amistad y confianza durante mi formación.

Al Centro de Astrofísica Teórica (CAT), el cual considero como mi segundo hogar, por la gran receptividad, amistad, ayuda, colaboración e impulso académico que

han tenido todos sus integrantes para conmigo; en lo particular a César Mendoza y a Dalia Márquez por su silenciosa pero eficiente ayuda en todo.

Mamá, mujer hacedora de sueños. A tí agradezco que con tu dedicación, ternura, sacrificio y devoción, me has permitido que hoy se cumpla uno de mis sueños. A tí que guardaste tus ilusiones y sueños dentro de tu corazón, me regocijo en la alegría de llamarte madre y decirte que este triunfo es tan tuyo como mio, pues fuiste, eres y serás motivo de inspiración para ser mejor cada día y conquistar cada uno de mis sueños, pues veo en ti la fuerza de la entrega, la nostalgia de la experiencia y el don del sacrificio; gracias *Vieja*.

Nona (Mamá Rosa), de quién aprendí la constancia, de quién agradezco sus sabios consejos y la palabra de aliento que siempre me permiten caminar erguido y con la mirada en alto; quien con su propia vida me enseñó que los logros se consiguen con trabajo. Gracias por darme cuanto te fue posible cuando estabas aquí.

Papá, a tí quién siempre me guió y me enseñó ejemplos de trabajo y sacrificio, quién siempre ha estado cuando lo he necesitado. Gracias por tu confianza *papá*.

Nono, quien siempre me brindó apoyo, quien siempre confió en mí, quien siempre me escuchó y aconsejó.

Tía Ana, toda palabra, toda frase, queda corta para agradecer todo el amor y el calor de una segunda madre que me cobijó para hoy hacer realidad este triunfo. Gracias *Tía*.

Tío y Yari, quienes me han hecho sentir el calor de una familia que siempre me abre los brazos, por su apoyo y consejos, por sus palabras de aliento que han sido motivo para el logro de este sueño. *Gracias Tíos*.

A mis hermanos y primos, Nano, Luis, Diego, Victor, Yanuilly, Ronald y Beyli, Andrés y Paola, a quienes vi nacer, crecer, y han compartido conmigo mis inquietudes, logros, fracasos y esperanzas, siempre dándome ánimo en todo proyecto. A ellos bendigo por estar siempre presentes a pesar de toda tempestad.

A Mercedes, por ser fuente de inspiración y compañera a lo largo de mi camino, quién ha sido esa estrella que me guía; de quién aprendí la superación y me ha enseñado que una derrota se puede cambiar por una ilusión, que con sus palabras dibujó en mi alma la sonrisa de la esperanza, y que hoy se vuelve realidad. Gracias por ser mi compañera de andar.

Jesús Armando, compañero de mil batallas, de triunfos y derrotas, quién ha sido un amigo fiel presente en todo momento.

A Jorge “El Sócrates de la Ranger Rover”, que me diste el calor de un hermano; tú que me enseñaste el amor a aprender; quién me enseñó a confiar en lo que hago, quién siempre tuvo la palabra precisa para guiarme y de quién aprendí que la mejor forma de aprender es enseñando. Gracias por cruzarte en mi camino.

*Ivonne, aunque apareciste al final de mi caminar en la conquista de mi sueño, sentí tu apoyo como si lo hicieras desde el principio. *Gracias negrita.**

A mis compañeros de estudios y andanzas, los panas Alberto, Mercedes, Carlitos, Carlos Alberto, Laura, Aureliano, Alejandra, Alejandrita, Hender, Oscar, Fabiola, Omar, José Luis, Freddy, Marisef, Sheila, Maira, Luis Alfonso, Yimhie y Gio.

Rafael Toloza, mi tío político que siempre fué alegría y apoyo en todos mis proyectos.

Soco, por su cariño incondicional brindado y por su generoso apoyo y afecto ofrecidos en las buenas y sobretodo en las malas. *Gracias por tu presencia.*

Sra. Juana (Juani), quién me brindó cariño desinteresado y consejos que me ayudaron a ser cada día mejor. *Gracias y que Dios te bendiga.*

Por último, pero muy especialmente, mis complejos y caóticos colegas y amigos: Javier González, Orlando Alvarez, Gilberto Paredes, Miguel Pineda, Gustavo Ponce, Hender Rivera, Carlos Jaimes, Sandra Sequeira, Alicia Serfaty, Kay Tucci y Antonio Parravano.

Índice general

Introducción	1
1. Del Caos a los Sistemas Complejos	7
1.1. Caos y no linealidad	7
1.2. Sistemas complejos	14
1.3. Modelos de Sistemas Dinámicos Espacialmente Distribuidos	17
1.4. Modelado y Simulación.	20
2. Modelo de Convergencia Cultural de Axelrod	23
2.1. Preliminares	23
2.2. El Modelo de Axelrod.	27
2.3. Comportamientos Emergentes	29
2.3.1. Emergencia de Regiones Culturales	29
2.3.2. Número de Regiones Estables	32
2.4. Zonas Culturales	35
3. Transición de fase en el modelo de Axelrod.	38
3.1. Formulación matemática	38
3.2. Reglas dinámicas de interacción	40
3.3. Evolución y visualización de la dinámica de Axelrod	42
3.4. Transición de fase en el modelo de Axelrod.	43

4. Modelo de convergencia cultural con influencia de propaganda.	47
4.1. Descripción del modelo de Axelrod con influencia de propaganda. . .	48
4.2. Dinámica de interacción con la propaganda.	50
4.3. Resultados del modelo de Axelrod con influencia de propaganda . . .	54
4.3.1. Influencia de la propaganda en el modelo de Axelrod unidi- mensional	66
4.4. Influencia de la topología de conectividad en el modelo de Axelrod con propaganda	69
4.4.1. Acoplamiento global	70
4.4.2. Redes de pequeños mundos	72
Conclusiones	77
Bibliografía	81

*I call emergence 'God's Principle', in contrast to
the phrase 'God's particle' used by particle physicists.*

Philip Anderson, Premio Nobel de Física 1977.

Introducción

Al observar nuestro entorno, encontramos una gran variedad de sistemas que dan lugar a la aparición de estructuras, formas y patrones, que muchas veces nos maravillan por su gracia, simetría y funcionalidad dentro de sus aparentes irregularidades, como por ejemplo galaxias espirales, sistemas planetarios, constelaciones, costas, cambios atmosféricos, dunas en los desiertos, flujos turbulentos, seres vivientes, el cerebro humano, los grupos sociales...

En muchos casos, la estructura de los seres vivientes, nos parece sumamente funcional, en otros juguetona y caprichosa; pensemos por ejemplo en la belleza y colorido de las flores. Pero no sólo las estructuras inmóviles despiertan nuestra sorprendente admiración; también nos complacen los movimientos ordenados, como por ejemplo el nado coordinado de un banco de peces agujas en el mar, la laboriosa actividad de un hormigero, las migraciones y el vuelo de una bandada de aves, el encendido sincronizado de las luciérnagas de Malasia.

En la experiencia humana hallamos también estructuras, quizás a un nivel superior. Las sociedades se ordenan conforme a determinados sistemas políticos que pueden ser de naturaleza totalmente diferentes, pero sin embargo presentan comportamientos estructurados y organizados.

Entre los aspectos más fundamentales de todos estos sistemas, encontramos que

están constituidos por muchos componentes que interactúan entre sí y con su entorno, produciendo una serie de comportamientos globales. Esta manera de ver muchos sistemas en la naturaleza, como conjuntos de elementos interactivos caracterizados por la emergencia de estructuras en algún nivel, se enmarca dentro del concepto de lo que se ha llamado recientemente sistemas complejos. Por lo general, la evolución temporal de estos sistemas no es lineal (los efectos no son proporcionales a las causas) y con frecuencia los detalles específicos de los componentes son irrelevantes para la caracterización de las llamadas propiedades emergentes. En otras palabras, una clase amplia de situaciones diversas al nivel de los componentes originan el mismo comportamiento colectivo. Surgen entonces jerarquizaciones relacionadas con la variedad de niveles de descripción. Nuestro contacto con los sistemas complejos es cotidiano, pues conforman nuestro entorno y a nosotros mismos. La riqueza de la temática que se cobija bajo el estudio de los sistemas complejos se define en una lista por demás extensa (física no lineal, termodinámica fuera del equilibrio, ecología, evolución, fisiología, morfogénesis, lingüística, sociología, antropología cultural, inteligencia artificial).

Actualmente, el estudio de los sistemas complejos es un problema de frontera, que atrae a un gran número de investigadores provenientes de múltiples disciplinas, estableciendo así un nuevo enfoque en la búsqueda de conceptos para la descripción del proceder de la naturaleza, y abriendo nuevas áreas de conocimiento, cómo por ejemplo, la Sociofísica y la Econofísica, entre otras.

Quizás la tradición intelectual unificadora que ha caracterizado a la Física en la búsqueda de principios y propiedades universales para la explicación de los fenómenos naturales, haya permitido que esta ciencia actualmente aborde problemas considerados tradicionalmente de otras áreas. De este manera, se han podido establecer insospechadas relaciones entre problemas aparentemente inconexos, expandiendo el ámbito de estudio de lo que llamamos Física.

El presente trabajo se enmarca dentro de esta nueva concepción interdisciplinaria de hacer ciencia. En concreto, nuestra investigación consiste en el estudio de la

formación de estructuras en un modelo de dinámica cultural en sistemas sociales, dentro del contexto que algunos expertos llaman Sociofísica.

La idea de estudiar fenómenos sociales dentro de un marco teórico cuantificable no es nueva; de hecho Augusto Comte, considerado el padre de la Sociología, identificó los fenómenos sociales dentro del campo de estudio que él denominó física social [1]. Una de las preocupaciones de Comte era que, frente a una Física Orgánica y a una Física Inorgánica, hacía falta una Física Social, es decir; un estudio positivo de los fenómenos sociales. Comte enfatiza la necesidad de elaborar un sistema de ideas y leyes generales que prevalezcan aún dentro de la experiencia humana; en este sentido considera que es indispensable señalar el fin y orden de cada ciencia¹. Comte, en éste intento presenta su clasificación de las ciencias [1], que se resume en el diagrama de la Figura 1.

Después de Comte, varios sociólogos y otros científicos, movidos por una interpretación mecanicista y positivista del mundo natural, han intentado la formulación de teorías sociales inspirados en algunas ideas de la Física.

Más recientemente, el advenimiento y la accesibilidad de las computadoras han permitido a los investigadores de las ciencias humanas el desarrollo y simulación de modelos dinámicos computacionales de sistemas sociales, basados en redes de agentes interactivos. De este modo, es hoy en día común encontrar en prestigiosas revistas especializadas en estudios sociales, políticos y económicos, trabajos que consisten en la elaboración de modelos teóricos o computacionales sobre diversos aspectos de problemas en esas disciplinas. En este contexto, cabe destacar el trabajo del sociólogo y politólogo Robert Axelrod, quien ha sido uno de los pioneros en el empleo de modelos sociales matemáticos y computacionales, y en cuyo modelo de

¹Comte fundamenta del siguiente modo la introducción del nombre *Sociología* para la nueva ciencia que estudiaría los fenómenos sociales: “Creo poder atreverme a este nuevo nombre, que es totalmente equivalente al término que he utilizado hasta ahora, Física Social, para poder denominar con un sólo término a la parte complementaria de la filosofía natural que se refiere al estudio positivo de las leyes en que se basan los fenómenos sociales [1].

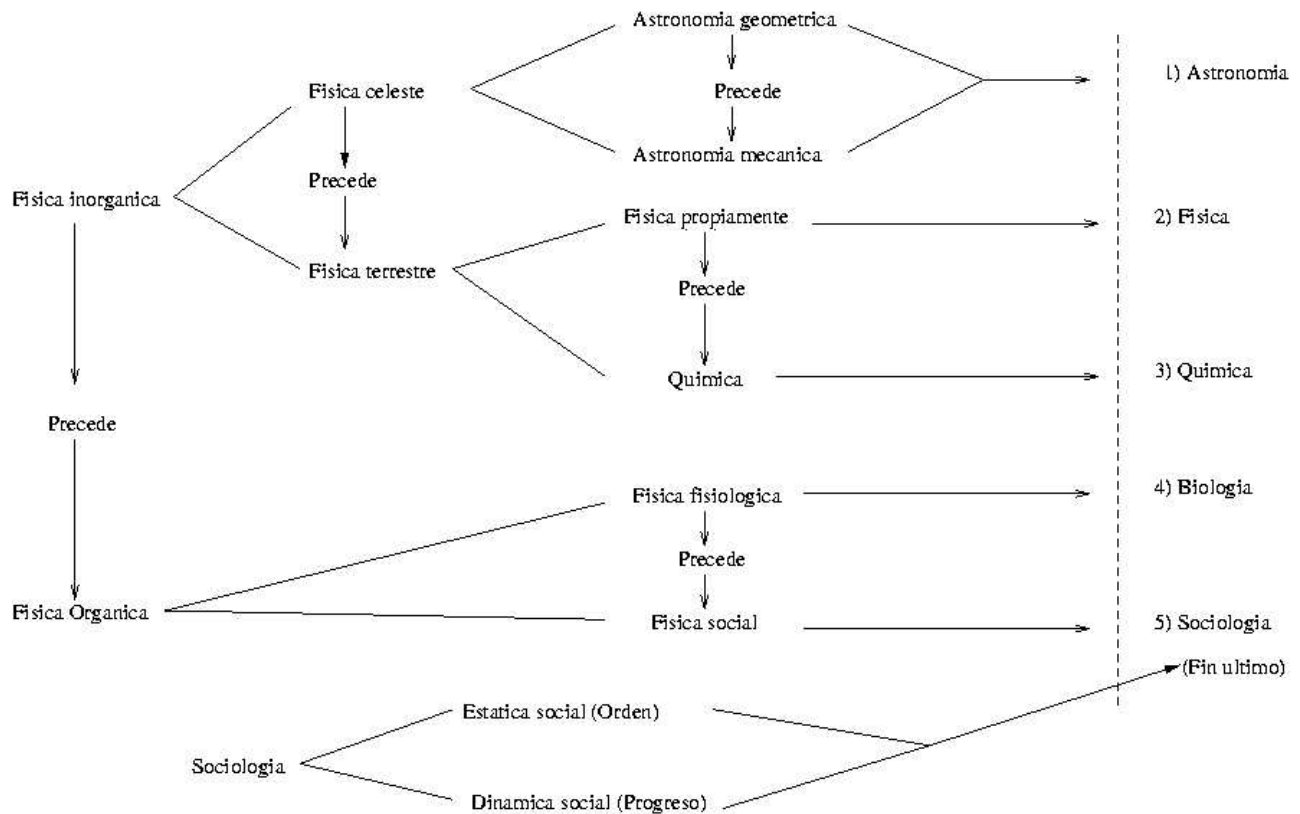


Figura 1: Clasificación de la ciencia según Comte

diseminación cultural se basa la presente tesis.

Por otro lado, las más prestigiosas revistas internacionales de Física contienen actualmente cantidad de artículos de físicos y de colaboraciones interdisciplinarias sobre temas económicos y sociales, lo que ha dado lugar a las nuevas áreas de investigación llamadas Econofísica y Sociofísica. En particular, la Sociofísica, que consiste en el estudio de la dinámica y de las propiedades de sistemas sociales como sistemas complejos, se ha convertido recientemente en un atractivo campo de investigación, a pesar de algunas controversias acerca de su potencial utilidad práctica para el entendimiento de los fenómenos sociales². Numerosos centros y grupos de investigación

²La primera conferencia internacional oficial sobre Sociofísica fue organizada por el Centro de Investigaciones Interdisciplinarias de la Universidad de Bielefeld, Alemania, en junio de 2002.

sobre sistemas complejos alrededor del mundo abordan el estudio de estos temas.

El objetivo central de éste tesis es estudiar el efecto de una influencia externa, considerada como propaganda, en un modelo de dinámica espaciotemporal de convergencia cultural. Nuestro trabajo es una extensión del modelo de diseminación cultural de Axelrod [16]. Para ello, hemos introducido nuevos conceptos matemáticos y hemos desarrollado algoritmos computacionales y de simulación. Los resultados permiten establecer ciertas analogías entre nuestro modelo de dinámica social y sistemas termodinámicos, resaltando el hecho de que ambos exhiben un comportamiento de cambio de fase de un estado ordenado hacia un estado desordenado, caracterizado por valores de parámetros y exponentes críticos.

Esta tesis se ha organizado de la siguiente manera:

En el Capítulo 1 se establece el área de la Física dentro de la cual se ubica el presente trabajo. Se hace una breve revisión del concepto de caos y de su relevancia para el estudio de las propiedades generales de sistemas complejos.

En el Capítulo 2 se describe el modelo de convergencia cultural propuesto por R. Axelrod, y se analizan en detalle la dinámica y los resultados de este modelo, destacando las simplicidad conceptual del mismo. Uno de los mayores esfuerzos intelectuales en el desarrollo de esta tesis ha sido tratar de entender las ideas y el lenguaje usados por los investigadores sociales, tales como Axelrod, e intentar transmitirlos de una manera que resulte familiar para los físicos.

El Capítulo 3 presenta una revisión del modelo de convergencia cultural de Axelrod, pero desde el punto de vista de la Física. Se establece una formulación matemática apropiada y se verifica la ocurrencia de una transición de fase en un parámetro de orden colectivo, de un estado ordenado del sistema a un estado desordenado. Se introducen algunas técnicas de física estadística para obtener valores críticos del parámetro de control para el cual ocurre la transición.

Nuestro trabajo original se concentra en el Capítulo 4. Allí se propone un nuevo modelo de convergencia cultural bajo una influencia externa, la cual puede identificarse como propaganda. Se estudia el efecto de esta influencia cultural externa

como mecanismo de control del sistema, y se encuentran relaciones funcionales entre cantidades relevantes que permiten predecir valores críticos y caracterizar el espacio de fase del sistema. Exploramos también el rol de la topología de conectividad entre los elementos en el modelo de Axelrod. Específicamente, investigamos la influencia de propaganda en dos topologías de redes con particular relevancia para sistemas sociales: acoplamiento global y redes de pequeños mundos. Se encuentran novedosas propiedades inducidas por la propaganda en dichas topologías.

Finalmente, en las Conclusiones, se discute el significado y relevancia de los resultados obtenidos en esta tesis.

Even if there is apparently no science of complexity, there is much science to be learned from studying complex systems. Finally, we have learned that no theory of everything can include every interesting thing.

Leo Kadanoff, Physics Today, agosto 2001.

Capítulo 1

Del Caos a los Sistemas Complejos

1.1. Caos y no linealidad

Si observamos con cuidado nuestro entorno, podemos notar que casi todos los fenómenos que ocurren en la naturaleza presentan comportamientos no lineales. La suma de las causas no es generalmente igual a la suma de los efectos, y pequeños cambios en los parámetros o en las condiciones iniciales de la mayoría de los sistemas con frecuencia no conllevan a pequeños cambios en los resultados. Fue James C. Maxwell, en el siglo XIX, uno de los primeros en percibir que sistemas físicos no lineales podían ser sensitivos a los datos iniciales [2]. Sin embargo, estudios sistemáticos sobre sistemas no lineales fueron inexistentes hasta los trabajos de Henri Poincaré a finales del siglo XIX y principios del XX, a raíz de su participación en un concurso propuesto por el Rey Oscar II de Suecia [2]. Se trataba de una pregunta fundamental: ¿es estable el sistema solar?. Poincaré no resolvió el problema

completamente, pero en su esfuerzo inventó una nueva rama de la Matemática: la Topología, y de paso descubrió el fenómeno de caos en sistemas dinámicos no lineales¹. Poincaré introdujo métodos geométricos muy poderosos para el análisis cualitativo de sistemas dinámicos no lineales que han marcado este campo de investigación desde entonces. En su libro *Science et Méthode*, Poincaré deja claro que "en un sistema dinámico una pequeña causa, fuera de nuestro control, determina un efecto que no podemos ignorar, por lo que decimos que ese efecto es resultado del azar". Tenemos entonces un sistema dinámico completamente determinista, el cual adquiere un comportamiento irregular debido a una sensibilidad extrema a sus condiciones iniciales. En otras palabras, tenemos la semilla de lo que actualmente se identifica en la literatura científica como caos determinista.

Sin embargo, ha sido tan sólo hasta los últimos 25 años que el estudio de los sistemas no lineales y del fenómeno del caos se ha vuelto predominante². En parte se puede señalar que el espectacular avance reciente en el estudio de los sistemas no lineales, y sus extensiones en sistemas complejos, se debe al progreso y accesibilidad alcanzados por las computadoras. Pero ha sido fundamentalmente el descubrimiento de *propiedades universales* en el fenómeno del caos en múltiples sistemas lo que ha impulsado estos esfuerzos hacia la comprensión de los procesos no lineales en una variedad de contextos, estableciendo así una nueva búsqueda de unificación conceptual del comportamiento de sistemas complejos.

De hecho, quizás la mayor lección del Caos ha sido la demostración de que sistemas simples pueden exhibir comportamientos complicados. Lo esencial para la ocurrencia de irregularidad en un sistema es la no linealidad, no la existencia de muchas variables ni la aleatoriedad interna o externa.

Uno de los ejemplos más simples y que ilustra este paradigma del caos, es el mapa logístico. Feigenbaum (1978) [4] demostró que se puede obtener un comportamiento

¹Poincaré ganó el premio de todos modos [2]

²Una interesante discusión sobre las posibles razones y prejuicios para este tardío desarrollo del caos y de la no linealidad se presenta en la referencia [3].

extremadamente complejo, siendo ésta una ecuación de evolución muy simple. El mapa logístico fue propuesto por Robert May [5] en 1976 para el estudio de la dinámica de poblaciones marinas. Su forma explícita es

$$x_{t+1} = f(x_t) = rx_t(1 - x_t), \quad (1.1)$$

donde x_t indica la densidad de población de una especie en el tiempo t , el cual toma valores discretos $t = 0, 1, 2, \dots$, y r es un parámetro asociado con la tasa de crecimiento de la población. La no linealidad está presente con el cuadrado del término x_t , que aparece en forma de retroalimentación y representa una restricción ecológica donde poblaciones muy grandes reducen la posibilidad de crecimiento.

Como ilustración, analicemos el comportamiento de esta ecuación. Para esto, fijamos un valor del parámetro r y damos un valor inicial x_0 , a partir del cual se genera una secuencia de puntos u órbita $\{x_0, x_1, x_2, \dots\}$ mediante repetidas iteraciones (serie de tiempo). Por ejemplo, para $r = 4$, en la figura 1.1 (a) generamos una serie de tiempo con condición inicial $x_0 = 0,1$. En la figura 1.1 (b), se tomó como condición inicial $x'_0 = x_0 - 1 \times 10^{-6}$.

Se puede notar claramente que la evolución temporal es irregular en ambos casos (ver figuras 1.1 (a) y 1.1 (b)). Sin embargo, la evolución del sistema cambia drásticamente cuando se varía un poco la condición inicial, ilustrando así la sensibilidad que este sistema no lineal ofrece ante tales cambios. Vemos que al principio ambas trayectorias son similares, pero conforme aumenta el número de iteraciones se observa que las trayectorias se separan, como lo muestra la figura (1.1 c) en donde se reporta la evolución de la diferencia de ambas series de tiempo; es más, el comportamiento de la diferencia de las trayectorias es igualmente irregular; en algunos instantes de tiempo la diferencia entre las trayectorias es mínima, pero en otros instantes es máxima.

Es fácil verificar que la solución analítica de la ecuación (1.1) para $r = 4$ es

$$x_t = \sin^2[2^{n-1} \cos^{-1}(1 - 2x_0)]. \quad (1.2)$$

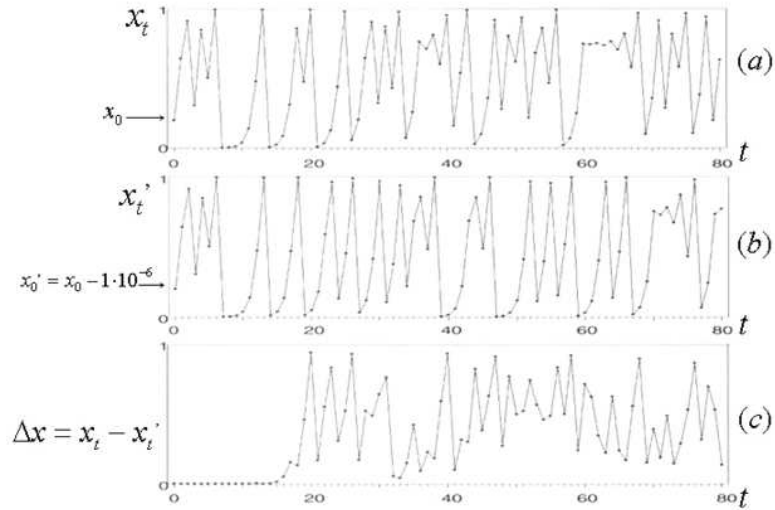


Figura 1.1: *Serie de tiempos para distintas condiciones iniciales. En (a) $x_0 = 0,1$, en (b) $x'_0 = x_0 - 10^{-6}$, en (c) $\Delta x_t = x_t - x'_t$*

Esta solución igualmente presenta sensibilidad a pequeños cambios en la condición inicial x_0 ; lo cual demuestra que el caos no es un fenómeno numérico ni debido a la falta de precisión de las computadoras.

Podemos revisar el comportamiento de este sistema para otros valores del parámetro r (ver figura 1.2). El comportamiento del sistema para esos valores del parámetro es regular y periódico, revelando que la no linealidad no es condición suficiente para que el sistema exhiba caos; el término cuadrático persiste, pero la variación del parámetro local puede llevar al caos o no, lo que sugiere que ahora este sistema se pueden estudiar en función del parámetro r .

Para estudiar el sistema en términos del parámetro r se contruye un diagrama de bifurcación [4]. La construcción consiste en iterar la ecuación a partir de un valor inicial x_0 arbitrario y se escoge un rango en la región de parámetro $r \in [r_{min}, r_{max}]$. Se procede con un lazo o loop de N_0 iteraciones, con un paso de barrido h sobre el

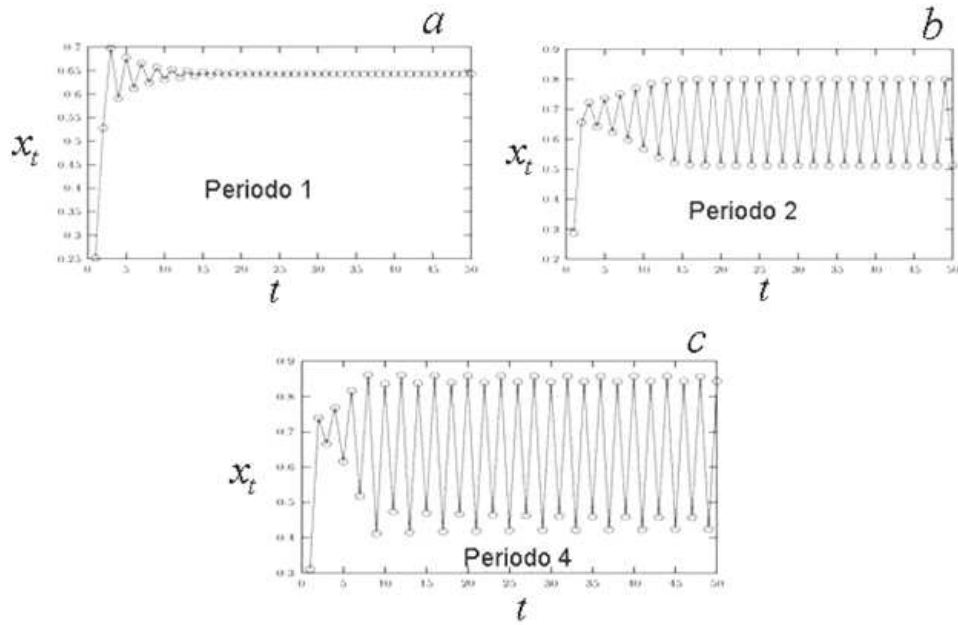


Figura 1.2: *Evolución temporal de la ecuación logística para distintos valores del parámetro r . En (a) $r = 2,8$ el sistema en su estado asintótico tiene órbita de período 1, en (b) $r = 3,2$ el sistema en su estado asintótico tiene órbita de período 2 y en (c) $r = 3,45$ el sistema en su estado asintótico tiene órbita de período 4*

rango de parámetro escogido: $r = r_{min} + (r_{max} \times h \times i)$; donde i es el número de iteraciones (desde $i = 1$ hasta $i = N_0$.)

Para cada valor de r en el barrido, se realizan N_0 iteraciones, de las cuales se descartan N_t iteraciones, considerándose éstas como transientes o transitorios. Las $(N_0 - N_t)$ iteraciones restantes se clasifican como valores asintóticos, debido a que el sistema ya ha realizado un número suficientemente grande de iteraciones que garanticen su comportamiento asintótico o estado de equilibrio. Con este resultado se dibuja el gráfico asintótico de x_t vs r , obteniéndose así el diagrama de bifurcación del sistema dinámico (vease figura 1.3).

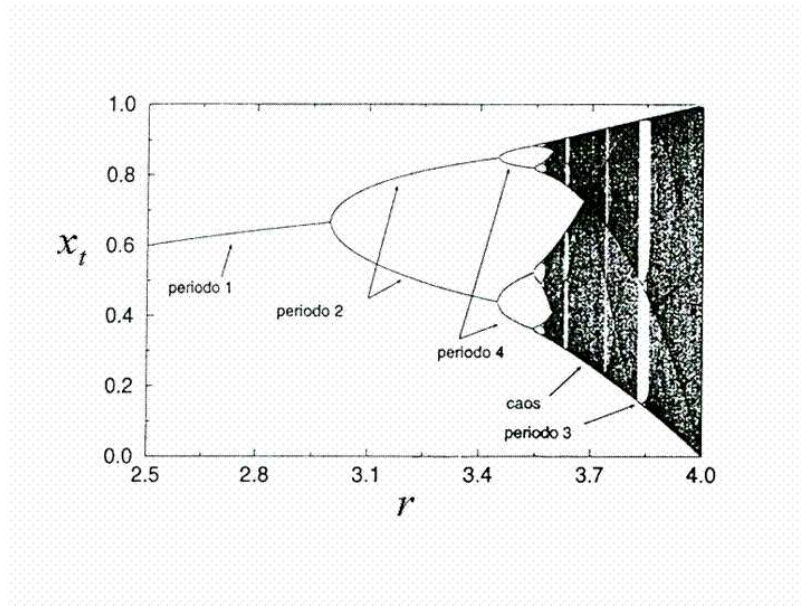


Figura 1.3: *Diagrama de bifurcación de la ecuación logística para valores asintóticos de los iterados x_t como función del parámetro local r*

Nótese que con este diagrama se pueden obtener los valores de r para el cual el sistema presenta comportamiento regular o periódico, o por el contrario exhibe caos; por ejemplo para el rango de r entre 2.5 y 3.0, el comportamiento es periódico (período 1), como se ve en la figura 1.2 (a) en donde para el valor de $r = 2,8$ (dentro del rango de período 1), el sistema en su estado asintótico tiene una órbita única y estable. Luego, a medida que aumenta r , el sistema presenta comportamientos de período 2, 4 y así sucesivamente (vease figura 1.2 (b) y 1.2 (c)) hasta completar la cascada de bifurcación de período doble o secuencia de Feigenbaum [4] para $r = 3,569945\dots$, donde aparece el comportamiento caótico.

El mapa logístico está caracterizado por dos constantes universales de escala, δ y α . La constante δ se define como el límite del cociente de longitud en la región de parámetro r , de bifurcaciones sucesivas r_n (ver figura 1.4).

$$\delta = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r_n - r_{n-1}}{r_{n+1} - r_n} = 4,6692016091029\dots, \quad (1.3)$$

encontrada por Feigenbaum [4] en 1978.

La constante α está definida por la amplitud de la bifurcación entre la intersección del punto crítico del mapa ($x = 1/2$ para el cual $f(x)$ es máximo) y su iterado más cercano para el mismo parámetro r . En el mapa logístico, se tiene:

$$\alpha = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{d_n}{d_{n+1}} = 2,502907875\dots, \quad (1.4)$$

donde d_n está definida por:

$$d_n = f^{2n-1}(1/2) - \frac{1}{2}, \quad (1.5)$$

siendo $f^{2n-1}(1/2)$ el iterado más cercano al punto crítico en el diagrama de bifurcación. (ver figura 1.4).

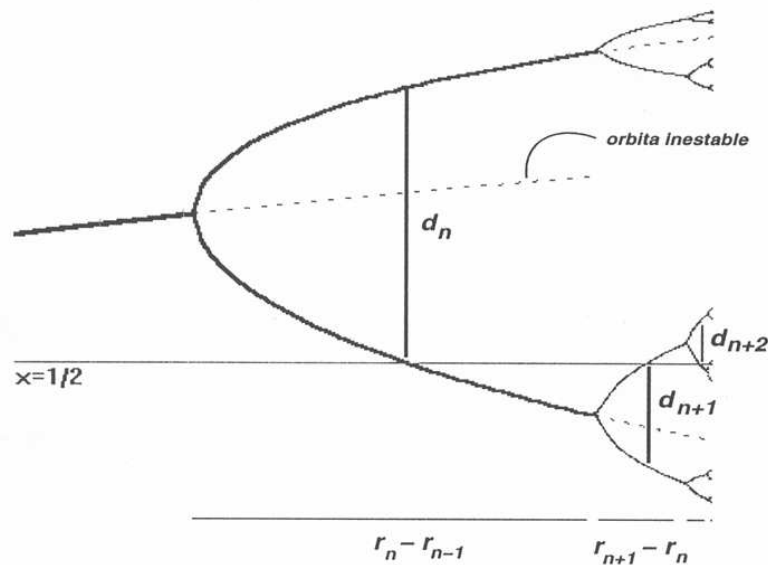


Figura 1.4: Factores de reescalamiento para el mapa logístico. El punto crítico está en $x = 1/2$ (contiene el máximo de la función).

Estas constantes se verifican para todo mapa unimodal (que posea un punto máximo o un mínimo) con no linealidad de orden cuadrático; de ahí la universalidad de δ y α . Estas constantes se han medido experimentalmente en una variedad de sistemas provenientes de diversos contextos [6].

Igualmente existen otros escenarios para transiciones periodicidad-caos en sistemas dinámicos no lineales, las cuales están caracterizadas por constantes universales y propiedades de escala análogas a las transiciones de fase termodinámicas.

1.2. Sistemas complejos

El descubrimiento de propiedades universales en sistemas caóticos, independientemente de los detalles o de la procedencia de las ecuaciones dinámicas, ha motivado la búsqueda de propiedades generales también en sistemas extendidos constituidos por muchos elementos no lineales acoplados y en sistemas complejos.

Sistemas complejos son sistemas con muchos componentes y que interactúan entre sí, dando lugar a la aparición de una variedad de comportamientos globales, como autorganización, estructuras, patrones, funcionalidad. Ejemplos de estos fenómenos abundan en nuestro entorno, los cambios atmosféricos, la bolsa de valores, la memoria, un flujo turbulento, fenómenos sociales, económicos, entre otros. La presencia de términos no lineales, ya sea en la dinámica de los propios elementos o en las interacciones, es esencial para el surgimiento de estructuras. En general los sistemas complejos se encuentran fuera del equilibrio, intercambiando información con su entorno.

No podemos dejar de señalar que sistemas que presentan estas características ya habían sido considerados por el Premio Nobel Ilya Prigogine [7] en el estudio de las llamadas estructuras disipativas, que son estructuras autorganizadas formadas muy lejos del equilibrio termodinámico. Independientemente, Herman Haken [8] introdujo el concepto de sinérgica, para tratar de entender cómo la acción de muchos subsistemas da lugar a la formación de estructuras y funcionalidades macroscópicas.

Existen varios puntos de vista y varias definiciones propuestas sobre el significado de la complejidad en un sistema. La mayoría de las definiciones establecen alguna relación funcional entre complejidad, entropía e información requerida para describir un sistema. Por ejemplo, L. Cisneros et al. [9] recientemente demostraron una intere-

sante relación entre el surgimiento comportamiento colectivo no trivial y el flujo de información en sistemas extendidos de elementos caóticos. Las llamadas propiedades emergentes asociadas con la complejidad de un sistema ocurren generalmente en un estado intermedio entre lo ordenado (un cristal por ejemplo) y lo desordenado (un gas). La complejidad puede aparecer en el comportamiento espaciotemporal o en el espacio de fase en un sistema. En la figura 1.5 se muestran tres ejemplos de sistemas en diferentes grados de complejidad. En la izquierda tenemos, una estructura ordenada, fácilmente predecible; basta con observar una pequeña parte para hacerse una idea del comportamiento del todo. En la derecha, ocurre lo mismo, aunque ahora se trate de un sistema totalmente desordenado. En el centro podemos ver un ejemplo de una estructura *compleja*. Existen elementos de desorden que hacen difícil predecir la estructura global a partir de fragmentos de la misma. Sin embargo está claro que existe un orden subyacente dentro de esta estructura (de hecho es un atractor extraño). Hay regularidades que podemos observar y cuantificar aunque no sea de una manera única. El gran reto intelectual de los investigadores de la complejidad consiste en demostrar la equivalencia de los distintos puntos de vista y expresarlos en una teoría unificada.



Figura 1.5: *Izquierda: sistema ordenado. Centro: sistema complejo. Derecha: sistema desordenado o aleatorio.*

La figura 1.5 ilustra la relación entre entropía y complejidad. La entropía aumenta de izquierda a derecha en la figura, pero la complejidad es máxima en el centro. Esta relación entre la complejidad y la entropía aparece en diversas medidas

propuestas para la complejidad. La figura 1.6 muestra esquemáticamente la relación funcional entre entropía y complejidad [10]. Note que la complejidad es máxima para valores intermedios de entropía y alcanza valores pequeños cuando la entropía es muy pequeña o muy grande.

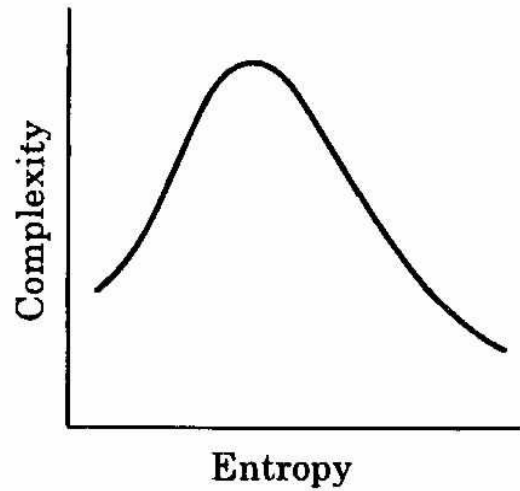


Figura 1.6: *Relación funcional esquemática entre complejidad y entropía. Tomado de [10]*

El propósito del estudio de sistemas complejos es averiguar si, pese a la pléthora y diversidad de estructuras que encontramos en la naturaleza, es posible hallar principios fundamentales y universales que permitan explicar su formación y su comportamiento, independientemente de su contexto. La observación teórica y experimental de fenómenos colectivos emergentes comunes en muchos sistemas apunta hacia la construcción de una posible teoría para la descripción unificada de estos comportamientos. Esta es la expectativa generada actualmente por el estudio de los sistemas complejos.

1.3. Modelos de Sistemas Dinámicos Espacialmente Distribuidos

Como se señaló en la sección anterior, el estudio de sistemas dinámicos espacialmente distribuidos constituye uno de los métodos más adecuados para modelar sistemas complejos. Las propiedades matemáticas de los distintos tipos de sistemas dinámicos extendidos difieren básicamente por el tratamiento continuo o discreto que se le da a las variables del tiempo, espacio y de los estados de las variables del sistema. El cuadro (1.1) muestra una clasificación general de los diferentes sistemas dinámicos espaciotemporales.

Modelo	Tiempo	Espacio	Estado
Autómatas celulares	D	D	D
Redes de mapas acoplados	D	D	C
Mapas acoplados en un continuo	D	C	C
Ecuaciones diferenciales ordinarias acopladas	C	D	C
Ecuaciones diferenciales parciales	C	C	C

Cuadro 1.1: *Diferentes tipos de sistemas dinámicos espaciotemporales. La letra D denota un tratamiento discreto de la variable, mientras que la letra C denota un tratamiento continuo*

La figura. (1.7) muestra una representación gráfica de las diferentes clasificaciones mostradas en el cuadro (1.1).

En los sistemas espaciotemporales definidos en espacio discretos, tales como autómatas celulares y redes de mapas acoplados, la topología de la conectividad o de la red de interacciones entre los elementos que conforman el sistema juega un papel fundamental en las características de los comportamientos colectivos de estos sistemas. La figura (1.8) muestra distintas estructuras de redes de interacción entre elementos en sistemas espacialmente distribuidos, las cuales se observan con frecuencia en sistemas naturales y artificiales. En la actualidad el estudio de las propiedades

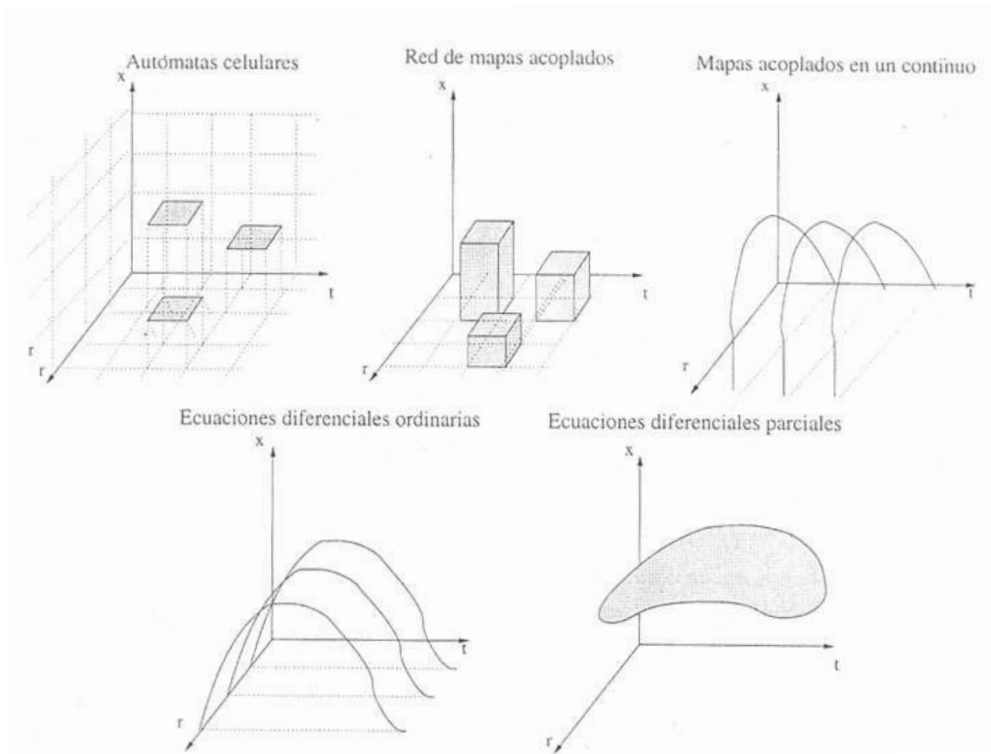


Figura 1.7: *Representación esquemática de los diferentes tipos de sistemas dinámicos, r , representa al espacio; t al tiempo; x la variable estado*

topológicas y estadísticas de redes (networks) es objeto de intensa actividad [11].

El modelo que vamos a considerar en nuestro trabajo corresponde a la clase de autómatas celulares.

Formalmente consideraremos a los autómatas celulares como sistemas dinámicos compuestos por un conjunto de elementos que pueden asumir estados discretos y que están acoplados según alguna red de conectividad, capaces de encontrarse en un instante en cierto estado y alterarlo en un instante siguiente, asumiendo que el tiempo transcurre de forma discreta.

Generalmente las reglas que gobiernan la transición de estados en los elementos, de un tiempo t a un tiempo $t + 1$, se pueden descomponer en una parte local, la cual describe la dinámica propia de cada elemento, y otra parte de acoplamiento

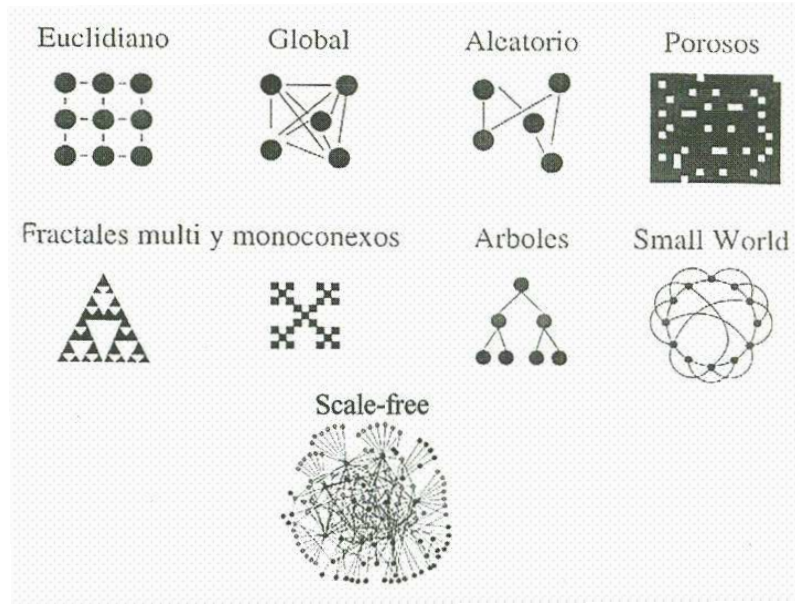


Figura 1.8: *Algunas topologías de interacción de sistemas dinámicos*

que describe como el elemento es afectado por su entorno,

$$x_{t+1}^i = f_i(x_t^i) + R_{j \in \mathcal{N}_i}(x_t^j) + B_{ext}^i, \quad (1.6)$$

donde x_t^i es el estado del elemento i , ($i = 1, 2, \dots, N$) en el tiempo discreto t ; f_i es una función que expresa la dinámica local; R representa la interacción o la influencia de los elementos j pertenecientes al entorno de acoplamiento del elemento i , y la influencia externa B_{ext}^i define algún tipo de influencia externa sobre el elemento i . Tanto la regla local f_i como la regla de interacción R o B_{ext} pueden ser deterministas o probabilísticas, de acuerdo al problema que se quiera modelar.

Para definir un autómata celular se requiere:

1) *Conjunto de elementos*: Se necesita saber cuántos y cuáles elementos van a formar la población del sistema.

2) *Vecindades*: Para cada elemento del sistema es necesario establecer un entorno de

interacción; esto es, definir aquellos elementos que serán considerados como acoplados con cada elemento particular. Estos vienen dado por la topología de conectividad seleccionada.

3) *Conjunto de estados*: En cada instante, cada elemento deberá encontrarse en cierto estado. El caso más sencillo corresponde a los elementos biestables, los cuales se pueden encontrar en sólo uno de dos estados posibles, 0 ó 1 por ejemplo. Pero también el estado puede estar representado por un vector de componentes enteras o reales.

4) *Regla de transición*: La regla de transición define la dinámica del sistema. Dado un elemento y un instante determinado, la regla devuelve el siguiente estado del elemento; para ello se requiere como argumento a los estados actuales, tanto del elemento considerado como aquellos que conforman su vecindad. Las reglas de transición pueden ser deterministas, probabilísticas o aleatorias; además no todos los elementos necesariamente obedecen a las mismas reglas.

1.4. Modelado y Simulación.

Por último, es importante indicar que la computación ha sido una herramienta indispensable en el estudio de sistemas complejos [12]. Las técnicas usadas para el estudio de estos sistemas, han sido básicamente el modelado y la simulación. Según este criterio, el proceso de replicar la realidad se inicia observando y extrayendo de ella los componentes y las relaciones que se consideren necesarias o indispensables para construir el modelo; a esto es lo que se conoce como proceso de modelado. Luego se pasa a la etapa de simulación, lo cual consiste en ejecutar el modelo en un computador para así, luego del tratamiento estadístico de los datos generados en la simulación, obtener resultados. Este proceso se puede ver de forma esquemática en la figura (1.9).

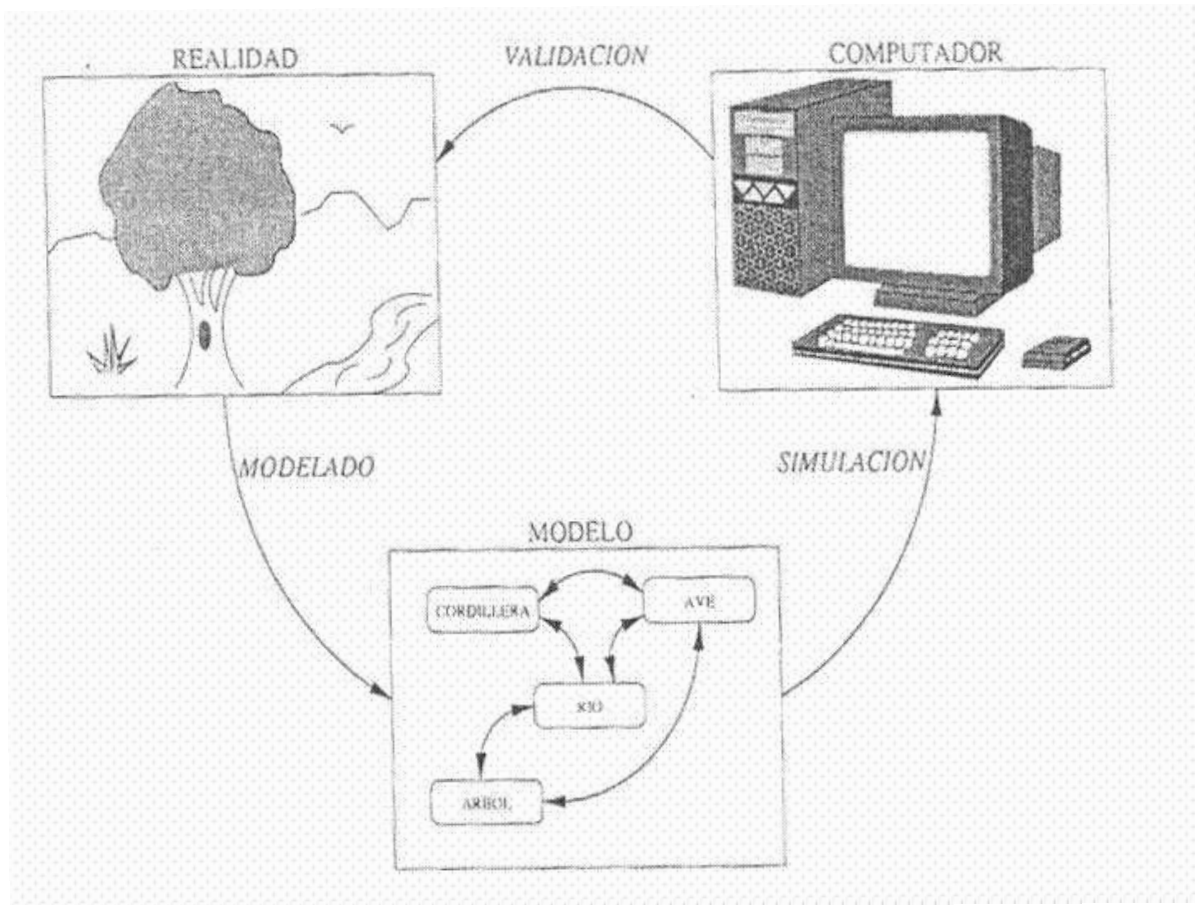


Figura 1.9: *Proceso de modelado*

La ventaja de trabajar con modelos es que es más económico, eficiente y simple que hacerlo con sistemas reales y en algunos casos es la única herramienta que tenemos para investigar debido a las complicaciones técnicas, o porque no es posible experimentar directamente con el sistema real. Este tipo de modelado se utiliza generalmente con sistemas que tienen cierta aleatoriedad o con sistemas dinámicos complejos en los cuales, para obtener soluciones analíticas se tengan que realizar muchas simplificaciones, invalidando el modelo teórico.

En síntesis, se puede definir al modelado como una representación válida de un sistema real que utiliza un conjunto de instrucciones, reglas, ecuaciones y restricciones válidas para generar el comportamiento entrada/salida del sistema [13]. Como

la simplificación en el proceso de modelado siempre implica pérdida de información, hay que validar el modelo para determinar que tanto afecta las simplificaciones al comportamiento de éste en la simulación. Existen tres niveles de validación.

1. *Validez Replicativa*: Reproduce resultados del sistema real.
2. *Validez Predictiva*: Predice comportamientos.
3. *Validez Estructural*: Preserva la estructura del sistema real.

Esta última es la más fuerte y pretende imitar paso a paso, y componente a componente, la manera en que el sistema real realiza sus transiciones de estado.

Como veremos en el Capítulo 4, nuestro modelo propuesto para describir un sistema con interacciones culturales sujeto a la influencia de propaganda presenta características de validación en los tres niveles mencionados.

*en algunos casos
la suma de armonias
puede ser casi empalagosa
en otros
el conjunto
de desarmonias
produce algo mejor
que la belleza.*

Mario Benedetti.

Capítulo 2

Modelo de Convergencia Cultural de Axelrod

2.1. Preliminares

En los últimos años, modelos de autómatas celulares y redes han sido introducidos en muchos campos con el fin de investigar la emergencia de comportamientos colectivos no triviales a partir de interacciones microscópicas simples entre una gran cantidad de objetos elementales. En el contexto de fenómenos sociales, han surgido varios modelos basados en la idea de sistemas dinámicos y en autómatas celulares,

los cuales han sido instrumentales para el estudio de los mecanismos que conducen de la acción individual a la formación de estructuras sociales globales [14]. En muchos sistemas sociales, los efectos colectivos resultan dominantes, de tal modo que un punto de vista reduccionista, en términos de la psicología individual, podría no ser apropiado o suficiente, pues muchas características individuales detalladas pueden resultar irrelevantes para el comportamiento macroscópico del sistema.

Uno de los problemas paradigmáticos de las Ciencias Sociales contemporáneas, es el estudio de la emergencia de un estado de consenso social o de uniformidad, versus la emergencia de un estado multipolar con la coexistencia de diferentes opciones [15]. Este tema guarda analogía con el estudio de fenómenos cooperativos en sistemas físicos y, como veremos, conceptos y herramientas desarrollados en el marco de los sistemas dinámicos no lineales y de la Física Estadística pueden ser útiles para identificar procesos generales subyacentes en los comportamientos macroscópicos de la dinámica social.

En este Capítulo, haremos una revisión del modelo propuesto por Robert Axelrod para abordar el problema de la interacción cultural [16]. Axelrod comienza su artículo con esta pregunta:

”If people tend to become more alike in their beliefs, attitudes, and behavior when they interact, why do not all the differences eventually disappear?”.

El modelo presentado por este sociólogo no sólo intenta explicar por qué los individuos tienden a parecerse mediante la interacción cultural, sino también proporciona una explicación de por qué esta convergencia hacia la uniformidad se puede detener. Antes de entrar en los detalles del modelo, debemos tomar en cuenta que no existe un término exacto para describir el rango de cosas en las cuales unos individuos pueden influir sobre otros. Aunque ciertamente las creencias, actitudes, y comportamientos cubren un amplio rango, aún hay más aspectos sobre los que se extiende la influencia interpersonal, tales como lenguaje, arte, estándares tecnológi-

cos y normas sociales. Sin embargo, cabe destacar que muchos científicos sociales comparten la idea que el término o parámetro más genérico en donde se manifiesta esta influencia entre individuos o grupos sociales es la cultura. Axelrod formula una definición operativa de cultura como *un conjunto de atributos individuales que están sujetos a influencia social*. En este modelo no hay connotaciones ni juicios de valor específicos sobre el significado de los atributos de una cultura. En este sentido, todas las culturas son equivalentes. El objetivo de Axelrod consiste en investigar cómo los individuos son capaces de influenciarse entre sí en un conjunto dado de atributos, y por qué esta influencia no siempre conduce a la homogeneidad.

Entender cómo una cultura puede establecerse, cómo puede extenderse y cómo puede sostenerse tiene mucha importancia en el mundo de hoy; nos preguntamos por ejemplo si el inglés se volverá un idioma universal; si las nuevas tecnologías pueden imponerse; si alguna canción o vestido se pondrán de moda; o si grupos minoritarios puedan sobrevivir.

Aunque se han propuesto cientos de definiciones de *cultura*, todos los sociólogos y antropólogos coinciden en que la cultura es algo que los individuos aprenden unos de otros. Es importante señalar que los antropólogos han tomado dos aproximaciones distintos al estudio del cambio cultural. Los difusionistas tratan una cultura dada como un conjunto de rasgos distintos, que podrían pasarse (o difundirse) a otra cultura (Voget 1975) [18]. Más recientemente, la mayoría de los antropólogos han hecho énfasis en las interconexiones entre los rasgos que constituyen una cultura, considerando cultura como un sistema de símbolos por medio de los cuales los individuos confieren significación a su propia experiencia [19]. También los sociobiólogos han planteado modelos con contribución conjunta de la genética y del aprendizaje en la influencia social [20, 21].

Axelrod nos indica que un hecho llamativo de esos modelos previos, es que tratan cada rasgo de una cultura independientemente de otros rasgos. El modelo de influencia cultural propuesto por Axelrod, después de un exhaustivo análisis de los modelos propuestos por otros investigadores, sintetiza las características fundamentales de la

mayoría de ellos, mediante dos premisas:

Primero: Individuos tienden a interactuar con mayor probabilidad con aquellos con quienes comparten un mayor número de atributos culturales.

Segundo: Las interacciones entre dos individuos tiende a incrementar el número de atributos que comparten.

Por ejemplo, una persona es más propensa a conversar con alguien que hable su mismo lenguaje que con alguien que hable un idioma diferente, y el acto mismo de la comunicación tiende a hacer sus patrones de conversación aún más similares. La similitud lleva a la interacción, y la interacción lleva todavía a más similitud; ésta es la idea básica aquí propuesta y plausible de ser explotada. El aspecto más interesante del modelo es la manera cómo se pueden generar uno o muchos dominios culturales distintos (estructuras o auto-organización), que depende de la diversidad de posibilidades culturales, del rango de las interacciones, y del tamaño del territorio geográfico, lo cual nos ofrece una nueva manera de mirar el proceso de la dinámica de influencia cultural.

El modelo no está diseñado para predecir ningún evento histórico particular; más bien el modelo intenta mostrar las consecuencias lógicas de unas pocas suposiciones simples sobre cómo individuos o grupos son influenciados por sus vecinos.

La metodología seguida por Axelrod se basa en tres principios:

1) *Modelo de autómatas celulares* : Se especifican mecanismos de cambio para los elementos, y se estudian las propiedades emergentes del sistema cuando muchos elementos interactúan.

2) *Ninguna autoridad central*: El modelo basado en autómatas celulares, no incorpora ningún agente de coordinación central; no hay líderes ni influencia externa. El modelo persigue tan sólo entender cuánto de las estructuras culturales y de su estabilidad puede ser explicada por interacciones locales.

3) *Agentes adaptativos en vez de agentes racionales*: Se asume que los individuos siguen reglas simples sobre dar y recibir influencia. Estas reglas necesariamente no son derivables de cualquier principio de cálculo racional basado en los costos

y beneficios, o en el análisis estratégico típico de las teorías de juego. No existe intencionalidad ni objetivos específicos en los elementos. En cambio, los agentes simplemente se adaptan a su entorno.

2.2. El Modelo de Axelrod.

Se describe una cultura como una lista de atributos (features) o dimensiones culturales. Para cada atributo (feature) hay un conjunto de etiquetas posibles o rasgos (traits), los cuales representan valores alternativos que el atributo (feature) puede tomar. Por ejemplo, un atributo de una cultura podría ser el color de un cinturón que se lleva y los rasgos serían los diversos colores que podrían usarse en una sociedad. Para puntualizar, supongamos que hay cinco atributos y que cada uno de ellos puede asumir cualquier rasgo de diez posibles en el conjunto $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$. Una cultura, según Axelrod, puede describirse como una lista de cinco dígitos, tales como $[8, 7, 2, 5, 4]$. En este caso, el primer atributo cultural tiene el octavo de sus valores posibles. Esta formulación abstracta significa que dos individuos tienen la misma cultura si ambos poseen los mismos valores de rasgos para cada atributo. Esto permite definir el grado de similitud cultural entre dos individuos como la fracción de sus atributos con rasgos idénticos.

Los elementos están distribuidos geográficamente. Un ejemplo simple sería una red euclidiana de 10×10 individuos. Los elementos permanecen fijos en la red. Cada elemento sólo puede interactuar con sus vecinos inmediatos. En este arreglo un elemento interior tiene cuatro vecinos (norte, sur, este y oeste). Los elementos en el borde del arreglo tienen sólo tres vecinos, y los vecinos en las esquinas tienen sólo dos.

El cuadro (2.1) muestra una condición inicial típica de éste arreglo 10×10 con culturas asignadas aleatoriamente, caracterizados por 5 atributos y a 10 rasgos por atributos.

Cómo se esperaría, la mayoría de los elementos no comparten muchos atributos

74741	87254	<u>82330</u>	17993	22978	82762	87476	26757	99313	32009
01948	09234	67730	89130	34210	85403	69411	81677	06789	24042
49447	46012	42628	86636	27405	39747	97450	71833	07192	87426
22781	85541	51585	84468	18122	60094	71819	51912	32095	11318
09581	89800	72031	19856	08071	97744	42533	33723	24659	03874
56352	34490	48416	55455	88600	78295	69896	96775	86714	02932
46238	38032	34235	45602	39891	84866	38456	78008	27136	50153
88136	21593	77404	17043	39238	81454	29464	74576	41924	43987
35682	19232	80173	81447	22884	58260	53436	13623	05729	43378
57816	55285	66329	30462	36729	13341	43986	45578	64585	47330

Cuadro 2.1: *Una configuración inicial al azar en un arreglo de 10×10 elementos. El elemento subrayado y el elemento del sur comparten 2 de sus 5 atributos, representando una similitud cultural de 40 %. Tomado de [16].*

con cualquiera de sus vecinos. El elemento subrayado comparte dos atributos (el cuarto y el quinto) con su vecino del sur. Estos dos elementos comparten dos de los cinco atributos; en consecuencia la similitud cultural entre ellos es de $2/5 = 40\%$. El proceso de influencia cultural (interacción entre dos individuos) en el modelo puede ser descrito como una serie de eventos, definiendo un evento como *la activación de un elemento para interactuar con uno de sus vecinos seleccionado*.

La dinámica del modelo consiste en las siguientes reglas de interacción:

1. Distribución inicial aleatoria de elementos (individuos) en una red bidimensional.
2. Se escoge un elemento en la red al azar y luego uno de sus cuatro vecinos más cercanos de forma aleatoria.
3. Con probabilidad igual a su similitud cultural, el elemento escogido (activo) interactúa con el vecino seleccionado.
4. La interacción consiste en tomar al azar uno de los atributos en los que el elemento activo y su vecino difieren, y el elemento activo adquiere el rasgo que el vecino tiene para ese atributo.

En el paso 2, supongamos que el elemento subrayado es escogido o activado, junto con su vecino al sur. Según el paso 3, el elemento activo y este vecino tienen 40% de oportunidad de interactuar, puesto que ellos comparten dos rasgos de sus cinco atributos. Si la interacción se da, como lo indica el paso 4, entonces la cultura del elemento subrayado puede tomar un rasgo de alguno de los tres atributos que son diferentes en la cultura de su vecino al sur. Por ejemplo, si el primer atributo del elemento subrayado es el que cambia, entonces el valor 6 del primer atributo del vecino es asumido como nuevo valor, cambiando su cultura de [82330] a [62330]. Este cambio aumenta la similitud cultural de estos dos elementos de 40% a 60%, haciendo aún más fácil la convergencia de estos elementos en el futuro. Note que el elemento activado es el que asume el cambio. Eventualmente el vecino del sur puede ser el elemento activado, y el elemento subrayado podría ser su vecino seleccionado.

2.3. Comportamientos Emergentes

2.3.1. Emergencia de Regiones Culturales

Según Axelrod, la atención debe centrarse en las similitudes culturales entre los elementos adyacentes; estas similitudes pueden ser representadas en la red como se ve en la figura 2.1 (a), la cual muestra las diferencias culturales entre elementos adyacentes en el momento de iniciar la simulación.

Los límites entre los elementos o grupos de ellos están dibujados en escalas de grises, indicando cuántos atributos culturales son compartidos. En esta representación, los límites dibujados en negro indican que no hay atributos compartidos, y límites en blanco implican que todos los atributos son compartidos. El elemento marcado con *A* en la figura 2.1 (a) corresponde al elemento subrayado en el cuadro 2.1. Note que el límite entre el elemento *A* y su vecino que está al sur es dibujado en uno de los tonos de gris, correspondiente a una similitud cultural entre ellos de 40% al

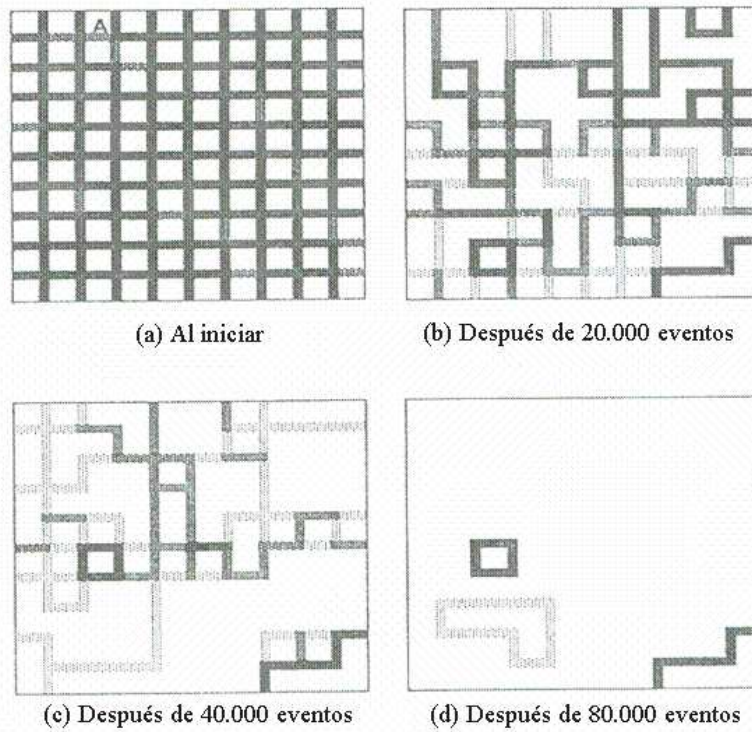


Figura 2.1: *Visualización de la evolución del modelo de Axelrod en una red de tamaño 10×10 . (a) sistema inicial; (b) después de 20.000 eventos; (c) después de 40.000 eventos; (d) después de 80.000 eventos. Cada elemento del sistema corresponde a una celda. Las diferentes tonalidades de gris en los bordes, indican el grado de similitud cultural entre celdas adyacentes. Tomado de [16]*

iniciar la simulación. Los otros paneles de la figura 2.1 muestran lo que pasa al transcurrir el tiempo. El tiempo es medido en eventos, definidos en la sección anterior. La figura 2.1 (b) muestra el proceso de formación de regiones culturales diferenciadas después de 20.000 eventos. En este modelo, Axelrod define una región cultural como *un conjunto de elementos adyacentes con cultura idéntica*. Nótese que en esta fase muchos límites culturales ha desaparecido cuando algunas regiones han crecido para incluir cuatro o cinco elementos. Para 40.000 eventos, algunas regiones culturales han crecido aún más; además muchos límites entre las regiones ahora presentan un ligero tono gris, indicando que la similitud cultural entre regiones ha aumen-

tado. Por los 80.000 eventos, hay tan sólo tres regiones culturales establecidas; las regiones rodeadas por las líneas grises consiguieron ser absorbidas completamente por las regiones más grandes dejando sólo tres regiones; la región delimitada por la frontera gris desaparecen eventualmente; además las tres regiones adyacentes no tienen ningún atributo en común y no puede interactuar.

Esta simulación típica nos permite responder algunas de las cuestiones relacionadas con los efectos del modelo de influencia social de Axelrod:

1) Inicialmente, la mayoría de los elementos vecinos tienen poco en común entre sí, resultando en una pequeña probabilidad de interacción. Sin embargo, cuando dos elementos interactúan, se van volviendo más similares y por lo tanto, su probabilidad de interactuar en el futuro aumenta.

2) Con el tiempo, atributos culturales específicos tienden a ser compartidos, formando grupos más grandes. De hecho, se forman regiones en donde todos los atributos culturales son exactamente iguales.

3) Eventualmente, ningún cambio adicional es posible. Esto pasa cuando cada par de elementos vecinos tiene culturas idénticas o completamente diferentes. Si un par es idéntico, ellos pueden interactuar recíprocamente, pero la interacción no causará cambios. En la simulación, la figura 2.1 (d) muestra que en el proceso de convergencia cultural se establecieron tres regiones culturales; una región es mayoritaria y dos de ellas presentan pocos elementos.

4) Inicialmente hay casi tantas regiones como elementos, pero eventualmente surgen sólo unas pocas regiones. Un indicador de la resistencia del proceso del intercambio cultural a la completa homogenización es el número de regiones culturales que permanecen cuando no hay más cambios posibles. El número de *regiones estables* puede definirse como el número de regiones culturales que existen cuando cada región cultural no tiene nada en común con cualquiera de las regiones adyacentes. En el ejemplo, la figura 2.1 (d) muestra exactamente tres regiones estables que sobreviven asintóticamente.

5) Los orígenes de las regiones culturales estables podrían verse en retrospectiva.

Por ejemplo, la región cultural de cuatro elementos ubicada en la esquina sudeste de la figura 2.1 (d) se puede discernir claramente atrás en el tiempo en la figura 2.1 (b). Sin embargo la simple observación del sistema en las etapas iniciales no permitiría conocer cuáles de las muchas regiones culturales que existían entonces, sobrevivirán.

2.3.2. Número de Regiones Estables

Para el sociólogo, una pregunta importante es cuántas regiones culturales sobrevivirán en una sociedad. En la simulación mostrada como ejemplo en la figura 2.1, tres regiones culturales estables sobreviven. Puesto que la dinámica de interacción del modelo es probabilística, los resultados tienen sentido al ser tratados de manera estadística. El ejemplo de la figura 2.1, corrido con diez realizaciones diferentes de condiciones iniciales asignadas de manera aleatoria, muestra que el número promedio de regiones estables es tres; pero hay que señalar que se observan pequeñas fluctuaciones alrededor de este número.

Axelrod investigó cómo varía el número promedio de regiones culturales estables en función de tres variables: (a) el rango de posibilidades culturales (número de rasgos posibles por atributos), (b) el alcance de las interacciones (número de vecinos en el entorno de un elemento), y (c) el tamaño del sistema (número de elementos que conforman el sistema). A continuación resumiremos los resultados obtenidos por Axelrod.

a) Rango de posibilidades culturales:

En el modelo, la complejidad cultural depende de dos parámetros, el número de atributos culturales y el número de posibles rasgos que cada atributo puede adoptar. El cuadro 2.2 muestra el número promedio de regiones estables obtenidos por Axelrod con las combinaciones de 5, 10 y 15 atributo, y de 5, 10 y 15 rasgos por atributos. Para cada combinación de parámetros, se realizaron diez corridas con condiciones iniciales aleatorias distintas.

Lo primero que resalta en el cuadro 2.2 es que, cuando el número de atributos se

Número de Atributos	Rasgos por atributo		
	5	10	15
5	1.0	3.2	20.0
10	1.0	1.0	1.4
15	1.0	1.0	1.2

Cuadro 2.2: *Número promedio de regiones culturales estables en un sistema de 10×10 celdas.*

aumenta de 5 a 15, en todos los casos el proceso converge a una sola región cultural estable. Luego, el incremento de atributos culturales aumenta la probabilidad de uniformidad cultural. Esto parece contraintuitivo al principio, porque uno podría suponer que un mayor número de atributos o de dimensiones culturales disponibles haría que la convergencia resultase más difícil. Sin embargo, justamente lo opuesto es cierto. La razón es que con más atributos, hay una mayor oportunidad de que dos elementos tengan el mismo rasgo en al menos un atributo, y por lo tanto serían capaces de interactuar. Con la interacción viene el hecho de compartir un rasgo en un atributo cultural adicional. Luego, con más atributos en la cultura existe una mayor probabilidad de que vecinos tengan algo en común, por lo que tendrán una mayor oportunidad de alcanzar completa convergencia cultural entre sí.

Por otro lado, el incremento del número de rasgos en cada atributo tiene un efecto muy notable: el número de regiones culturales estables aumenta con ese incremento. Por ejemplo, variando el número de rasgos de 10 a 15 con el número de atributos fijo en 5, se observa un cambio brusco en el número promedio de regiones estables, de 3.2 a 20.0. Luego, cuando hay poco atributos y muchos rasgos por atributos existe una alta probabilidad de que dos vecinos no compartan ningún atributo, y por lo tanto serían incapaces de interactuar. Esto a su vez hace que resulte más fácil que muchas regiones distintas se formen; cada una de las cuales no tiene atributos en común con ninguna de las regiones adyacentes. Este fenómeno en particular, llamó la atención de Axelrod y, como veremos en el próximo capítulo, a su vez atrajo

el interés de los físicos hacia este problema debido a la analogía con sistemas que presentan transiciones de fase orden-desorden.

En resumen, lo que Axelrod encontró es que la diversidad de opciones culturales, es decir el número de rasgos disponibles por atributo, y no la dimensión cultural (número de atributos), es lo que determina la emergencia de la multiculturalidad, en un sistema social.

b) Alcance de las interacciones:

En el ejemplo considerado, el número de vecinos de los elementos internos eran cuatro (norte, sur éste y oeste). Axelrod estudió el efecto de variar el número de elementos considerados como vecinos. Para esto, utilizó entornos incluyendo los vecinos de las cuatro esquinas (ocho vecinos) y segundos vecinos (doce vecinos). Encontró que entornos de vecindad más grande resultaron en un número menor de regiones estables para los mismos valores de los parámetros del cuadro 2.2. Luego cuando las interacciones curren a mayores distancias, la convergencia hacia la homogeneidad cultural ocurre mas fácilmente.

c) Tamaño del sistema:

La siguiente pregunta es cómo el resultado del proceso de influencia social es afectado por el tamaño del territorio (número de elementos en el sistema). Se pondría suponer que cuando hay más elementos en el sistema, aparecerían más regiones culturales estables. Para probar esta hipótesis, Axelrod examinó sistemas de distintos tamaños. Los resultados se muestran en la figura 2.2, que presenta el número promedio de regiones estables en función del ancho del sistema N para varios tamaños de sistemas $N \times N$. Para cada valor de N se promediaron diez realizaciones con condiciones iniciales distintas. Para estas simulaciones el número de atributos se fija en 5 y el número de rasgos por atributo se fija en 15.

Para sistemas pequeños el número de regiones culturales aumenta con el tamaño del sistema, lo cual sería un comportamiento esperado. Sin embargo, lo que resulta

sorprendente es la existencia de un máximo en el número de regiones culturales estables para sistemas de tamaños intermedios, y el hecho de que se forman pocas regiones culturales en sistemas con N grande.

Puesto que el tiempo para llegar a un estado asintótico crece con el tamaño del sistema, una posible explicación de estos resultados es que en sistemas pequeños la convergencia es rápida y no hay mucho espacio para formar muchas regiones estables. En sistemas de tamaños intermedios hay más espacio para formar más regiones estables, aunque esto lleve un tiempo mayor. En sistemas muy grandes, habría mucho espacio, pero el proceso de intercambio cultural se prolonga por tiempos muy largos, aumentando el número global de interacciones y la posibilidad de que las fronteras desaparezcan.

Los resultados de la figura 2.2 fueron comparados por Axelrod con un estudio empírico sobre el número de lenguajes en el archipiélago de las Islas Solomon realizado por el antropólogo J. Terrell [22]. Ese estudio mostró que para islas de tamaño pequeño el número de dialectos aumentaba con el tamaño de la isla, coincidiendo con la predicción cualitativa de la primera parte de la curva de la figura 2.2. Sin embargo no hay estudios disponibles para comprobar la existencia del máximo encontrado por Axelrod.

2.4. Zonas Culturales

Recordemos que una región cultural es un grupo de elementos adyacentes con culturas idénticas. Una idea relacionada con este concepto es el de *zona cultural*: un conjunto de elementos adyacentes cada uno de los cuales tiene un vecino con al menos un atributo en común. Culturas con al menos un atributo en común se consideran compatibles, en el sentido de que pueden interactuar. Una zona cultural puede incluir muchas regiones culturales diferentes; cada una de las regiones en una zona es capaz de interactuar con regiones adyacentes en la misma zona.

La figura 2.3 muestra la evolución del número de regiones y zonas culturales en

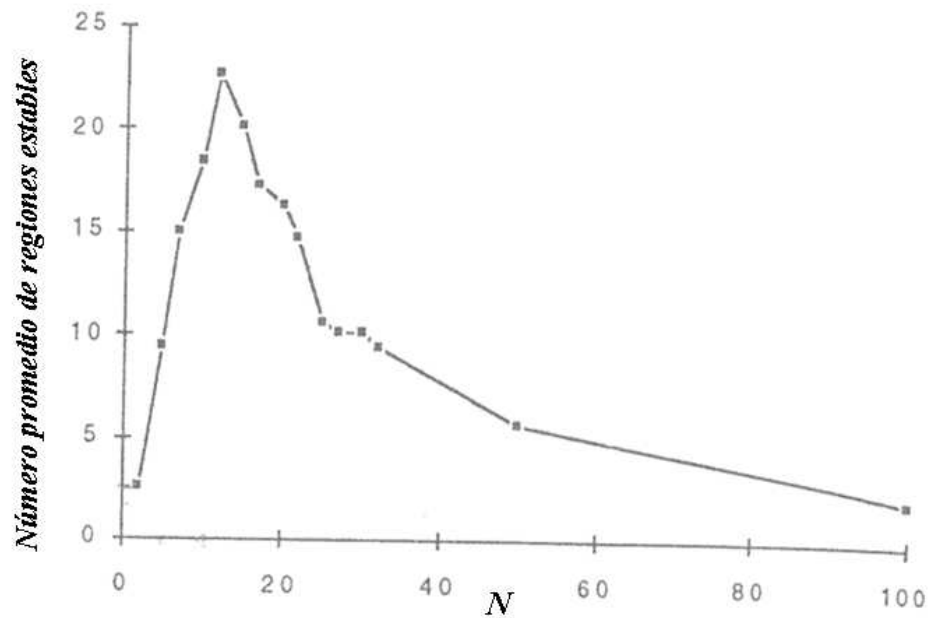


Figura 2.2: *Número promedio de regiones estables en función del tamaño del sistema.*

el tiempo, para una realización típica en un sistema de tamaño 100×100 elementos. El tiempo se mide en número de eventos dividido por el tamaño del sistema. Los parámetros fijos en este caso son 5 atributos y 15 rasgos por atributo. Inicialmente, el número de regiones es prácticamente igual al número de elementos, debido a que es muy improbable que dos elementos adyacentes tengan cada uno de sus cinco atributos idénticos, sin embargo, aún en el comienzo hay menos zonas que regiones porque muchos elementos tendrán al menos un atributo en común con al menos un vecino. La figura 2.3 muestra que el número de regiones decae gradualmente hasta aproximadamente 1.000 regiones; se observa que el número de regiones se mantiene por un tiempo, y luego decae a sólo 2 regiones. Por otro lado, el número de zonas culturales decae rápidamente a 2. Cuando el número de regiones es igual al número de zonas, no hay cambios adicionales posibles. Luego, durante la mayor parte de la duración de la corrida, las muchas culturas compatibles en el sistema están interac-

tuando dentro de las 2 zonas culturales perfiladas en los primeros tiempos. Luego, la observación del número de zonas culturales permite hacer una predicción temprana del número de regiones culturales que sobrevivirán, sin necesidad de esperar a que el sistema se estabilice en un largo tiempo. Esto tiene relevancia en los análisis históricos de los procesos sociales.

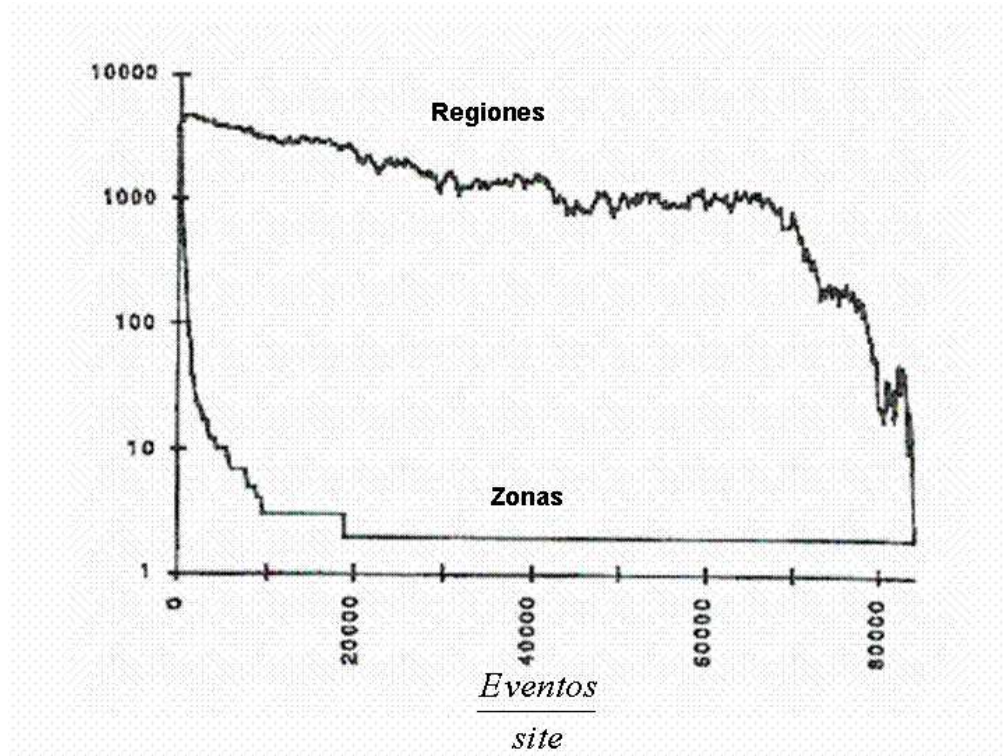


Figura 2.3: *Número de zonas y de regiones culturales en función del tiempo (eventos/site). Tamaño del sistema 100×100 ; número de atributos igual a 5 y el número de rasgos por atributo igual a 15. Tomado de [16]*

¿Cómo puede ser que las matemáticas, siendo después de todo un producto del pensamiento humano independiente de la experiencia, estén tan admirablemente adaptadas a los objetos de la realidad?

Albert Einstein.

Capítulo 3

Transición de fase en el modelo de Axelrod.

3.1. Formulación matemática

Comenzaremos por destacar que la dinámica de convergencia cultural propuesta por Axelrod es capaz de generar auto-organización y estructuras globales (zonas y regiones culturales) a partir de simples reglas de interacción local entre los elementos que conforman el sistema. Esto implica una conexión natural con la Física, específicamente dentro del contexto actual del estudio de sistemas complejos.

Otro aspecto que capta la atención de los físicos, es la observación de Axelrod sobre el comportamiento de su modelo cuando se varían los parámetros que caracterizan al sistema (ver cuadro 2.2). Específicamente los resultados reportados en la primera fila del cuadro 2.2 muestran un cambio en el comportamiento del sistema,

de un estado culturalmente homogéneo a un estado multicultural. En particular, es notable el aumento brusco en el número promedio de regiones culturales estables cuando se varía el número de rasgos por atributos. Este comportamiento es reminiscente del fenómeno de transición de fase orden-desorden observado en una variedad de sistemas físicos, tales como transiciones caóticas, modelos de Ising, percolación, rompimientos de simetría, entre otros.

Ambos aspectos, *emergencia de comportamiento colectivo y transición de fase orden-desorden*, constituyen paradigmas de la Física que, junto a la simplicidad conceptual del modelo de Axelrod, han motivado un creciente interés actual en la exploración de los procesos de auto-organización, cooperación y adaptación en sistemas sociales inspirados por ese modelo, mediante la aplicación de herramientas de la Física, especialmente de Física Estadística y Dinámica No Lineal.

En tal sentido, el trabajo pionero de Castellano, Marsili y Vespignani [23] abordó el estudio del modelo de Axelrod considerándolo como un sistema físico. Para ello, estos autores introdujeron una notación matemática que describiremos a continuación.

Recordemos que Axelrod define una cultura como *un conjunto de atributos individuales sujetos a la influencia social*; donde la cultura o estado cultural de un individuo o de un grupo de ellos, se pueden describir en términos de una lista de atributos [16]. Luego, una cultura con F atributos (features) para un elemento i puede ser representada por un vector de estado F -dimensional,

$$\mathbf{F}_i = [\sigma_{i1}, \sigma_{i2}, \dots, \sigma_{if}, \dots, \sigma_{iF}], \quad (3.1)$$

donde $i = 1, \dots, N$; N es el tamaño del sistema; y $f = 1, \dots, F$ enumera los distintos atributos culturales. Las componentes σ_{if} pueden tomar cualquier valor en un conjunto de q posibles rasgos (traits) o etiquetas,

$$\sigma_{if} \in \{0, \dots, q - 1\}. \quad (3.2)$$

En otras palabras, F da la dimensión cultural de un individuo o grupo, mientras que q determina el número de posibles opciones que puede tener cada atributo. En

el modelo de Axelrod, todos los elementos del sistema son equivalentes; es decir, los parámetros F y q son los mismos para todo i .

Ilustremos con un ejemplo. Consideremos un sistema con $F = 3$ y $q = 2$. El número de vectores o estados culturales distintos es $q^F = 2^3 = 8$. Cada elemento i posee un vector cultural \mathbf{F}_i con 3 componentes, $\mathbf{F}_i = [\sigma_{i1}, \sigma_{i2}, \sigma_{i3}]$ según (3.1), y cada componente σ_{if} puede adoptar la etiqueta 0 o 1, según (3.2). Por lo tanto, los posibles vectores de estados culturales que se pueden encontrar en el sistema son:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

Un ejemplo práctico de una cultura con 3 atributos culturales típicos y 2 opciones por cada atributo en una comunidad de físicos podría ser [*trabajo*, *bebida*, *sistema operativo*]. El atributo *trabajo* puede tener las opciones: teórico (0) o experimental (1); *bebida*: café (0) o té (1); y *sistema operativo*: linux (0) o windows (1). En este caso, un físico cuyo vector cultural sea $[0, 0, 0]$, es un teórico que le gusta el café y que prefiere linux en su computador como sistema operativo.

3.2. Reglas dinámicas de interacción

La dinámica del modelo de Axelrod se basa en un autómata celular definido sobre un arreglo bidimensional euclidiano $N \times N$, donde $N \times N$ es el tamaño del sistema. Cada elemento tiene como entorno de interacción a sus cuatro primeros vecinos, es decir los vecinos del norte, sur, este y oeste, como se ve en la figura (1). Se puede asumir la existencia de bordes, o también condiciones de contorno periódicas.

El estado del elemento i es un vector $\mathbf{F}_i = [\sigma_{i1}, \sigma_{i2}, \dots, \sigma_{if}, \dots, \sigma_{iF}]$. Inicialmente, a cada σ_{if} se le asigna aleatoriamente y de manera independiente alguno de los q valores enteros del conjunto de rasgos $\sigma_{if} \in \{0, \dots, q - 1\}$, con igual probabilidad $1/q$.

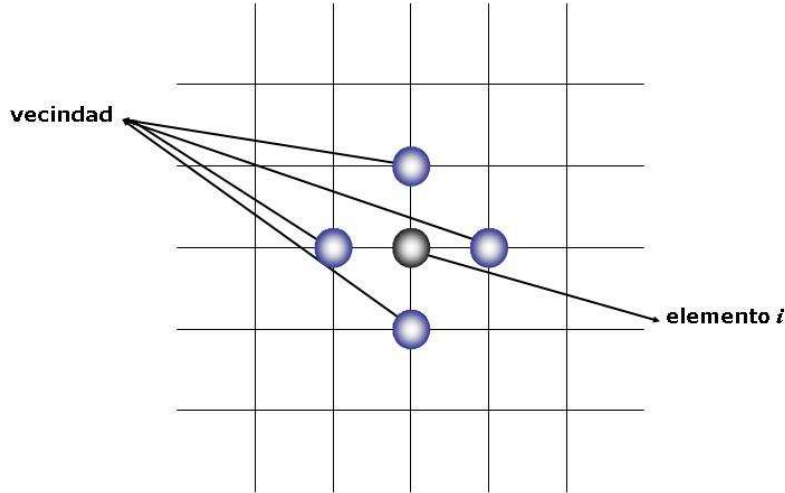


Figura 3.1: Conjunto de elementos dispuestos en una red bidimensional $N \times N$. El elemento i con una vecindad de 4 elementos, conformados por los vecinos del norte, sur, este y oeste

La dinámica de interacción local se puede definir como una iteración de los siguientes pasos:

- 1). Se selecciona al azar un elemento de la red i (elemento activo) y uno de sus cuatro vecinos j .
- 2). Se calcula el número de atributos (componentes) que comparten estos elementos. Para esto definimos una variable *overlap*,

$$l(i, j) = \sum_{f=1}^F \delta_{\sigma_{if}, \sigma_{jf}}. \quad (3.4)$$

- 3). Si $0 < l(i, j) < F$, el elemento activo y el vecino seleccionado interactúan con una probabilidad

$$p_{\text{int}} = \frac{l(i, j)}{F}. \quad (3.5)$$

En caso de interacción, se escoge aleatoriamente un h tal que $\sigma_{ih} \neq \sigma_{jh}$, y se asigna $\sigma_{ih} = \sigma_{jh}$.

El modelo de Axelrod formulado de esta manera corresponde a un autómata celular descrito por la ecuación (1.6), donde la regla de interacción local R está

dada por el algoritmo arriba descrito, pero con dinámica local nula $f_i = 0$ y sin influencia externa $B_{ext}^i = 0$, y el estado x_t^i del elemento i , viene representado por el vector de estado cultural \mathbf{F}_i .

3.3. Evolución y visualización de la dinámica de Axelrod

La dinámica del modelo de convergencia cultural se puede implementar con un algoritmo computacional. Para la visualización, cada vector cultural distinto se puede identificar con un color específico. Por ejemplo, si $F = 3$ y $q = 2$, cada uno de los 8 estados culturales indicados en (3.3) se puede representar por un color que va desde el blanco al negro, pasando por seis tonalidades de grises (vease figura 2).

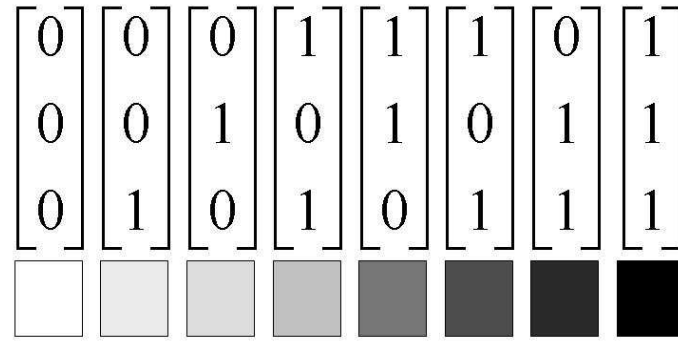


Figura 3.2: 8 estados culturales equivalentes donde a cada vector cultural se le asigna un color que lo identifica en la simulación.

Siguiendo una simulación, podemos observar cómo en el sistema se van formando estructuras, tanto las zonas como las regiones culturales, hasta que el sistema se estabilice y sólo queden las regiones culturales estables. La figura (3) muestra un ejemplo de dos instantes de tiempo en la evolución de un sistema.

A medida que el sistema evoluciona, se van formando regiones culturales identificadas como dominios de un mismo color; se observa que algunos colores o regiones

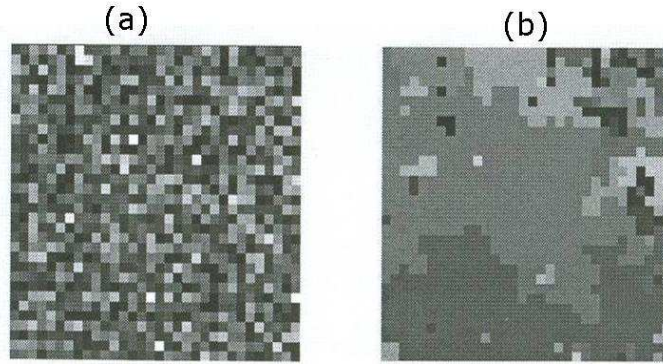


Figura 3.3: *Visualización de la evolución del modelo de convergencia cultural. Red bidimensional 50×50 con $F = 3$ y $q = 10$. En (a) se muestra el sistema en $t = 0$; donde a cada elemento se le asignaron vectores de estados de manera aleatoria. En (b) se muestra el sistema en un tiempo t antes de la estabilización; se puede observar la formación de zonas culturales (grupos o dominios que presentan tonalidades de grises similares) y la aparición de regiones culturales*

culturales desaparecen mientras otros se multiplican o crecen en tamaño. En la figura (3 (a)) se observa que en el tiempo $t = 0$ hay tantas regiones como elementos; en un tiempo posterior el sistema presenta un menor número de regiones culturales debido a la dinámica de convergencia cultural, figura 3 (b). Eventualmente las interacciones cesan y el sistema se congela, dejando una o varias regiones culturales estables, correspondiente a un estado cultural homogéneo o a un estado multicultural, respectivamente.

3.4. Transición de fase en el modelo de Axelrod.

Para caracterizar el comportamiento colectivo del sistema se requiere de alguna cantidad macroscópica o parámetro de orden. La medida usada como parámetro de orden en este sistema es el tamaño relativo del dominio o región cultural más grande S_{max}/N en el estado asintótico [23, 24], donde S_{max} es el número de elementos en la región cultural estable más grande.

Si $S_{max}/N = 1$, esto indica que el sistema está en un estado monocultural (homogéneo); pero si $S_{max}/N < 1$; entonces existe más de una cultura en el sistema (multiculturalidad). Cuando $S_{max}/N \ll 1$ ninguna región cultural alcanza un tamaño apreciable con respecto al tamaño del sistema; en éste caso la configuración sería extremadamente polarizada, donde un elemento comparte sus atributos culturales sólo con un pequeño entorno.

La evolución dinámica del sistema se caracteriza por la competencia entre el desorden de la configuración inicial y la convergencia al orden debida a las interacciones culturales locales. Como Axelrod intuyó, cuando q es pequeño el estado inicial es bastante uniforme, mientras que para valores grandes de q el sistema es muy heterogéneo. En cada caso esperaríamos que el sistema converja a un estado cultural colectivo uniforme o altamente fragmentado, respectivamente. Luego, estudiar el comportamiento del sistema cuando q varía permitiría entender cómo estas dos situaciones límite están relacionadas.

La figura 4 muestra, para $F = 10$, los valores promedios del parámetro de orden $\langle S_{max} \rangle / N$ como función de q en el estado estable final, obtenido de varias realizaciones con condiciones iniciales aleatorias distintas [23]. La existencia de una transición abrupta en los valores del parámetro de orden alrededor del valor de $q_c \approx 55$ es evidente en la figura. La transición resulta mejor definida en el límite termodinámico de N (tamaño del sistema) grande, como puede verse en la figura. Para $q < q_c$ el sistema se estabiliza en un estado monocultural; mientras que para $q > q_c$ el parámetro de orden cae a cero, indicando la existencia de una fase desordenada o multicultural en el sistema. La naturaleza o el orden de la transición es revelada en el histograma de la figura 5. Allí se grafica la distribución del parámetro de orden $\langle S_{max} \rangle / N$ para $q = 55$, correspondiente a 100 realizaciones independientes. Biestabilidad observada cerca de $q \approx q_c$, en el sentido que el sistema converge alrededor de alguno de los dos valores medios del parámetro de orden [24]. Esta biestabilidad cerca de un valor crítico de transición se asocia generalmente con transiciones de fase de primer orden o discontinuas. Es importante resaltar que el parámetro de

control q que gobierna esta transición de fase o cambio de comportamiento, no es un parámetro que puede ser variado es un sistema dado. El parámetro q entra en la definición misma del sistema y por lo tanto la transición corresponde a un cambio de comportamiento en una clase de sistemas que exploramos con el cambio de q ; en otras palabras cada q corresponde a un sistema distinto. Por otro lado, las reglas dinámicas son independientes de q , y la manera crucial a través de la cual q entra en la evolución del sistema es en la condición inicial. La transición que observamos se refiere a un comportamiento promedio tomado sobre un ensemble de condiciones iniciales aleatorias distribuidas uniformemente sobre todos los valores posibles de rasgos en cada atributo, y el valor de q_c refleja esta escogencia de condiciones iniciales. Por supuesto, si el ensemble de condiciones iniciales estuviese restringido a estados homogéneos, no se observaría ninguna transición. Esta transición de fase de primer orden es robusta y se observa para $F > 2$. La transición también se observa en el modelo de Axelrod definido en una dimensión [25].

El descubrimiento de la existencia de esta transición de fase ha captado el interés reciente de muchos físicos, motivados por la posibilidad de establecer analogías entre sistemas físicos y el modelo de dinámica social de Axelrod; en particular se destaca el grupo de Maxi San Miguel en el IMEDEA (Islas Baleares, España) [24, 26, 27, 28].

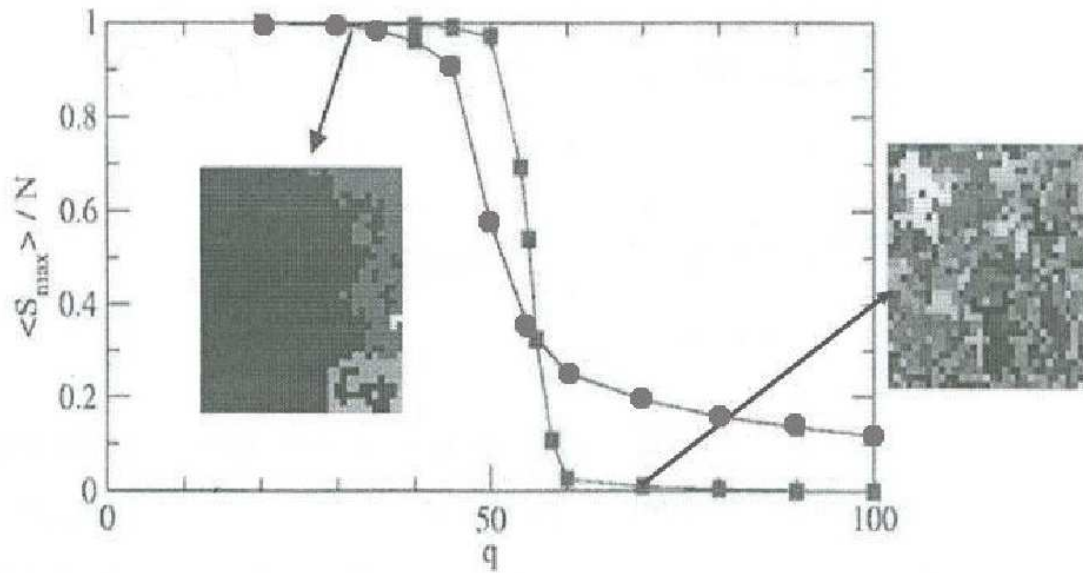


Figura 3.4: Número promedio del parámetro de orden $\langle S_{max} \rangle / N$ en función de q en una red bidimensional, para sistemas de tamaño $N = 50$ (círculos) y $N = 100$ (cuadros), $F = 10$. Note que $q_c \approx 54$.

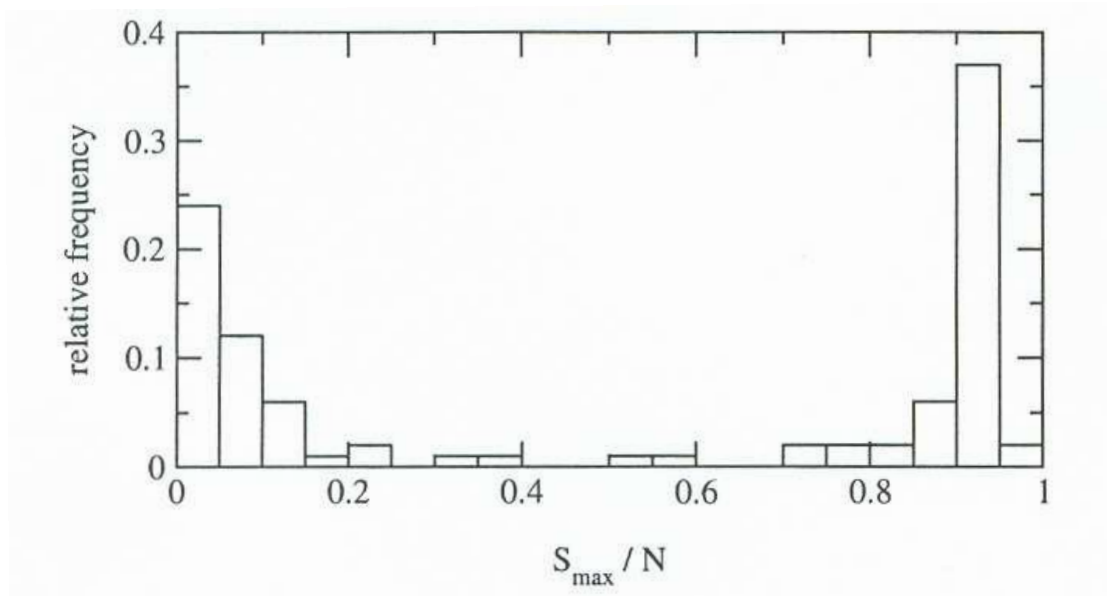


Figura 3.5: Distribución del parámetro de orden para $q = 54$, $F = 10$ en una red de tamaño 100×100 . La distribución se basa en 100 realizaciones independientes [24].

*Ninguna prueba, ninguna rectificación ni desmentido,
puede anular el efecto de una propaganda bien hecha.*

Hermann Keyserling.

Capítulo 4

Modelo de convergencia cultural con influencia de propaganda.

Una de las características más notables del modelo de Axelrod es su extraordinaria simplicidad conceptual y matemática, lo cual permite que este modelo sea susceptible de ser generalizado e incluir variantes del mismo para investigar diversos fenómenos en sistemas sociales. En tal sentido, el mismo Axelrod menciona al final de su artículo [16] varias posibles extensiones de su modelo como problemas abiertos y de interés fundamental en las ciencias sociales.

Uno de los problemas importantes sugerido para una posible extensión del modelo es el estudio de la influencia de la propaganda en la dinámica cultural. Esto es mencionado por Axelrod en su artículo como influencia del *broadcasting*; en sus propias palabras, “*some interactions that come from widely disseminated messages*”. Sin embargo, Axelrod no propone ningún mecanismo para modelar la influencia del *broadcasting*. En su página web ¹ del Center for Study of Complex Systems en la

¹<http://www-personal.umich.edu/~axe/>

Universidad de Michigan, Axelrod se plantea la siguiente pregunta entre una lista de problemas pendientes sugeridos por su modelo:

“ Mass broadcasting whether politically controlled or not, has had great influence on the formation of common cultures. The model could be expanded to study the effects of mass communications such as television. How effective would such a transmitted culture be in promoting homogeneity in the face of local heterogeneity? ”.

En este capítulo, propondremos una generalización del modelo de convergencia cultural que incluye influencia de propaganda externa para intentar responder la pregunta anterior. Para ello introduciremos algunos conceptos nuevos y utilizaremos analogías y herramientas de la Física. Queremos enfatizar que, al igual que el modelo original de Axelrod, nuestro modelo tampoco hace juicio de valor sobre el significado de las opciones culturales de los elementos ni de la propaganda. Recordemos que la abstracción es la base del éxito del modelo de Axelrod y del interés actual de los físicos en ese modelo.

4.1. Descripción del modelo de Axelrod con influencia de propaganda.

Hasta ahora, solamente se ha estudiado la formación de estructuras en el sistema social (regiones culturales) producidas por la interacción entre los elementos.

Comenzaremos por asociar la idea de propaganda a una *influencia cultural externa que incide con igual probabilidad sobre todos los elementos del sistema, tal como un campo externo uniforme*. Adoptamos este punto de vista por simplicidad, aunque esto no implica pérdida de generalidad. Llamaremos propaganda a un estado cultural específico, al cual se desea que todos los elementos del sistema converjan. Este estado cultural puede representar una ideología política, estilo de vida, mar-

cas comerciales, valores educativos, entre otros. Desde el punto de vista físico, la propaganda puede verse como un campo externo aplicado sobre el sistema.

Básicamente queremos que el modelo con propaganda conserve los mismos principios y simplicidad conceptual del modelo original de Axelrod; es decir, que las interacciones dependan del número de atributos culturales (features) que se comparten. Como la propaganda se entiende como un estado cultural específico, a ésta se le puede asociar un vector de estado cultural (lista de atributos) externo al sistema, y que en principio tenga los mismos parámetros de los vectores culturales asociados a los estados de los elementos. Definiremos al vector de estado de la propaganda *broadcasting* \mathbf{F}_B como

$$\mathbf{F}_B = [\sigma_{B1}, \sigma_{B2}, \dots, \sigma_{Bf}, \dots, \sigma_{BF}], \quad (4.1)$$

donde $f = 1, \dots, F$ enumera las componentes o atributos (features) del vector propaganda. A diferencia de los vectores culturales de los elementos que conforman el sistema, los rasgos o etiquetas de las componentes σ_{Bf} del vector propaganda se asignan a priori del mismo conjunto de q rasgos por atributos común a todos los elementos.

Para nuestro modelo, supondremos que el vector propaganda *broadcasting* \mathbf{F}_B tiene las siguientes propiedades:

1) El vector propaganda es un estado cultural externo al sistema; esto quiere decir que el vector propaganda no necesariamente tiene que corresponder a un estado cultural presente en el estado inicial del sistema, pero es un vector perteneciente al espacio de las q^F estados culturales posibles en el sistema.

2) El vector propaganda es uniforme y constante; es decir, el vector propaganda es el mismo para todos los elementos i , y además los valores de sus atributos σ_{Bf} no cambian en el tiempo.

3) La probabilidad de interacción de la propaganda con un elemento del sistema es proporcional a la similitud cultural entre sus respectivos vectores culturales.

4.2. Dinámica de interacción con la propaganda.

Ahora pasaremos a introducir un nuevo parámetro de control B , el cual mide la intensidad de la propaganda aplicada al sistema. Específicamente definiremos B como la probabilidad de captación de atención de los elementos del sistema por parte de la propaganda; es decir, B representa el parámetro de acoplamiento de la propaganda con el sistema. El parámetro B puede tomar valores entre 0 y 1, correspondientes al modelo original de Axelrod sin propaganda y a acoplamiento total con el vector propaganda, respectivamente. Nótese que B no es en sí mismo el vector propaganda \mathbf{F}_B , sino la intensidad con la cual este vector llega a todos los elementos del sistema. El parámetro B es independiente de los parámetros q y F . Además de la influencia de la propaganda, los elementos mantienen su regla de interacción local en la red de conectividad en la cual están ubicados. Una analogía con un sistema físico podría ser un sistema de espines colocados en un arreglo o red, y sujetos a la influencia de un campo magnético externo uniforme. La figura 6 muestra de forma esquemática esta idea propuesta.

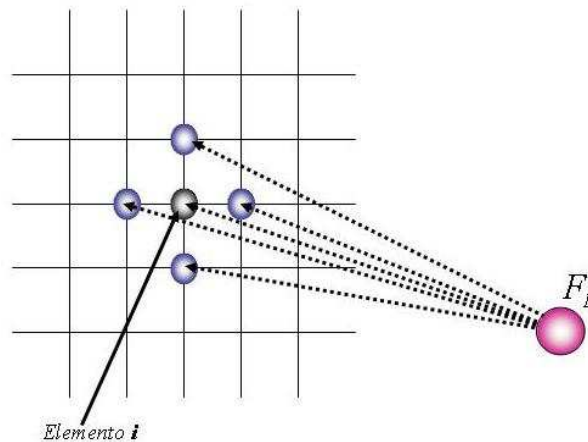


Figura 4.1: Representación esquemática de la idea de la propaganda como campo externo constante aplicado al sistema

Asumiremos la hipótesis plausible de que un elemento activo en el sistema en

un instante dado sólo tiene dos opciones: interactuar con la propaganda (su atención es captada en ese instante por la propaganda), o interactuar con alguno de sus vecinos ². Supondremos que los elementos del sistema tienen cierto acoplamiento o probabilidad B de ser captados por la propaganda y, correspondientemente, una probabilidad $(1 - B)$ de interacción con sus vecinos según las reglas del modelo de Axelrod. Si el elemento i es captado para interactuar con la propaganda, entonces la probabilidad de interacción de este elemento con la propaganda dependerá del número de atributos culturales que comparten el vector cultural \mathbf{F}_i y el vector propaganda \mathbf{F}_B , y no del valor de B . Si el elemento i no es captado por la propaganda, entonces tiene una probabilidad de interacción local con un vecino seleccionado j proporcional al número de atributos comunes entre los vectores culturales \mathbf{F}_i y \mathbf{F}_j .

Un ejemplo de esta idea, sería una valla publicitaria en una calle o autopista que ofrece cierto producto o estado cultural, que correspondería a un vector de propaganda \mathbf{F}_B . Alguna(s) característica(s) de esta valla, tales como forma, tamaño, colore(s), imagen, frecuencia, etc., podría(n) representar la intensidad B , es decir; la probabilidad de captación de atención de cualquier individuo que observe la valla. Si la atención de un individuo es captada, éste puede interactuar con el producto (vector propaganda); si el producto que se ofrece y el individuo comparten un cierto número de atributos culturales, el individuo puede asumir alguno de los atributos del vector propaganda e ir convergiendo hacia el estado de la propaganda (aceptando el producto). Si por el contrario, el individuo captado no comparte ningún atributo con la propaganda, no hay cambio alguno en el individuo (rechazo o indiferencia). Si la valla no capta la atención del individuo, entonces éste puede interactuar con algún vecino; por ejemplo continuar conversando con un pasajero en su auto. Ejemplos similares pueden tomarse de la influencia de la televisión, radio, cine, internet, campañas electorales, educación pública, entre otros.

En la figura 7 se muestra una representación gráfica de nuestro modelo, en donde

²Esta hipótesis surge de observaciones generales y de la investigación en experiencias publicitarias

cada elemento en una red bidimensional tiene asignado un vector de estado (lista de atributos) con $F = 5$ y $q = 10$. El vector propaganda en este ejemplo es $\mathbf{F}_B = [5, 5, 5, 5, 5]$, y actúa sobre todos los elementos del sistema con la misma intensidad o probabilidad de captación de atención B . La probabilidad de interacción local es $1 - B$.

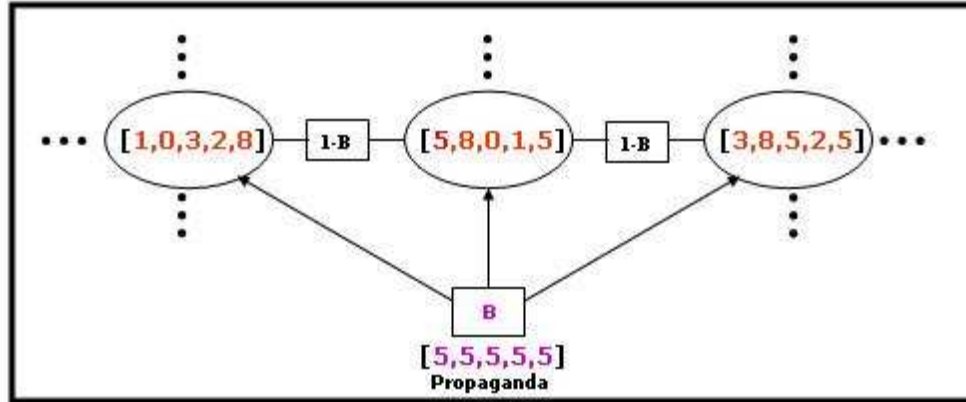


Figura 4.2: Representación gráfica de la influencia de la propaganda a través del parámetro B y de la probabilidad de interacción local $1 - B$.

El parámetro B determina también la intensidad del acoplamiento local entre los elementos del sistema. Si $B = 1$, todos los elementos sólo tienen posibilidad de interactuar con la propaganda; entonces la comunicación entre los elementos es nula. Si $B = 0$, el modelo se reduce al modelo original de convergencia cultural de Axelrod, ya que sólo hay interacción entre los elementos. Luego, la variación del parámetro B permite pasar continuamente del modelo original de Axelrod a un modelo general con inclusión de propaganda.

Cómo hemos indicado, una vez captada la atención del individuo i con cultura \mathbf{F}_i , éste tiene ahora la posibilidad de interactuar con el vector de estado de la propaganda \mathbf{F}_B ; la probabilidad p_B de esta interacción está dada por la fracción de atributos culturales (features) compartidos por el individuo activo y la propaganda,

$$p_B = \frac{l(i, B)}{F}, \quad (4.2)$$

donde

$$l(i, B) = \sum_{f=1}^F \delta_{\sigma_{if}, \sigma_{Bf}}. \quad (4.3)$$

donde σ_{if} son las componentes (atributos) del vector cultural \mathbf{F}_i y σ_{iB} son las componentes de \mathbf{F}_B . Si el elemento i no interactúa con el vector propaganda, entonces tiene la posibilidad de interactuar con un elemento j de su entorno con una probabilidad dada por la ecuación (3.5),

$$p_{int} = \frac{l(i, j)}{F}, \quad (4.4)$$

donde

$$l(i, j) = \sum_{f=1}^F \delta_{\sigma_{if}, \sigma_{jf}}. \quad (4.5)$$

Formalmente, la dinámica de la interacción del modelo de Axelrod con propaganda está dada por el siguiente algoritmo iterativo:

1. Se define una topología de conectividad (network) y la vecindad de los elementos.
2. Se fijan los parámetros F y q .
3. Se define el vector propaganda \mathbf{F}_B .
4. Se fija el valor de probabilidad de acoplamiento con la propaganda B .
5. Se escoge al azar un elemento i de la red (elemento activo).
6. Con probabilidad B la atención del elemento es captada por la propaganda.

Si la atención es captada por la propaganda, entonces

- Con probabilidad $p_B = \frac{l(i, B)}{F}$, el elemento activo interactúa con la propaganda.
- En caso de interacción, se escoge aleatoriamente un h tal que $\sigma_{ih} \neq \sigma_{Bh}$, y se asigna $\sigma_{ih} = \sigma_{Bh}$.

Si la propaganda no capta la atención del elemento i , entonces

7. Se escoge al azar un vecino j del elemento activo i .
 - Con probabilidad $p_{int} = \frac{l(i,j)}{F}$, el elemento activo i interactúa con el elemento escogido j .
 - En caso de interacción, se escoge aleatoriamente un h tal que $\sigma_{ih} \neq \sigma_{jh}$, y se asigna $\sigma_{ih} = \sigma_{jh}$.
8. Ir a 5 hasta que se estabilice el sistema.

El procedimiento descrito por este algoritmo corresponde a una regla probabilística R en la dinámica de autómatas celulares expresada por la ecuación (1.6), con $f_i = 0$, y $B_{ext}^i \neq 0$, y donde el estado x_i^i del elemento i viene representado por el vector de estado cultural \mathbf{F}_i .

4.3. Resultados del modelo de Axelrod con influencia de propaganda

El algoritmo de la sección anterior fue implementado computacionalmente. Para diversas combinaciones de valores de los parámetros F , q y B , se realizaron 10 simulaciones por combinaciones, correspondientes a condiciones iniciales aleatorias independientes. Los resultados se analizaron estadísticamente.

La topología de conectividad usada en esta sección para el estudio de la dinámica del modelo de Axelrod con propaganda corresponde a una red bidimensional 50×50 , con condiciones de borde abiertas; donde cada elemento interior está acoplado a sus cuatro primeros vecinos (vecino del norte, sur, este y oeste), los de las esquinas tienen dos vecinos, y los de los bordes poseen tres.

Nuestro primer paso para investigar el efecto de la propaganda sobre el sistema en su estado asintótico consiste en calcular el parámetro de orden $\langle S_{max} \rangle / N$ en función de q , con $F = 10$, para distintos valores de B . Recordemos del Capítulo 3 que S_{max} / N mide el tamaño relativo del dominio más grande, es decir; el tamaño

de la región cultural estable que posee el mayor número de elementos en el sistema. Este parámetro de orden está normalizado; el valor $\langle S_{max} \rangle / N = 1$ corresponde a un estado homogéneo o monocultural (orden), y $\langle S_{max} \rangle / N \rightarrow 0$ implica que el sistema está en un estado heterogéneo o multicultural (desorden).

La figura 8 muestra las curvas $\langle S_{max} \rangle / N$ vs. q para varios valores de B . La curva con $B = 0$ corresponde al modelo original de Axelrod y presenta la transición de fase entre homogeneidad cultural y multiculturalidad en el valor crítico de q reportada en la referencia [23]. El incremento de B trae como consecuencia un decrecimiento del valor crítico del parámetro q para la transición de fase. Nótese que para $B = 0$ el estado homogéneo con $\langle S_{max} \rangle / N = 1$ puede ser cualquiera de los q^F posibles estados culturales del sistema; mientras que para $B > 0$, el estado homogéneo corresponde exclusivamente al estado cultural asociado al vector de propaganda \mathbf{F}_B ,

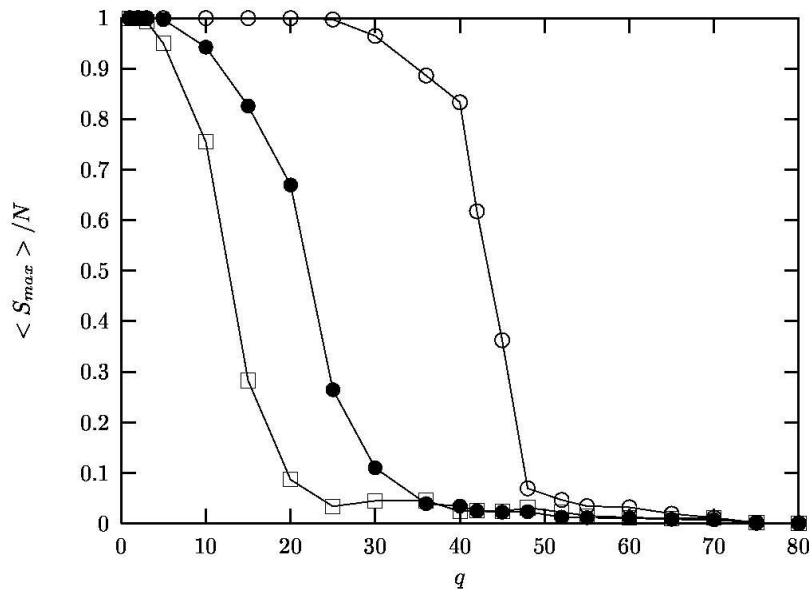


Figura 4.3: Parámetro de orden $\langle S_{max} \rangle / N$ vs. q en una red bidimensional 50×50 , con $F = 10$, para valores de $B = 0$ (círculos abiertos), $B = 0,5$ (círculos cerrados) y $B = 0,9$ (cuadros abiertos).

Las simulaciones muestran que la propaganda puede actuar como un mecanismo de control para hacer converger los elementos del sistema al estado cultural específico del vector de propaganda cuando la diversidad cultural, medida por q , es menor que un cierto valor crítico. El valor crítico de q para esta convergencia depende del valor de B en cada caso, como se ve en la figura 8. Recíprocamente, para un q dado la homogeneidad o multiculturalidad depende del valor de B .

En la figura 9 se muestran algunos estados asintóticos de simulaciones con influencia de propaganda donde se aprecia este comportamiento. Se utilizan escalas de colores para identificar los diversos estados culturales, y el vector propaganda se identificó con el color morado. Los parámetros para esta simulación son $F = 10$ y $q = 35$, que corresponde a un valor menor al valor crítico de q sin propaganda ($q_c \approx 54$). La figura 9 (a) muestra el estado estable del sistema sin aplicación de propaganda ($B = 0$). El sistema se estabiliza en un estado homogéneo (un dominio de un solo color) correspondiente a un estado cultural homogéneo como se espera, puesto que el parámetro q está por debajo del valor crítico para este sistema. En la figura 9 (b) con $B = 0,005$, el sistema converge hacia un estado homogéneo igual al estado de la propaganda (un único dominio de color morado). En este caso podemos decir que la propaganda *controla* al sistema. La figura 9 (c) muestra que un aumento de la intensidad de la propaganda $B = 0,1$ no conduce a la homogeneidad, aunque el color de la región cultural más grande sigue siendo igual al de la propaganda. Un incremento mayor de $B = 0,9$ produce heterogeneidad o multiculturalidad. Este efecto es notable por ser contraintuitivo: uno esperaría que el incremento de la intensidad de la propaganda conduciría a un mayor control del sistema, en el sentido de la convergencia a la homogeneidad cultural que intenta imponer la propaganda.

Para estudiar el comportamiento de la transición de fase orden-desorden en este sistema con la influencia de la propaganda y tratar de entender su fenomenología, definiremos un nuevo parámetro de orden g como

$$g = \frac{\langle N_g \rangle}{N}, \quad (4.6)$$

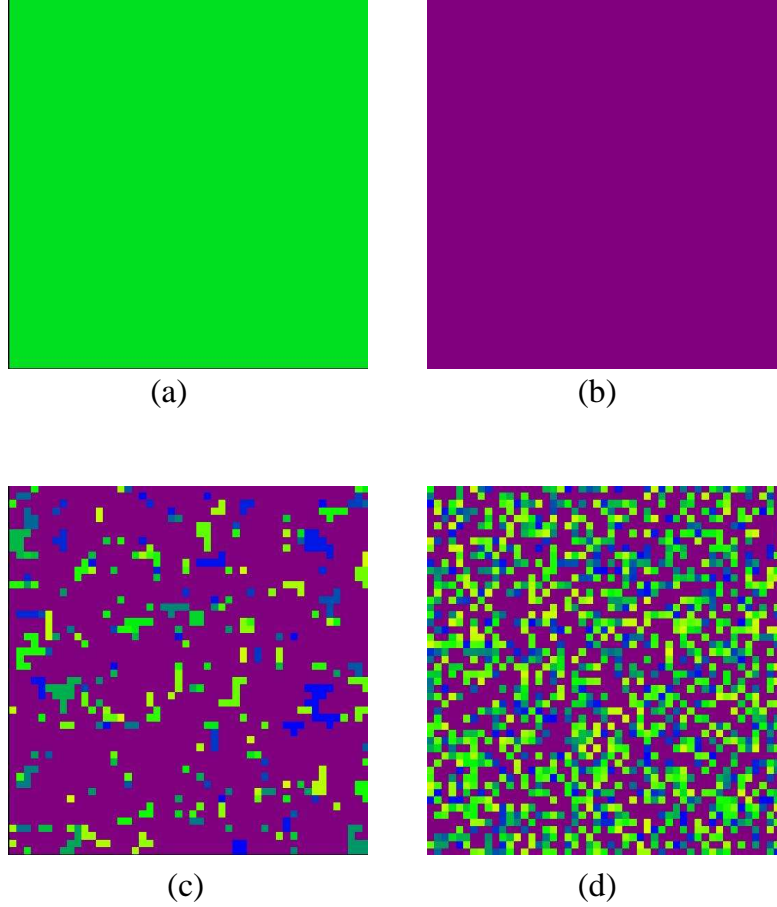


Figura 4.4: *Estados asintóticos del sistema social con influencia de propaganda en una red 50×50 , con $F = 10$ y $q = 35$. (a) $B = 0$; (b) $B = 0,005$; (c) $B = 0,1$ y (d) $B = 0,9$. El estado cultural de la propaganda corresponde al color morado.*

donde $\langle N_g \rangle$ es el número promedio de regiones culturales estables y N el número de elementos o tamaño del sistema. Este parámetro de orden mide *la fracción promedio de grupos o regiones culturales*. El valor de g también refleja el grado de homogeneidad del sistema. Cuando $N_g \rightarrow 1$, esto implica que hay una sola región cultural y por lo tanto el sistema es homogéneo; en este caso $g \rightarrow 0$. Si el sistema está en un estado culturalmente heterogéneo, implica que hay muchas regiones culturales N_g , por lo que $g > 0$; en el límite $N_g \rightarrow N$, $g \rightarrow 1$. La ventaja de introducir este nuevo parámetro reside en el hecho de que las fluctuaciones estadísticas en torno al valor

medio $\langle N_g \rangle$ son apreciablemente menores en comparación con aquellas en torno al parámetro $\langle S_{max} \rangle / N$ empleado anteriormente por otros autores, cerca de la transición de fase. En otras palabras, hay menos fluctuaciones en el número de regiones culturales estables que en el número de elementos en la región cultural más grande alrededor del valor crítico de q .

La figura 10 muestra ambos parámetros de orden en función de q , con $B = 0$. Las barras de error en torno a cada punto corresponden a la desviación standard de 10 simulaciones con condiciones iniciales aleatorias distintas. Se puede apreciar que las fluctuaciones en el parámetro de orden g alrededor de la transición de fase son más pequeñas que las fluctuaciones exhibidas por el parámetro de orden $\langle S_{max} \rangle / N$. Para sistemas de tamaño finito las menores fluctuaciones permiten ubicar mejor los valores críticos de las transiciones de fase. El valor crítico de q para la transición estado homogéneo-multiculturalidad con $B = 0$ lo denotaremos por q_0 ; para ambos parámetros de orden, se obtiene aproximadamente el mismo valor $q_0 \approx 54$ con $F = 10$.

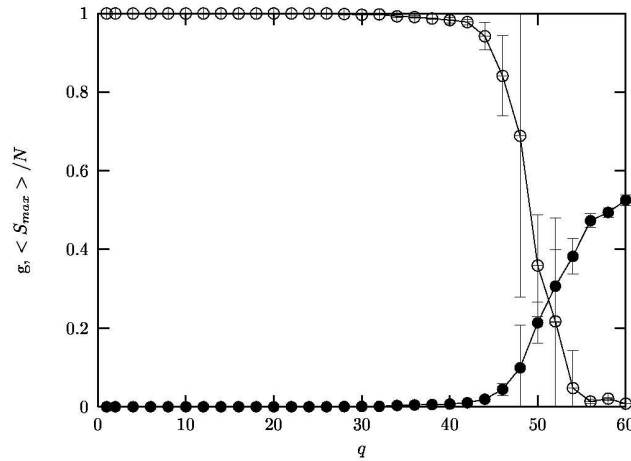


Figura 4.5: Curvas g vs. q (círculos rellenos) y $\langle S_{max} \rangle / N$ vs. q (círculos abiertos); $F = 10$. Las barras de error representan más o menos la desviación standard alrededor de cada punto.

La figura (11) muestra el comportamiento del parámetro de orden g en función de B , para distintos valores de q .

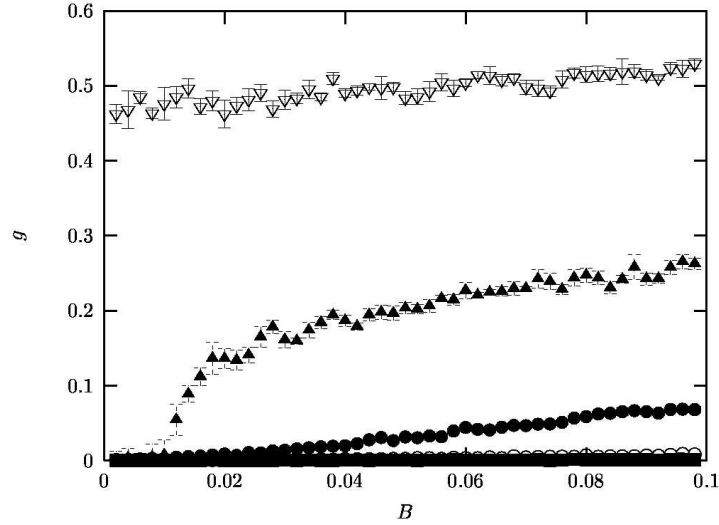


Figura 4.6: *Parámetro de orden g vs. B para distintos valores del parámetro q ; $F = 10$. $q = 10$ (cuadrados rellenos); $q = 15$ (círculos abiertos); $q = 24$ (círculos rellenos); $q = 45$ (triángulos rellenos) y $q = 60$ (triángulos abiertos invertidos). Las barras de error indican la desviación standard en torno al valor medio, correspondiente a 10 corridas por punto.*

Para cada valor de $q < q_0$, podemos observar la existencia de un valor crítico del parámetro de control B para la transición del estado homogéneo al estado multicultural en el sistema. Este valor crítico de B se hace más pequeño a medida que aumenta el valor de q . El cuadro (4.1) muestra los valores de B_c para distintos valores del parámetro q con $F = 10$. Nótese que B_c disminuye con q para $q < q_0$. Nótese también que a medida que el valor de q se acerca al valor q_0 , la transición se

q	10	15	20	25	30	35	40	45	50
B_c	0.0796	0.0282	0.0224	0.0134	0.0078	0.0068	0.0046	0.0028	0.0017

Cuadro 4.1: *Valores críticos B_c para distintos $q < q_0$, con $F = 10$*

hace más brusca. La figura (12) muestra con detalle este comportamiento.

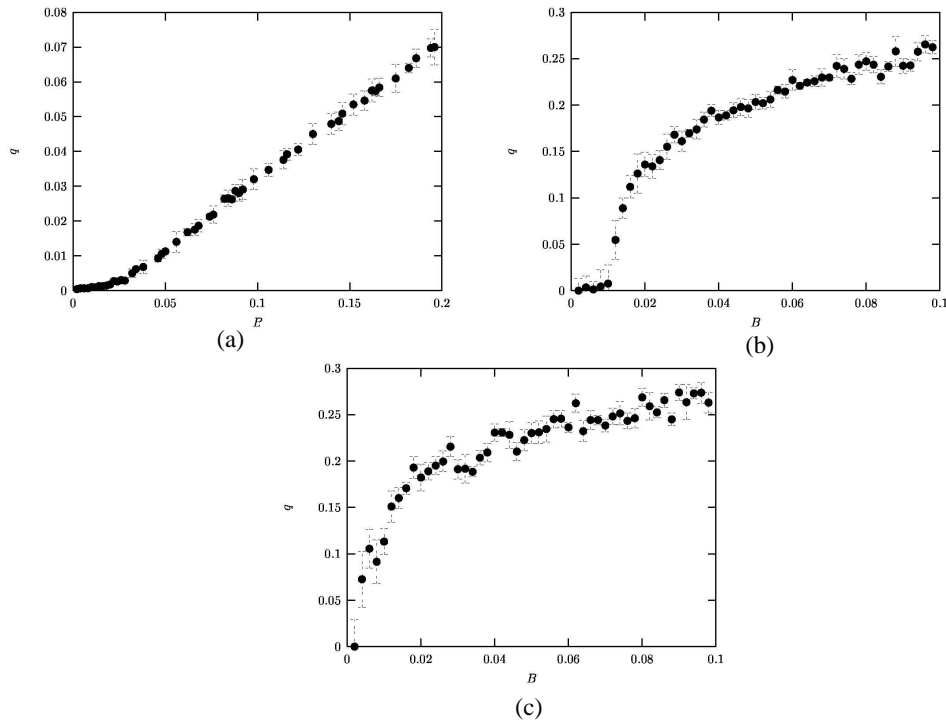


Figura 4.7: Curvas q vs. B para distintos valores del parámetro $q < q_0$ con $F = 10$. (a) $q = 20$; (b) $q = 25$ y (c) $q = 50$.

Para $q = 20$, la transición es suave y continua (ver figura 12 (a)), mientras que para los valores de $q = 45$ y $q = 50$, la transición es mucho más violenta (ver figura 12 (b) y 12 (c)). A medida que q se acerca al valor crítico q_0 , la transición tiende hacia una transición de primer orden. Luego, se produce un cambio en la *naturaleza de la transición* de fase, de segundo orden (continua) a primer orden (discontinuo), cuando $q \rightarrow q_0$, es decir; para $B = 0$ se recupera el comportamiento del modelo original de Axelrod sin propaganda obtenidos por investigadores anteriores [23, 24].

El comportamiento observado sugiere que la transición del régimen monocultural inducido por la propaganda al régimen multicultural se puede caracterizar mediante un exponente crítico β , el cual expresa el escalamiento de la variación del parámetro

de orden g cerca del punto crítico de la transición:

$$g \sim (B - B_c)^\beta, \quad B \rightarrow B_c. \quad (4.7)$$

En nuestro trabajo, esta relación se verificó numéricamente mediante relaciones de escala. El exponente crítico β puede determinarse por la pendiente en un gráfico de $\ln g$ vs. $\ln(B - B_c)$ para cada valor de $q < q_0$, como se muestra en la figura 13.

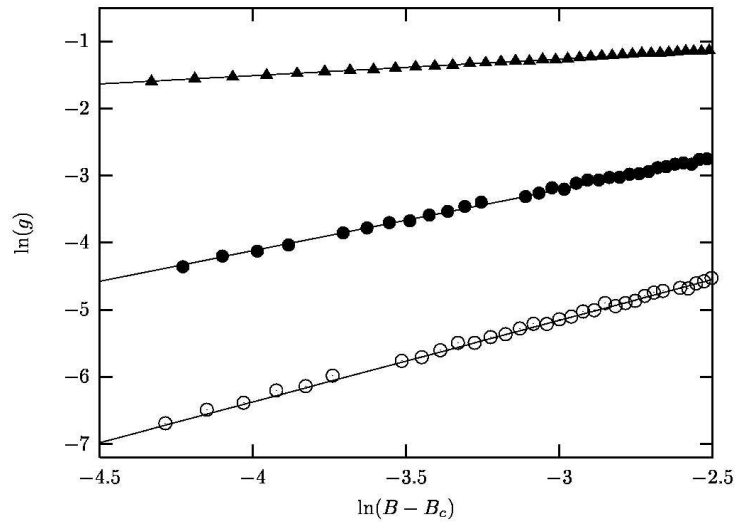


Figura 4.8: Gráficos $\ln g$ vs. $\ln(B - B_c)$ para distintos valores del parámetro $q < q_0$. La pendiente da el valor de β en cada caso. $q = 20$ (círculos abiertos); $q = 25$ (círculos cerrado) y $q = 50$ (triángulos)

En el cuadro (4.2), se presentan varios exponentes críticos calculados según se muestra en la figura (13), para distintos valores de $q < q_0$. Note que el exponente crítico β que describe el orden de la transición de fase es una función del parámetro de diversidad de opciones culturales q .

Estos resultados implican que la relación (4.6) se puede reescribir como:

$$g \sim (B - B_c)^{\beta(q)}, \quad B \rightarrow B_c \quad (4.8)$$

q	10	15	20	25	30	35	40	45	50
β	1.456	1.216	1.039	0.911	0.725	0.656	0.496	0.247	0.175

Cuadro 4.2: *Exponente crítico β para distintos valores del parámetro $q < q_0$.*

La figura 14 muestra el exponente crítico β en función de q . Nótese que β decae linealmente para $q < q_0$. Extrapolando la recta hasta cortar el eje $\beta = 0$, correspondiente al exponente crítico de una transición de fase de primer orden o discontinua según la ecuación (4.7), se obtiene el valor $q_0 \approx 54$. Este es el valor crítico para la transición monoculturalidad-multiculturalidad en ausencia de propaganda ($B = 0$), encontrado por otro método por autores anteriores [23, 24]. Luego, podemos determinar por un método de escalamiento independiente (usando los valores de B_c y del exponente crítico β), el cambio en la naturaleza de la transición de fase, de segundo orden a primer orden, cuando $B \rightarrow 0$ y $q \rightarrow q_0$; y adicionalmente podemos predecir el valor crítico q_0 .

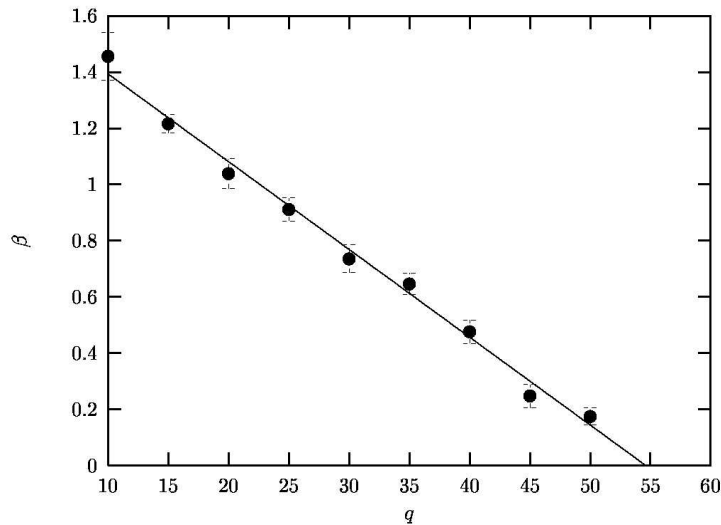


Figura 4.9: *Gráfico β vs. q . El corte con el eje de las q predice el valor crítico $q_0 = 54$ del modelo de influencia cultural con $B = 0,0$.*

La figura 15 muestra la frontera crítica B_c vs. q en el espacio de parámetros (B, q) del sistema, para $F = 10$. Esta curva separa el régimen monocultural controlado por la propaganda del estado multicultural del sistema. El comportamiento de ésta curva tiene la siguiente forma:

$$B_c \sim e^{-q} - e^{q_0}, \quad (4.9)$$

La figura 15 resume los resultados más importantes encontrados en nuestra investigación sobre la influencia de la propaganda en el modelo de convergencia cultural de Axelrod. Si la intensidad de la propaganda sobrepasa cierto umbral, la propaganda ya no logra homogenizar al sistema. La relación funcional (4.9) que describe la frontera crítica indica cómo debe variarse el parámetro externo B si se quiere hacer converger un sistema social con determinado número de opciones culturales por atributo (q) al estado cultural homogéneo impuesto por una propaganda.

Los resultados mostrados hasta ahora se refieren a estados asintóticos estables del sistema. Para estudiar el efecto temporal de la propaganda en el sistema, la figura 16 muestra el parámetro de orden $\langle S_{max} \rangle / N$ (tamaño promedio de la región cultural más grande) en función del tiempo, medido en número de eventos por elemento (*eventos*/ N). La figura 16 (a) corresponde al sistema en ausencia de propaganda, $B = 0$. Se observa que el tiempo para alcanzar el estado homogéneo es muy largo (28000 *eventos*/ N), y que ocurren muchos cambios en la dinámica antes que se estabilice el sistema. Las fluctuaciones observadas en este estado transitorio se deben a la competencia entre regiones culturales. La figura 16 (b) representa varias curvas correspondientes a distintos valores del parámetro B . Se observa que el sistema sujeto a propaganda alcanza su estado estable en mucho menor tiempo (200 a 300 *eventos*/ N) que en el caso (a); o sea que la propaganda contribuye a que el sistema se estabilice más rápidamente. La región cultural más grande en el estado estable corresponde al estado del vector propaganda, y su tamaño decrece al aumentar B ; es decir, el incremento de la intensidad de la propaganda induce mayor heterogeneidad cultural en el sistema.

Los resultados anteriores corresponden a sistemas con tamaño fijo N . Un aspecto

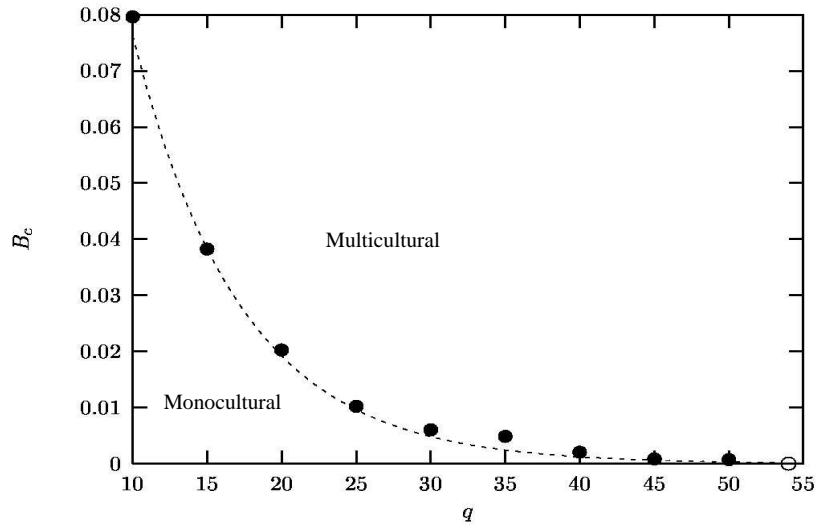


Figura 4.10: Diagrama de fases en el espacio parámetros (B, q) para $F = 10$. La frontera crítica (B_c, q) separa el régimen monocultural controlada por la propaganda del estado multicultural. La línea punteada es un ajuste exponencial. A lo largo de la frontera crítica la transición de fase monocultural-multicultural es de segundo orden. El punto dibujado con el círculo abierto corresponde al valor crítico $q_0 \approx 54$ para $B = 0$, para el cual la transición entre las dos fases es de primer orden.

interesante que hemos explorado es cómo cambia el comportamiento del sistema sujeto a la influencia de la propaganda cuando se varía el número de elementos N . Axelrod estudió éste comportamiento en su modelo [16] en el régimen multicultural, como se muestra en la figura 2.2 del Capítulo 2. Esta figura muestra el número de regiones culturales estables en función del tamaño del sistema en ausencia de propaganda. Estudiaremos este comportamiento, pero ahora con la influencia de la propaganda.

Para este estudio, se fijaron los parámetros $F = 5$ y $q = 15$ (los mismos valores de parámetros usados por Axelrod [16]), tales que el sistema siempre esté en un estado heterogéneo. La figura (17) muestra el número promedio de regiones culturales estables $\langle N_g \rangle$ en función del tamaño del sistema, para distintos valores de B .

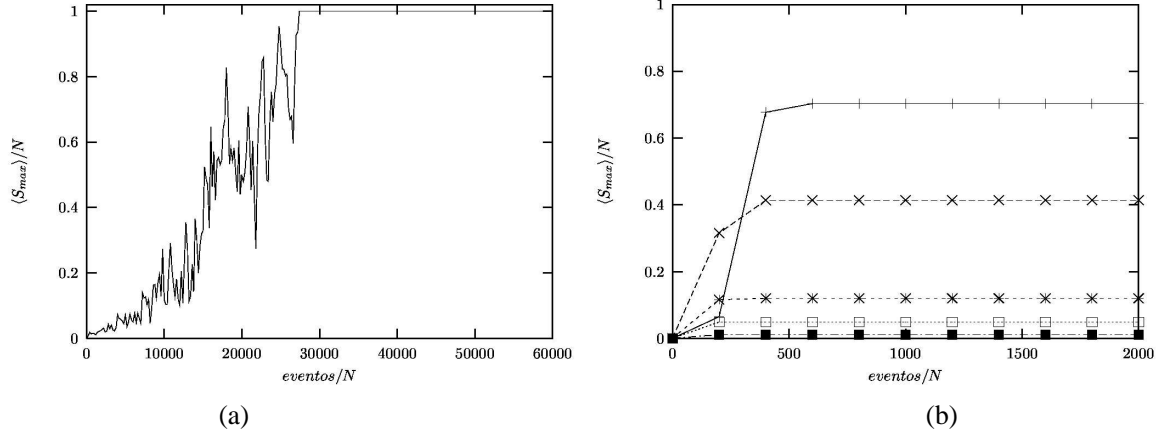


Figura 4.11: *Parámetro de orden $\langle S_{max} \rangle / N$ en función del tiempo ($eventos/N$) para $F = 5$, $q = 15$ y tamaño 50×50 . (a) $B = 0$; (b) $B = 0,1$ (cruces); $B = 0,20$ (equis); $B = 0,30$ (asterisco); $B = 0,5$ (cuadros abiertos); $B = 0,9$ (cuadros rellenos).*

La figura (17(a)) con $B = 0$ reproduce con mayor detalle el comportamiento encontrado por Axelrod, destacándose la existencia del máximo de $\langle N_g \rangle$ para valores intermedios de N . Cuando al sistema se le aplica propaganda, se observa que el máximo desaparece a medida que se incrementa el parámetro B (ver figuras 17 (b) y 17 (c)).

El valor crítico del parámetro B para la transición monocultural-multicultural, para $F = 5$ y $q = 15$, es $B_c = 0,005$. Vemos en la figura 17(c) que el número de regiones culturales estables, para un $B > B_c$ dado, aumenta drásticamente con el incremento del tamaño del sistema. Este comportamiento nos sugiere la hipótesis de que N puede emplearse también como un parámetro de control para caracterizar cambios en el sistema.

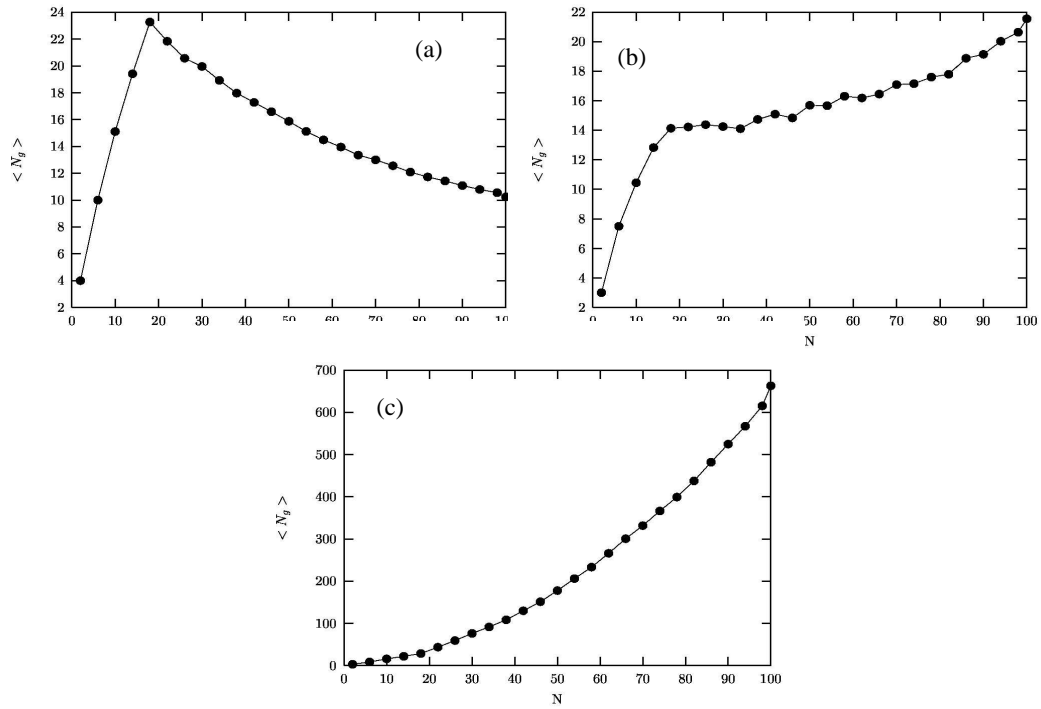


Figura 4.12: Gráficos $\langle N_g \rangle$ vs. N , para distintos valores del parámetro B . (a) $B = 0$; (b) $B = 0,005$; (c) $B = 0,1$.

4.3.1. Influencia de la propaganda en el modelo de Axelrod unidimensional

Hemos estudiado también el efecto de la propaganda en el modelo de convergencia cultural de Axelrod definido en una dimensión. Consideramos un arreglo de N elementos en una dimensión, con interacciones con primeros vecinos dadas por las reglas del modelo original y con condiciones de borde abiertas. Se define la interacción con la propaganda de igual manera que en el caso bidimensional. La figura 18 muestra el parámetro de orden para varios valores de B . En el caso en que la propaganda es nula, el valor crítico de la transición en una dimensión es $q_0 \approx 10$. Al aumentar la propaganda se observa que el valor crítico q_0 disminuye, al igual que en el modelo bidimensional con propaganda.

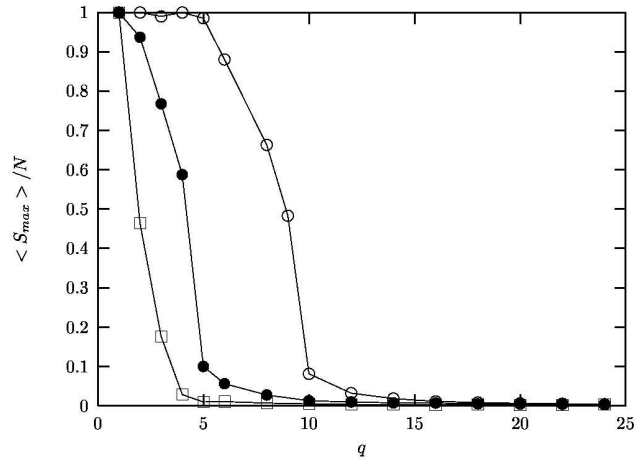


Figura 4.13: $\langle S_{max} \rangle / N$ vs. q en el modelo de Axelrod unidimensional. $B = 0$ (círculos abiertos); $B = 0,5$ (círculos rellenos) y $B = 0,9$ (cuadrados).

La figura 19 muestra la evolución temporal del sistema unidimensional sin propaganda para $F = 10$ y $q = 7$, partiendo de condiciones iniciales aleatorias. Nótese que se forman grupos culturales transitoriamente pero el sistema finalmente se estabiliza en un estado homogéneo

La figura 20 muestra la evolución temporal del sistema unidimensional con intensidad de propaganda $B = 0,005$ para $F = 10$ y $q = 7$, partiendo de condiciones iniciales aleatorias. Nótese que se forman grupos culturales transitoriamente, pero ahora el sistema se estabiliza en el estado homogéneo correspondiente al vector de la propaganda.

La figura 21 muestra la evolución temporal del sistema unidimensional con intensidad de propaganda $B = 0,5$ para $F = 10$ y $q = 7$, partiendo de condiciones iniciales aleatorias. Se forman grupos culturales permanentes, indicando un estado multicultural. Nótese que la convergencia al estado asintótico estable ocurre más rápidamente que en las figuras anteriores. El estado cultural del grupo más grande es igual al del vector propaganda.

La figura 22 muestra la evolución temporal del sistema unidimensional con in-

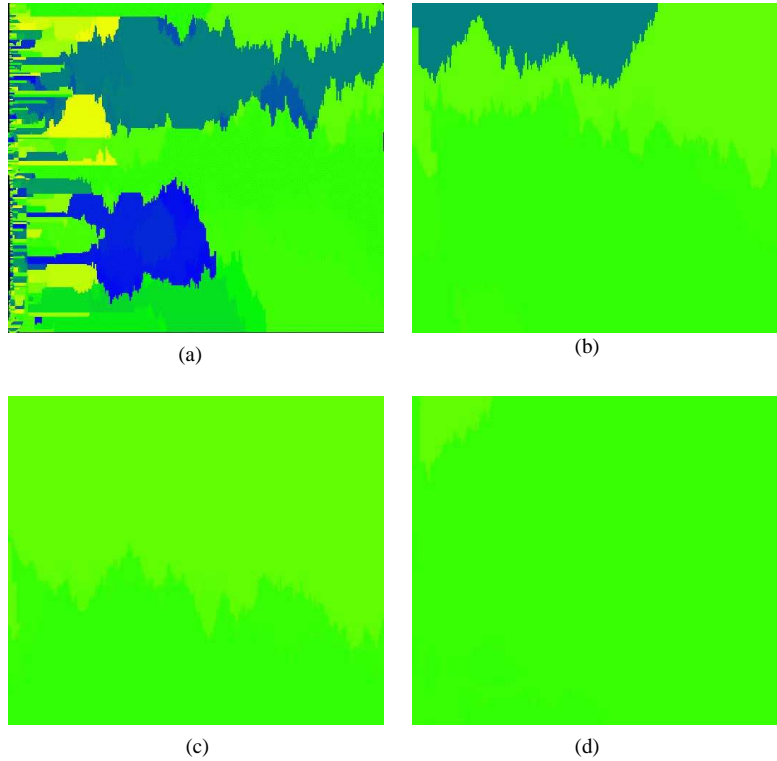


Figura 4.14: *Evolución espaciotemporal del modelo unidimensional con $B = 0$. Los parámetros son $N = 300$, $F = 10$ y $q = 7$. El eje vertical describe el estado de cada elemento con un color y el eje horizontal corresponde al tiempo. (a) $t \in [0, 20000]$; (b) $t \in [20000, 40000]$; (c) $t \in [40000, 60000]$ y (d) $t \in [40000, 60000]$.*

tensidad de propaganda $B = 0,9$ para $F = 10$ y $q = 7$, partiendo de condiciones iniciales aleatorias. Note que se forma un mayor número de grupos al aumentar B . El estado multicultural se alcanza más rápidamente cuando se aumenta B .

El comportamiento mostrado en el modelo unidimensional con propaganda es similar al comportamiento inducido por la propaganda en el modelo original bidimensional de Axelrod.

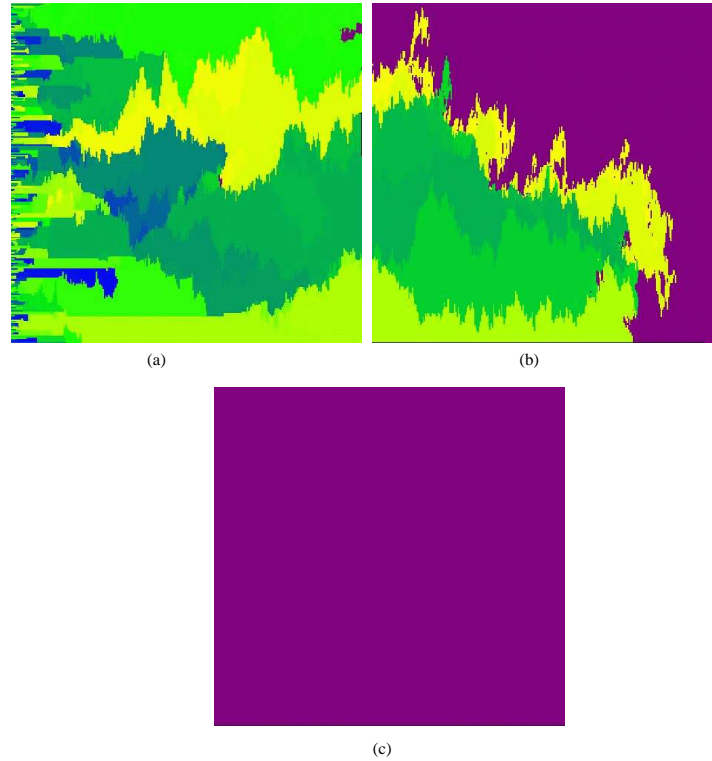


Figura 4.15: *Evolución espaciotemporal del modelo unidimensional con $B = 0,005$. Los parámetros son $N = 300$, $F = 10$ y $q = 7$. El vector propaganda corresponde al color morado. El eje vertical describe el estado de cada elemento con un color y el eje horizontal corresponde al tiempo. (a) $t \in [0, 20000]$; (b) $t \in [20000, 40000]$; (c) $t \in [40000, 60000]$.*

4.4. Influencia de la topología de conectividad en el modelo de Axelrod con propaganda

Otras de las extensiones posibles del modelo de convergencia cultural sugerido por Axelrod al final de su artículo es el estudio de interacciones a largas distancias geográficas. En esta sección nos proponemos una extensión del modelo de Axelrod para topologías con conectividad no local, y además queremos incluir la influencia de la propaganda. Específicamente exploraremos sistemas con acoplamiento global y redes de pequeños mundos.

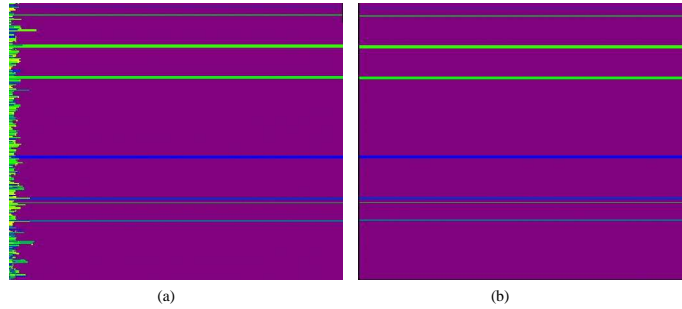


Figura 4.16: *Evolución espaciotemporal del modelo unidimensional con $B = 0,5$. Los parámetros son $N = 300$, $F = 10$ y $q = 7$. El vector propaganda corresponde al color morado. El eje vertical describe el estado de cada elemento con un color y el eje horizontal corresponde al tiempo. (a) $t \in [0, 20000]$; (b) $t \in [20000, 40000]$.*

4.4.1. Acoplamiento global

El acoplamiento global consiste en que cada elemento está acoplado o puede interactuar con todos los elementos que conforman el sistema. En éste caso, el concepto de espacio o distancia es irrelevante. Sistemas globalmente acoplados han sido ampliamente estudiados en el contexto de redes de mapas caóticos [30, 31]. Se ha encontrado que el acoplamiento global induce una serie de comportamientos colectivos no triviales, tales como la formación de dominios (clusters) sincronizados, comportamiento no estadístico de variables macroscópicas, entre otros. Estos fenómenos han sido recientemente verificados en experimentos en sistemas electroquímicos [32] e hidrodinámicos [33]. La figura (23) muestra una representación de un sistema globalmente acoplado.

En el contexto social, el avance de la globalización se puede interpretar como una tendencia hacia un acoplamiento global. El acceso a internet, las telecomunicaciones, televisión satelital y por cable, hacen que individuos puedan interactuar o estar en contacto con cualquier otro, independientemente de las distancias geográficas.

Las reglas de interacción en el modelo globalmente acoplado con propaganda siguen siendo las mismas, pero ahora el entorno de cada individuo es todo el sistema.

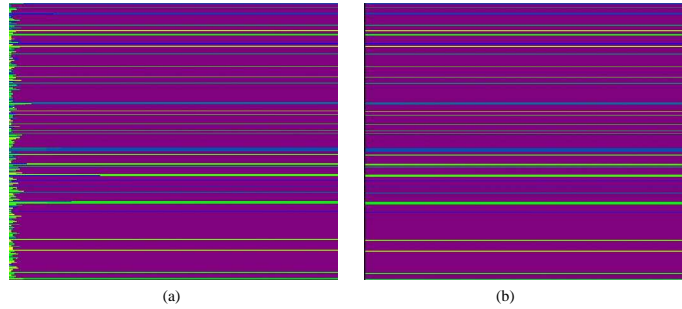


Figura 4.17: *Evolución espaciotemporal del modelo unidimensional con $B = 0,9$. Los parámetros son $N = 300$, $F = 10$ y $q = 7$. El vector propaganda corresponde al color morado. El eje vertical describe el estado de cada elemento con un color y el eje horizontal corresponde al tiempo. (a) $t \in [0, 20000]$; (b) $t \in [20000, 40000]$.*

La figura 24 muestra el comportamiento de un sistema globalmente acoplado bajo la influencia de propaganda. En la figura (24 (a)) se grafica el parámetro de orden $\langle S_{max} \rangle / N$ en función de q para $B = 0$, con $F = 10$. Se observa que la transición de fase orden-desorden también ocurre, pero nótese que el valor crítico $q_0 \approx 12000$ es enorme con respecto a los valores críticos observados en los modelos anteriores con acoplamiento local. El acoplamiento global puede considerarse como un caso extremo de acoplamiento local extendido a todo el sistema. Axelrod, en su artículo original [16], comenta que el incremento del número de vecinos en el entorno de interacción debería hacer que la convergencia al estado homogéneo sea más fácil. En nuestro lenguaje, esto significa que el valor q_0 debería aumentar, haciendo la multiculturalidad más difícil de alcanzar. Aunque no se ha realizado un estudio sistemático de la variación del número de vecinos en el entorno de interacción, el resultado del sistema globalmente acoplado sugiere que esta intuición de Axelrod tiene sentido.

La figura 24 (b) muestra $\langle S_{max} \rangle / N$ en función de q para $B = 0,1$. Note que el valor crítico de q se mantiene igual a $q_0 \approx 12000$, pero ahora aparece un descenso brusco del parámetro de orden antes de la transición completa a la multiculturalidad. Esto ocurre para valores de $q \ll q_0$. Esto indica que hay un rango de q pequeño para

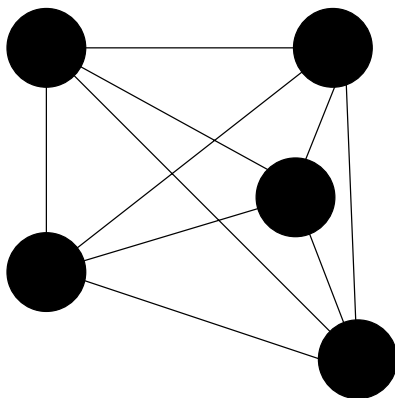


Figura 4.18: *Representación de un sistema con acoplamiento global.*

los cuales el sistema se vuelve multicultural, previamente a la transición de fase. La figura 24 (c) muestra el mismo efecto para $B = 0,5$; el valor crítico para la transición completa a la multiculturalidad sigue siendo $q_0 \approx 12000$, pero ahora el descenso del parámetro de orden se corre hacia menores valores de q . Cuando el parámetro $B \rightarrow 1$, el descenso del parámetro de orden tiende a ocurrir en $q \rightarrow 0$.

4.4.2. Redes de pequeños mundos

Este tipo de red inhomogénea con coexistencia de interacción locales y de largo alcance aparece en una amplia variedad de contextos tanto naturales como artificiales. El interés en este tipo de estructuras conectivas, llamadas small-world networks, ha tenido un desarrollo explosivo en los últimos años a raíz del trabajo fundamental de Watts y Strogatz en 1998 [29]. Este tipo de redes se caracteriza por un alto grado de agrupamiento entre los elementos y una longitud pequeña del camino promedio entre dos cualesquiera elementos de la red.

Estas estructuras surgen comunmente en sistemas sociales. El estudio de sistemas con este tipo de conectividad lo inicio el sociólogo estadounidense Stanley Milgram, quién realizó mediciones cuantitativas de la conectividad social a finales de los años 60 [37]. El experimento consistía en tomar el nombre de algunos corredores de bolsa

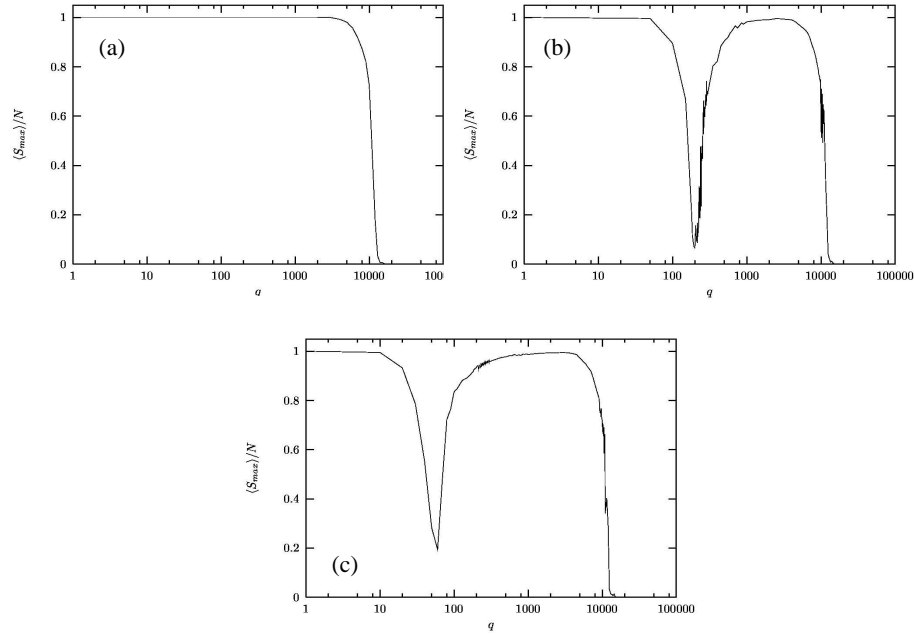


Figura 4.19: $\langle S_{max} \rangle / N$ vs. q (escala logaritmica) con $F = 10$, en el modelo de Axelrod con acoplamiento global. (a) $B = 0$; (b) $B = 0,1$ y (c) $B = 0,5$.

de Boston y pedirle a un grupo de personas, seleccionadas de marena aleatoria y residentes de Nebraska, que le hicieran llegar a los corredores de bolsa una carta, sin utilizar el servicio postal, sino a través del grupo de amistad de cada uno de los habitantes de Nebraska. Milgram encontró que solamente se requerían 6 intermediarios en promedio para hacer llegar las cartas desde Nebraska hasta Boston. El juego de Brett Tjaden, “The Six Degrees of Kevin Bacon”, conecta cualquier par de actores de Hollywood mediante una cadena de un máximo de 8 coprotagonistas de películas [38]. Recientemente, se ha mostrado que los pequeños mundos describen muchas redes naturales y artificiales, por ejemplo las cadenas de distribución de alimentos, las redes de dsitribución eléctrica, internet, los grafos de las llamadas telefónicas, los coautores y citas de artículos científicos, la propagación de epidemias y la interrelación de parejas sexuales comunes, entre muchas otras más [39].

Para nuestro estudio, emplearemos el algoritmo de construcción de pequeños

mundos propuesto originalmente por Watts y Strogatz [29]. Comenzamos con un anillo de N elementos, donde cada elemento está conectado con sus k vecinos más cercanos, con k un número par. Luego, cada conexión puede ser recableada con probabilidad p hacia cualquier otro elemento de la red, evitando autoconexiones. La figura 25 muestra como cambia la topología de las conexiones al aumentar la probabilidad de recableado p . Después del recableado, el número de elementos acoplados a cada nodo (los cuales se denominan vecinos del nodo) puede variar, pero el número total de enlaces de la red es constante e igual a $Nk/2$. Se asume que los enlaces son bidireccionales. Note que al aumentar k o p nos acercamos al límite de un acoplamiento global.

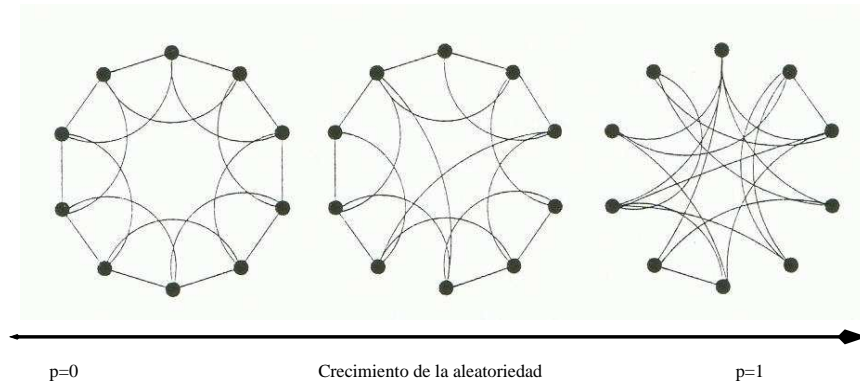


Figura 4.20: *Tres redes diferentes de tipo pequeño mundo de 10 elementos, y con un promedio de $k = 4$ vecinos por elemento. A la izquierda se encuentra una red construida con probabilidad de recableado $p = 0$. Al aumentar el valor de p , aumenta la aleatoriedad del sistema.*

La figura 26 muestra el comportamiento de un sistema con acoplamiento tipo pequeño mundo y con interacciones culturales definidas por las reglas de Axelrod, al cual aplicamos propaganda. En la figura (26 (a)) se grafica el parámetro de orden $\langle S_{max} \rangle / N$ en función de q para $B = 0$, con $F = 10$, con $k = 4$ y con distintas probabilidades de recableado p . La transición de fase orden-desorden es de primer orden, pero a medida que aumenta p el valor crítico q_0 también aumenta. Esto

comportamiento es de esperarse ya que a medida que aumenta p el sistema tiende al límite de ser un sistema globalmente acoplado. La figura 26 (b) muestra el efecto de una propaganda con $B = 0,1$. Nótese la formación de un descenso pronunciado en el parámetro de orden en las curvas con diferentes p , para un valor de q menor que el valor crítico para la transición de fase a la multiculturalidad completa en cada caso. Esto indica que puede ocurrir una multiculturalidad parcial antes de la transición de fase a un estado multicultural completo, al igual que lo que observamos en un sistema globalmente acoplado bajo la influencia de la propaganda. Las figuras 26(c) y 26(d) corresponden a $B = 0,5$ y $B = 0,9$. Se observa que a medida que aumenta B , los diferentes descensos convergen a un valor de q que se acerca al valor $q = 0$. Nuevamente este comportamiento es similar al observado en el sistema globalmente acoplado y sujeto a propaganda.

Hemos encontrado que el comportamiento mostrado por los sistemas globalmente acoplados y por las redes de pequeños mundos sometidas a la influencia de propaganda presenta características muy diferentes a lo observado en redes euclidianas en una y en dos dimensiones. La diferencia principal reside en la inducción de multiculturalidad parcial por la propaganda para un valor del parámetro q menor que el valor crítico q_0 para la transición a completa multiculturalidad. Nuestro modelo predice que es posible encontrar sistemas sociales globalmente acoplados o con conexiones de pequeños mundos con un rango de determinadas opciones culturales por atributos q donde una propaganda pequeña puede inducir multiculturalidad parcial, sin necesidad de poseer el valor q_c para la transición al estado multicultural completo. Este efecto está relacionado con la existencia de conexiones de largo alcance y puede tener relevancia en sistemas sociales reales. Este resultado es muy novedoso y ciertamente requiere un tratamiento específico más profundo, el cual está fuera del alcance previsto para esta tesis.

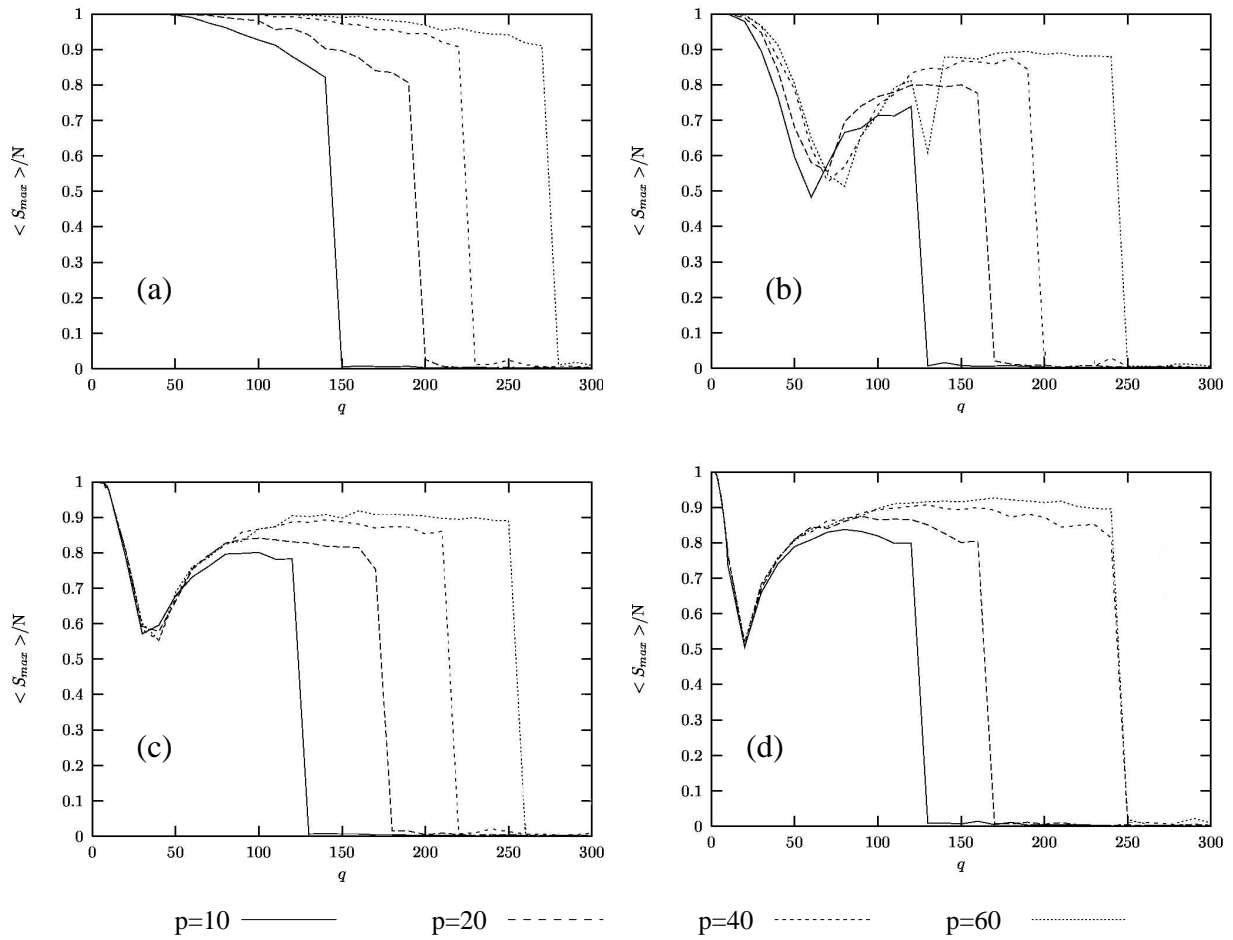


Figura 4.21: $\langle S_{max} \rangle / N$ vs. q con $F = 10$, en el modelo de Axelrod sobre una red de pequeño mundo con $k = 4$ y diferentes valores de recableado p . (a) $B = 0$; (b) $B = 0,1$; (c) $B = 0,5$ y (d) $B = 0,9$.

Not only in research, but also in the every day world of politics and economics, we would all be better off if more people realized that simple nonlinear systems do not necessarily possess simple dynamical properties.

Robert May, Nature **261**, 459 (1976).

Conclusiones

El modelo original de Axelrod constituye un ejemplo notable de un sistema con interacciones simples entre sus componentes y que es capaz de generar estructuras complejas a nivel macroscópico. Este modelo ha tenido gran impacto en muchas investigaciones en las ciencias sociales contemporáneas por su aporte para la comprensión de los posibles mecanismos que conducen a la emergencia espontánea de grupos diferenciados en sistemas sociales, sin recurrir a la intencionalidad de los sujetos. En tal sentido, podría considerarse que la diferenciación y el surgimiento de estructuras sociales básicas son procesos auto-organizativos que dan origen a la individualidad, y no viceversa. Este ha sido un punto de vista presente en varias teorías clásicas sociológicas, por ejemplo en el trabajo de Durkheim [40].

La relevancia de este modelo para la Física radica en las analogías que aparecen con sistemas físicos y con los problemas de interés actual en el estudio de sistemas complejos. El descubrimiento de una transición de fase orden-desorden en el modelo de Axelrod ha desatado una importante actividad de investigación en éste y en otros modelos de fenómenos sociales y económicos dentro del ámbito de la Física.

Los elementos que conforman el sistema en el modelo de Axelrod con F atributos

culturales y q rasgos por atributo tienen q^F estados accesibles. Una de las contribuciones importantes de Axelrod fue darse cuenta que el parámetro relevante para observar cambios en las propiedades colectivas en el sistema y para el surgimiento de la multiculturalidad es q y no F ; es decir que la aparición de diversidad cultural está asociada a la cantidad de opciones culturales disponibles. Al aumentar q , se incrementa el número de estados accesibles en el sistema, por lo que este parámetro juega un papel análogo al de la temperatura en un sistema termodinámico. Se encuentra un valor crítico q_0 para el cual el sistema exhibe una transición de fase de primer orden de un estado homogéneo o monocultural a un estado heterogéneo o multicultural.

En esta tesis hemos propuesto una generalización del modelo de Axelrod para incluir la influencia de propaganda en la dinámica cultural. La analogía termodinámica nos sugirió la idea de introducir la propaganda como un campo externo actuando sobre el sistema, manteniendo las reglas de interacción originales de Axelrod. Por simplicidad hemos considerado una propaganda uniforme y constante; sin embargo nuestro modelo es susceptible de ser generalizado para abordar aspectos de estrategias propagandísticas específicas, o cualquier otro tipo de influencia externa.

Hemos encontrado que el aumento de propaganda reduce el valor crítico de q para la transición monocultural-multicultural en el sistema. El estado homogéneo monocultural en presencia de propaganda corresponde justamente al estado cultural de ésta. Luego la propaganda puede considerarse como un mecanismo de control del sistema.

Un resultado importante de nuestro modelo es el hallazgo de un umbral crítico de intensidad de la propaganda B_c para un q dado, por encima del cual la propaganda no puede inducir homogeneidad en el sistema. Este resultado se presenta en la figura 15. Cuando la intensidad de la propaganda es menor que el valor crítico B_c , el acoplamiento local es apreciable. Debido a esto, el vector propaganda, además de interactuar con los elementos del sistema culturalmente más similares a este vector, también tiene la posibilidad de propagarse mediante las interacciones locales de esos

elementos con los otros elementos inicialmente no tan similares al vector propaganda. El resultado es la convergencia de todo el sistema al estado del vector propaganda. Si la intensidad de la propaganda está por encima del umbral crítico, los elementos que inicialmente poseen mayor similitud cultural con el vector propaganda son los que tienen mayor probabilidad de converger hacia el estado de este vector, mientras que los que son menos similares al vector propaganda tienden a quedar aislados o a formar pequeños grupos con estados culturales distintos del estado del vector propaganda. Esto resulta en la multiculturalidad inducida por una intensidad de propaganda aplicada por encima del umbral crítico.

Adicionalmente hemos encontrado la forma funcional de la curva crítica en el espacio de parámetros (B, q) , la cual separa la fase monocultural, controlada por la propaganda, de la fase multicultural. Esta relación está dada en la ecuación (4.9).

Hemos caracterizado la transición de fase monocultural-multicultural inducida por la propaganda mediante una relación de escala cerca del valor crítico de la intensidad de la propaganda B_c , la cual nos ha permitido encontrar un exponente crítico β según la ecuación (4.8). La existencia de un exponente crítico en esta transición demuestra la profunda conexión de este modelo cultural con un sistema termodinámico fuera de equilibrio.

Más notable aún resulta la dependencia lineal encontrada en el exponente crítico en función de q , lo que permite la predicción del valor crítico q_0 para el sistema en ausencia de propaganda, que corresponde al modelo original de Axelrod.

El tiempo que tarda la propaganda en hacer efecto en el sistema es un aspecto de importancia práctica en diversos contextos sociales y económicos. Nuestro modelo ha permitido explorar este efecto en términos de tiempo *histórico*, es decir relativo al número de veces que un elemento interactúa en promedio. Hemos observado que el sistema sujeto a propaganda alcanza su estado estable en mucho menor tiempo que un sistema sin propaganda.

La aplicación de propaganda en el sistema altera drásticamente la distribución del número de grupos que se forman en función del tamaño del sistema. Nuestro re-

sultado sugiere que el tamaño del sistema también puede usarse como un parámetro de control para la transición de fase monocultural-multicultural.

El acoplamiento global y las redes de pequeños mundos son consideradas actualmente como una descripción realista de las relaciones entre individuos en sistemas sociales. Hemos estudiado la influencia de la propaganda en un modelo de interacción cultural según las reglas de Axelrod definido sobre esas topologías de conectividad. Nuestro modelo con esas redes predice efectos diferentes a los observados en redes euclidianas; en particular la aparición de multiculturalidad parcial para valores de q mucho menores que el valor crítico necesario de este parámetro para la transición a completa multiculturalidad. Este resultado podría explicar por qué, a pesar de la globalización y de la estructura social de redes pequeños mundos, es posible aún observar estados multiculturales en la realidad, que de otro modo requerirían un enorme espectro de opciones culturales por cada atributo cultural.

Los resultados de esta tesis sugieren una serie de interpretaciones y explicaciones plausibles para muchos fenómenos sociales que observamos cotidianamente. Nuestro trabajo se ha limitado a investigar las consecuencias lógicas del modelo propuesto desde el punto de vista de la Física. Hemos aprendido que la Física puede aportar valiosos conceptos y herramientas para el estudio de la dinámica social. Sin embargo, debemos enfatizar la importancia de establecer colaboraciones interdisciplinarias con investigadores de las ciencias sociales en este contexto. Siguiendo la tendencia y el creciente interés actual en el estudio de sistemas complejos, no dudamos que este tipo de colaboraciones interdisciplinarias para abordar problemas en distintos escenarios, fuera de las fronteras tradicionales de las ciencias específicas, serán cada vez más comunes en el presente siglo.

Bibliografía

- [1] Auguste Comte, “Cours de philosophie positive”, 6 tomos, Paris: (1830-1842).
- [2] Ian Stewart, Does God Play Dice?. The Mathematics of Chaos. Blackwell, Cambridge (1899).
- [3] G. Martínez-Mekler y G. Cocho, “Al borde del Milenio: caos, crisis complejidad”. Publicaciones Centro de Investigaciones Interdisciplinarias en Ciencias y Humanidades, UNAM, México (1999).
- [4] M. J. Feigenbaum, *Quantitative Universality for a Class of Nonlinear Transformations*, J.Stat. Phys. **19**, 25 (1978).
- [5] R. M. May, *Simple Mathematical Models with very Complicated Dynamics*, Nature. **261**, 459 (1976).
- [6] H. G. Schuster, *Deterministic Chaos*, Springer VCH, Weinheim Berlin: 3th. ed. (1994).
- [7] G. Nicolis y I. Prigogine, “Exploring Complexity: An Introduction”. San Francisco: W. H. Freeman Co., (1998).
- [8] H. Haken, “Synergetics, Computers and Cognition”. Springer, Berlin (1991).
- [9] L. Cisneros, J. Jiménez, M. G. Cosenza y A. Parravano, Phys. Rev. E. (Rapid Comm.) **65**, 045204 (2002).

- [10] K. Kaneko y I. Tsuda, "Complex Systems: Chaos and Beyond". Springer, Berlin (2000).
- [11] A. L. Barabási, "Linked: The Science of Networks". New York: Springer (2002).
- [12] K. Tucci, "Procesos Dinámicos Espaciotemporales en Redes Inhomogéneas", Tesis Doctoral, Universidad de Los Andes (2002).
- [13] B. Zeigler et al., "Theory of modeling and Simulation". Academic Press (2000).
- [14] W. Weidlich, "Sociodynamics: A systematic approach to mathematical modelling in the Social Sciences", *Nonlinear Phenomena in Complex Systems* **5**, 479 (2002).
- [15] Alain Touraine, ¿Qué es la Democracia?, 1ra. ed. en español, Fondo de Cultura, Buenos Aires (1995).
- [16] Axelrod Robert., "The dissemination of culture". *J. Conflict Resolution*, **41**, 203-226 (1997).
- [17] Axelrod Robert., "The Complexity of Cooperation". Princeton University Press, Princeton (1997).
- [18] F. Voget, "A History of Ethnology". New York: Holt, Reinhart and Winstone (1975).
- [19] C. Geertz, "The Interpretation og Cultures", Basic Books, New York (1973).
- [20] Cavalli-Sforza L. y M. W. Feldmann, "Cultural Transmission and Evolution: A Quatitative Approach". Princenton, N.J.:Princenton University Press, (1981).
- [21] Lumsden Charles J. y Edward O. Wilson, "Genes, Mind, and Culture: The Coevolutionary Process". Cambridge, Mass.: Harvard University Press, (1981).
- [22] J. Terrell, "Humman Biogeography in the Solomon Islands", *Fieldiana Anthro-pology* **68**, 1 (1977).

- [23] Castellano C., M. Marsili y A. Vespigniani, “Nonequilibrium phase transition in a model for social influence”. *Physical Review Letters*, **85**, 3536 (2000).
- [24] K. Klemm, V. M. Eguíluz, R. Toral y M. San Miguel, “Non-equilibrium transition in complex networks: a model of social interaction”. *Physical Review E*, **67**, 026120 (2003).
- [25] D. Vilone, A. Vespignani y C. Castellano, “Ordering phase transition in the one-dimensional Axelrod model”, *Eur. Phys. J. B*, **30**, 399 (2002).
- [26] K. Klemm., V. M. Eguíluz, R. Toral y M. San Miguel, “Global culture: A noise-induced transition in finite systems”. *Physical Review E*, **67**, 045101 (2003).
- [27] K. Klemm., V. M. Eguíluz, R. Toral y M. San Miguel, “Role of dimensionality in Axelrod’s model for the dissemination of culture”. *Physica A*, **327** 1 (2003).
- [28] K. Klemm., V. M. Eguíluz, R. Toral y M. San Miguel, “Cultural transmission and optimization dynamics”. Preprint (2003).
- [29] D.J. Watts y S. H. Strogatz, *Nature* **393**, 440 (1998).
- [30] K. Kaneko, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1391 (1990).
- [31] M. G. Cosenza y J. González, *Prog. Theor. Phys.* **100**, 21 (1998).
- [32] W. Wang, I.Z. Kiss y J. L. Hudson, *Chaos* **10**, 248 (2000).
- [33] K. Miyakawa y K. Yamada, *Physica D*, **151**, 217 (2001).
- [34] M. E. J. Newmann y D. J. Watts, *Phys. Rev. E* **60**, 7332 (1999).
- [35] C. F. Moukarzel, *Phys. Rev. E* **60**, R6263, (1999).
- [36] A. Barrat y M. Weigt, *Eur. Phys. J. B* **13**, 547, (2000).
- [37] S. Milgram, *Psychology Today* 2, 60, (19667).

- [38] B. Tjaden y G. Wasson, (1997). /<http://www.cs.virginia.edu/oracle/>.
- [39] M. E. J. Newmann, “Small worlds. the structure of social networks”, Los Alamos archives arXiv/cond-mat/0001118 (2000).
- [40] Émile Durkheim, “De la division du travail social”, París (1893).