



Complejidad Estadística en Series Temporales: Aplicación a Señales Electroencefalográficas

L. A. Molina¹, M. Escalona-Morán², M. G. Cosenza¹

¹Área de Caos y Sistemas complejos, Centro de Física Fundamental, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela.

²Laboratoire Traitement du Signal et de l'Image, Université de Rennes 1, Campus de Beaulieu, Rennes Cedex, France.

Resumen: Presentamos un método para calcular la evolución de la complejidad en series de tiempo haciendo uso de la noción de complejidad introducida por López-Ruiz *et al.* en 1995. Se aplica este método al análisis de registros electroencefalográficos de un sujeto sano y de un sujeto epiléptico. Se muestra que la patología epiléptica está asociada a un nivel de complejidad menor que la que corresponde al estado sano del cerebro.

Introducción

La complejidad es una medida del nivel de dificultad requerido para expresar o predecir las propiedades de un sistema. Las formas de caracterizar la complejidad en la ciencia son variadas y generalmente están ligadas al concepto de sistema. Dependiendo del contexto y de la determinación de las variables relevantes, será posible utilizar una definición u otra. Así, por ejemplo, se puede asociar un valor de complejidad a una serie de tiempo al identificar o codificar apropiadamente sus estados accesibles. Particularmente, en el contexto de series temporales, resulta de interés obtener no solo un valor de complejidad sino toda su evolución temporal. Para este propósito hemos desarrollado un esquema de fácil implementación que supone el conocimiento de la distribución de probabilidades del sistema.

En 1995, López-Ruiz, Mancini y Calbet (LMC) propusieron una medida de complejidad estadística que refleja la complejidad estructural de un sistema^a. La complejidad LMC resulta de la competencia entre la información almacenada y la distancia a la equipartición o desequilibrio. Si la información H almacenada en tal sistema es^b

$$H = -k \sum_{i=1}^N p_i \log p_i,$$

(donde k es una constante) y su desequilibrio D se expresa

$$D = \sum_{i=1}^N \left(p_i - \frac{1}{N} \right)^2$$

entonces, la complejidad estadística LMC se define como el producto de estas dos cantidades,

$$C = H \cdot D = -k \sum_{i=1}^N p_i \log p_i \times \sum_{i=1}^N \left(p_i - \frac{1}{N} \right)^2. \quad (1)$$

Nótese, que este cálculo requiere conocer la distribución de probabilidades p_i . Dependiendo de los estados accesibles del sistema, del ruido que éstos presenten y la precisión del instrumento de medición será necesario establecer un valor de resolución R para resolver estados muy próximos entre sí. Esta definición concuerda con nuestra concepto intuitivo de complejidad: $C \rightarrow 0$ en los extremos de orden y desorden, mientras que $C > 0$ en el intermedio.

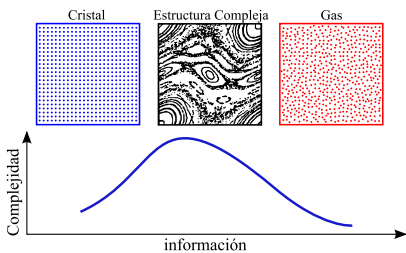


Figura 1: Complejidad de diferentes estructuras.

Utilizando la definición LMC, Ec. (1), se puede calcular la complejidad de la totalidad de la serie de tiempo del mapa logístico ($x_{t+1} = r x_t [1 - x_t]$) para diferentes valores de parámetro r :

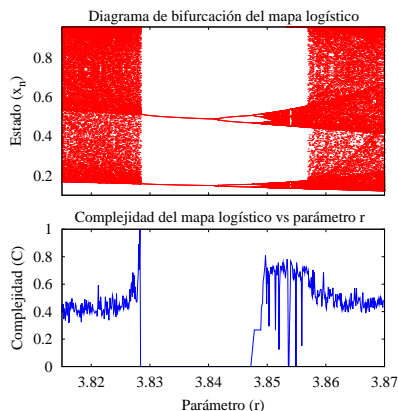


Figura 2: Complejidad (C) del mapa logístico en la región de periodo 3. $R = 400$.

Complejidad en Series Temporales

En nuestro esquema para calcular la evolución de la complejidad en una serie de tiempo de N registros, al estado ocupado en $t = V + i$ se le asocia una complejidad calculada a partir de los estados ocupados en el intervalo $t \in [i + 1, V + i]$ con i y V (tamaño de ventana) $\in \mathbb{N}$.

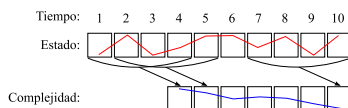


Figura 3: Asignación de complejidad a los registros de una serie temporal. $V = 4$, $N = 10$.

El conocimiento de los tiempos característicos del fenómeno así como un gráfico de V vs C facilitarán la escogencia de V .

Aplicación a Señales Electroencefalográficas (EEG)

Las señales EEG representan el registro de la actividad neurológica como una función del tiempo.

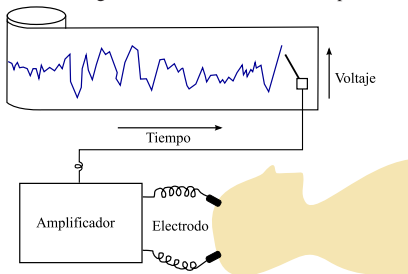


Figura 4: Adquisición del registro EEG.

Para el análisis, se seleccionaron los registros de un sujeto sano y los de un sujeto epiléptico algunos instantes antes y durante una crisis convulsiva. Se fijó

el tamaño de la ventana en $V = 6.25$ s y la resolución en $R = 400$ considerando el análisis hecho por un médico especialista a partir de la Fig. (5).

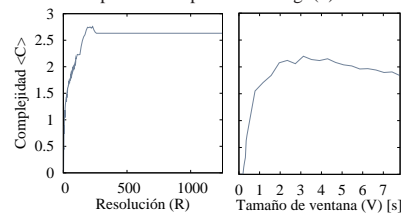


Figura 5: Complejidad media del EEG de un sujeto epiléptico como función de los parámetros R y V .

Resultados

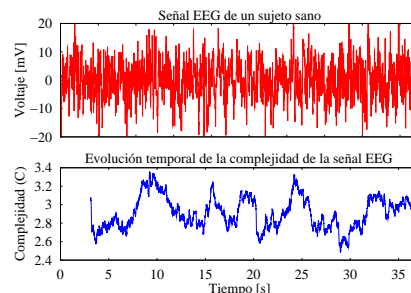


Figura 6: Evolución temporal de la complejidad del EEG de un sujeto sano.

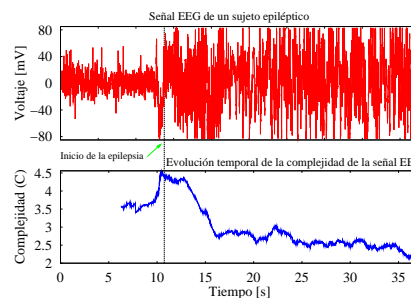


Figura 7: Evolución temporal de la complejidad del EEG de un sujeto epiléptico. La línea punteada marca el inicio de una crisis epiléptica y el descenso de la complejidad.

Conclusiones

El esquema presentado permite calcular la evolución de la complejidad en series temporales, es de fácil implementación y no requiere de altos recursos computacionales. Su aplicación sobre señales electroencefalográficas sugiere que la epilepsia es un estado patológico de menor complejidad en relación con el estado sano del cerebro.

^aR. López-Ruiz *et al.* A statistical measure of complexity, 1995.

^bC.E. Shannon y W. Weaver, The mathematical theory of communication, 1949.